

# Elektryczność i magnetyzm – zadania do rozwiązania na ćwiczeniach

## 1 Fundamentalne stałe fizyczne przydatne przy rozwiązywaniu zadań

- prędkość światła w próżni  $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- przenikalność elektryczna próżni  $\varepsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$
- przenikalność magnetyczna próżni  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} = 12,56637 \cdot 10^{-7} \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}}$
- ładunek elementarny  $e = 1,6021766208 \cdot 10^{-19} \text{C}$
- masa elektronu  $m_e = 9,10938291 \cdot 10^{-31} \text{kg}$
- masa protonu  $m_p = 1,67262171 \cdot 10^{-27} \text{kg}$
- atomowa jednostka masy  $a.m.u. = 1,660538921 \cdot 10^{-27} \text{kg}$
- stała grawitacyjna  $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}$
- liczba Avogadro  $N_A = 6,022140857 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$

## 2 Elementy klasycznej teorii pola

Tensor Leviego-Civity (w przestrzeni 3-wymiarowej)

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 0 & i = j \vee i = k \vee j = k \\ 1 & \varepsilon_{123} = \varepsilon_{231} = \varepsilon_{312} = 1 \\ -1 & \varepsilon_{321} = \varepsilon_{132} = \varepsilon_{213} = -1 \end{cases} \quad (1)$$

Delta Kroneckera

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2)$$

Konwencja sumacyjna Einsteina

$$A_i B_i \equiv \sum_i A_i B_i \quad (3)$$

Iloczyn wektorowy i iloczyn skalarny:

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = \varepsilon_{ijk} A_j B_k \quad (4)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_i A_j B_k \quad (5)$$

$$\vec{A} \circ \vec{B} = A_i B_i \quad (6)$$

Wyznacznik ( $3 \times 3$ )

$$\det A = \varepsilon_{ijk} A_{1i} A_{2j} A_{3k} \quad (7)$$

Operator różniczkowy nabra:

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (8)$$

Laplasjan:

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (9)$$

Gradient pola skalarnego:

$$\text{grad} \phi = \nabla \phi \quad (10)$$

Dywergencja pola wektorowego:

$$\text{div} \vec{A} = \nabla \circ \vec{A} \quad (11)$$

Rotacja pola wektorowego:

$$\text{rot} \vec{A} = \nabla \times \vec{A} \quad (12)$$

1. Udowodnić tożsamości:

(a)  $\vec{e}_i \times \vec{e}_j = \varepsilon_{ijk} \vec{e}_k$

(b)  $\vec{e}_i \vec{e}_j = \delta_{ij}$

(c)  $\varepsilon_{ijk} \varepsilon_{imn} = \delta_{jm} \delta_{kn} - \delta_{jn} \delta_{km}$

(d)  $\varepsilon_{imn} \varepsilon_{jmn} = 2\delta_{ij}$

(e)  $\delta_{ii} = 3$

(f)  $\varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ijk} = 6$

(g)  $A_i \delta_{ij} = A_j$

(h)  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$

(i)  $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$

(j)  $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$

(k)  $\nabla \circ (\nabla \times \vec{A}) = 0$

2. \* Znaleźć postać operatora nabra i laplasjanu we współrzędnych sferycznych i walcowych. Odp:

(a)  $\nabla = \frac{\partial}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}$

(b)  $\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$

(c)  $\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

(d)  $\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$

3. Obliczyć gradienty pól skalarnych:

(a)  $\phi = \frac{1}{r^n}, r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(b)  $\phi = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z$

(c)  $\phi = a \cdot x^2 + b \cdot y^2 + c \cdot z^2$

4. Obliczyć dywergencje pól wektorowych:

(a)  $\vec{A} = \frac{1}{r^n} \cdot \vec{e}_r, \vec{e}_r$ -wersor

(b)  $\vec{A} = a \cdot x \cdot \vec{e}_x + b \cdot y \cdot \vec{e}_y + c \cdot z \cdot \vec{e}_z$

5. Obliczyć rotacje pól wektorowych:

(a)  $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{r}$

(b)  $\vec{A} = yz \vec{e}_x + xz \vec{e}_y + xy \vec{e}_z$

### 3 Elektrostatyka

1. Ile razy siła elektrycznego przyciągania elektronu i protonu jest większa od siły ich przyciągania grawitacyjnego?
2. Obliczyć masę zbioru elektronów o ładunku 1 C.
3. Dla jakiej odległości dwa punktowe ładunki elementarne oddziałują z siłą równą ciężarowi elektronu? Dla jakiej odległości siła będzie równa ciężarowi protonu?
4. Trzy punktowe ładunki znajdują się na tej samej prostej. Odległość między kolejnymi ładunkami wynosi  $x$ . Ładunek środkowy ma wartość  $q$ . Układ znajduje się w stanie równowagi. Znaleźć wartości skrajnych ładunków.
5. Trzy jednakowe dodatnie ładunki punktowe ułożone są w wierzchołkach trójkąta równobocznego. W środku trójkąta znajduje się pojedynczy punktowy ładunek ujemny. Układ pozostaje w stanie równowagi. Jaki jest stosunek wartości ładunku środkowego do ładunków zewnętrznych?
6. Cztery jednakowe ładunki  $Q$  umieszczono w wierzchołkach kwadratu. Gdzie i jaki ładunek  $q$  należy umieścić, aby układ znalazł się w równowadze?
7. Cztery jednakowe ładunki punktowe  $Q$  znajdują się w wierzchołkach czworościanu foremnego o krawędzi długości  $a$ . Jaką pracę należy wykonać, aby przesunąć te ładunki tak, żeby znalazły się w wierzchołkach czworościanu foremnego o krawędzi  $\frac{a}{2}$ ?
8. W wierzchołkach ośmiościanu foremnego o głównej przekątnej długości  $2a$  umieszczono jednakowe ładunki punktowe o wartości  $q$ . Znaleźć siłę działającą na każdy z ładunków.
9. W wierzchołkach sześcianu o boku długości  $a$  umieszczono jednakowe ładunki punktowe o wartości  $q$ . Znaleźć pole elektryczne w środku sześcianu.
10. W wierzchołkach kwadratu o boku  $a$  umieszczono cztery jednakowe (o tym samym znaku) ładunki elektryczne o wartości  $q$ . Obliczyć pole elektryczne i potencjał elektryczny na prostej przechodzącej przez środek kwadratu, prostopadłej do płaszczyzny tego kwadratu.
11. Dwie kulki o jednakowych masach zostały zawieszono na jednakowych nitkach o długości  $l$ . Nitki są zamocowane w tym samym punkcie. Jedną z kulek naładowano ładunkiem  $q$ , a drugą ładunkiem  $2q$ . Kąt między nitkami wynosi  $60^\circ$ . Obliczyć masy obu kulek jeżeli układ znajduje się w stanie równowagi.
12. Jak należy rozdzielić ładunek  $Q$  na dwie kulki, aby siła wzajemnego oddziaływania między kulkami była największa? Oblicz wartość tej siły.
13. Pole elektryczne jest wytwarzane przez trzy ładunki  $Q$ ,  $2Q$  i  $3Q$ , umieszczone w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku  $a$ . Oblicz potencjał w środku odcinka łączącego ładunki  $Q$  i  $2Q$ .
14. Na końcach odcinka o długości  $d$  znajdują się ładunki  $Q > 0$  i  $-4Q$ . W jakich punktach prostej przechodzącej przez ładunki:
  - (a) natężenie pola równa się zero
  - (b) potencjał pola równa się zero

- (c) występuje minimum (lokalne) potencjału?
15. Potencjał w pewnym punkcie pola pochodzącego od ładunku punktowego wynosi  $V = 600 \text{ V}$ , a natężenie pola wynosi  $E = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ . Oblicz wielkość ładunku i odległość tego punktu od ładunku. Przyjmij  $\epsilon_r = 1$ .
  16. Nieprzewodzącą kulę o promieniu  $R$  naładowano jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej  $\rho$ . Oblicz zależność potencjału i natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości od środka kuli. Przedstaw graficznie otrzymane zależności. Przyjmij  $\epsilon_r = 1$  wewnątrz kuli.
  17. \* W jednorodnie naładowanej (z gęstością objętościową  $\rho$ ) kuli o promieniu  $R$  wycięto pustą wnękę o promieniu  $r$ . Odległość środków kuli i wnęki wynosi  $d$ . Obliczyć pole elektryczne oraz potencjał poza kulą, wewnątrz kuli poza wnęką i we wnęce.
  18. W wierzchołkach wieloboku foremnego o liczbie boków  $n$  i o długości boku  $a$  znajdują się (jednakowe) ujemne ładunki  $e$ . Jaka pracę należy wykonać, aby dwukrotnie zmniejszyć liniowe rozmiary wieloboku dla
    - (a)  $n = 2$  (odcinek)
    - (b)  $n = 3$
    - (c)  $n = 4$
    - (d) \*  $n > 4$
  19. Nieskończenie długi, cienki, prostoliniowy pręt naładowano jednorodnie ładunkiem o liniowej gęstości  $\lambda$ . Obliczyć natężenie pola elektrycznego w odległości  $R$  od pręta.
  20. Oblicz potencjał i natężenie pola elektrycznego w środku półpierszcienia o promieniu  $R$  naładowanego równomiernie ładunkiem  $Q$ .
  21. Druciany pierścień o promieniu  $R$  naładowany jest równomiernie ładunkiem  $Q$ . Oblicz i wykreśl zależność potencjału i natężenia pola elektrycznego od tego pierścienia dla punktów znajdujących się na osi prostopadłej do powierzchni pierścienia.
  22. Korzystając z prawa Gaussa, wyznaczyć natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez płaszczyznę naładowaną równomiernie ładunkiem o gęstości powierzchniowej  $\sigma$ .
  23. Oblicz natężenie pola elektrycznego na symetralnej odcinka o długości  $2a$  naładowanego ze stałą gęstością ładunku liniowego  $\lambda$ . Rozważyc przypadki szczególne dla bardzo małej i bardzo dużej odległości od pręta.
  24. Oblicz potencjał i natężenie pola elektrycznego na osi symetrii prostopadłej do powierzchni naładowanego ładunkiem  $Q$  krążka o promieniu  $R$ . Wykaż, że pole to staje się w skrajnym przypadku polem elektrycznym:
    - (a) płaszczyzny nieskończonej
    - (b) ładunku punktowego
  25. Metalową kulę o promieniu  $R$  naładowano ładunkiem  $q$ . Oblicz i wykreśl zależność potencjału i natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości od środka kuli. Jak zmieni się rozkład pola elektrycznego, gdy zamiast metalowej, użyjemy kuli z dielektryka naładowanej powierzchniowo ładunkiem  $q$ .

26. Ładunki o przeciwnych znakach są rozłożone ze stałymi gęstościami powierzchniowymi  $+\sigma$  i  $-\sigma$  odpowiednio na dwóch metalowych płaszczyznach nieskończonych, równoległych względem siebie i odległych o  $d$ . Oblicz i wykreśl zależność potencjału i natężenia pola elektrycznego w funkcji odległości między płytami. Jak zmieni się rozkład pola, gdy jedną z płyt połączymy z ziemią?
27. Jaka siła  $f$  (na jednostkę długości) odpychają się dwie jednoimiennie naładowane, nieskończenie długie, równoległe nici o jednakowej liniowej gęstości ładunku  $\lambda = 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}}$ , znajdujące się w próżni w odległości  $b = 20 \text{ mm}$ ? Jaka pracę  $W$  na jednostkę długości należy wykonać, aby zbliżyć te nici na odległość  $a = 10 \text{ mm}$ ?
28. Punktowy ładunek  $q$  umieszczono w odległości  $d$  od nieskończonej, płaskiej, przewodzącej, uziemionej płyty. Jaka będzie siła oddziaływania płyty z ładunkiem? Jaki będzie rozkład gęstości ładunku wyindukowanego w płycie
29. Punktowy ładunek  $q$  umieszczono w odległości  $d$  od uziemionej, metalowej kuli o promieniu  $r$ . Obliczyć siłę oddziaływania ładunku z kulą.
30. Punktowy ładunek  $q$  umieszczono w narożniku składającym się z dwóch metalowych półpłaszczyzn połączonych ze sobą pod kątem prostym. Ładunek znajduje się w odległości  $d$  od obu płyt. Obliczyć siłę oddziaływania ładunku z płytami.
31. Mała kulka o masie  $m$  i ładunku  $q$  jest zawieszona na końcu lekkiej, wiotkiej, nieprzewodzącej nitki. Drugi koniec nitki jest umocowany w najwyższym punkcie pierścienia o promieniu  $R$ . Pierścień leży w płaszczyźnie pionowej, jest zrobiony z bardzo cienkiego, nieprzewodzącego materiału. Pierścień jest naładowany równomiernie ładunkiem  $Q$  o tym samym znaku, co  $q$ . Kulka znajduje się w stanie równowagi na osi pierścienia. Obliczyć długość nici.
32. W długim, cylindrycznym kondensatorze próżniowym o promieniach elektrod  $r$  i  $R$  porusza się elektron o energii kinetycznej  $E_k$  (nierelatywistycznej). Tor elektronu jest okręgiem leżącym w płaszczyźnie prostopadłej do osi kondensatora, daleko od jego końców. Środek okręgu leży na tej osi. Obliczyć napięcie między okładkami kondensatora.
33. Elektron przelatuje od jednej płytki kondensatora płaskiego do drugiej. Różnica potencjałów między płytkami wynosi  $3 \text{ kV}$ , odległość między płytkami  $5 \text{ mm}$ . Znaleźć:

- Siłę działającą na elektron.
- Przyspieszenie elektronu.
- Prędkość, z jaką elektron dociera do drugiej płytki.
- Czas przelotu elektronu.
- Gęstość powierzchniową ładunku na płytkach kondensatora.

Prędkość początkową elektronu przyjąć równą zero.

34. Pole elektryczne jest wytworzone przez dwie równoległe płytki oddalone od siebie o  $2 \text{ cm}$ . Różnica potencjałów między płytkami wynosi  $120 \text{ V}$ . Jaka prędkość uzyska elektron wskutek działania pola, przebywając wzdłuż linii sił odległość  $x = 3 \text{ mm}$ . Prędkość początkową elektronu przyjąć równą zero.
35. Proton i cząstka  $\alpha$ , poruszające się z jednakową prędkością, wlatują do kondensatora płaskiego, równoległe do płytek. Ile razy odchylenie protonu w polu kondensatora będzie większe od odchylenia cząstki  $\alpha$ ?

36. Proton i cząstka  $\alpha$ , przyspieszone jednakową różnicą potencjałów, wlatują do kondensatora płaskiego, równoległe do płytek. Ile razy odchylenie protonu w polu kondensatora będzie większe od odchylenia cząstki  $\alpha$ ?
37. Obliczyć siłę, z jaką przyciągają się okładki naładowanego do napięcia  $U$  kondensatora płaskiego o pojemności  $C$  oddalone od siebie o  $d$ .
38. Pyłek o masie  $m$  i ładunku  $q$  spada w próżni w polu płaskiego kondensatora, naładowanego do napięcia  $U$ . Okładki kondensatora są ustawione pionowo i odległe od siebie o  $d$ . Jaka powinna być wysokość okładek, by pyłek nie uderzył o okładkę. W chwili początkowej pyłek znajdował się tuż przy powierzchni jednej z okładek.
39. Oblicz potencjał i wartości bezwzględne natężenia pola elektrycznego dipola o momencie  $\mu_e$  jako funkcję  $r$  i  $\varphi$ , gdzie  $r$  oznacza odległość od środka a  $\varphi$  kąt między osią dipola i prostą łączącą środek dipola z danym punktem.
40. Dipol o momencie  $\vec{\mu}_e$  jest zorientowany równoległe do prostej łączącej środek tego dipola i pewien ładunek punktowy  $q$ . Odległość między dipolem a ładunkiem wynosi  $r$  i jest znacznie większa od rozmiarów dipola. Obliczyć siłę oddziaływania ładunku z dipolem.
41. Punktowy ładunek  $q$  znajduje się w odległości  $r$  od dipola o momencie  $\vec{\mu}_e$  zorientowanym prostopadłe do linii łączącej dipol z ładunkiem. Odległość  $r$  jest znacznie większa od rozmiarów dipola. Obliczyć siłę działającą na ładunek, moment tej siły względem dipola oraz moment siły działający na dipol.
42. W odległości  $r$  od atomu o polaryzowalności  $\alpha$  znajduje się proton. Odległość  $r$  jest znacznie większa od rozmiarów samego atomu. Obliczyć wartość siły oddziałującej między protonem a atomem. Określić, czy jest to siła odpychająca, czy przyciągająca.
43. Atom o polaryzowalności  $\alpha$  znajduje się między okładkami kondensatora płaskiego zbudowanego z okładek o powierzchni  $S$  odległych od siebie o  $d$ . Kondensator naładowano, w wyniku czego w atomie wyindukował się elektryczny moment dipolowy  $\mu_e$ . Obliczyć napięcie między okładkami kondensatora.
44. Układ czterech ładunków  $q$  rozmieszczonych w narożach kwadratu o boku  $2a$  tworzy kwadrupol. Oblicz potencjał i natężenie pola elektrycznego w punkcie leżącym w odległości  $r \gg a$  od środka kwadrupola.
45. Kwadrupolem liniowym nazywamy układ trzech ładunków umieszczonych na jednej prostej. Środkowy ładunek ma wartość  $2q$ , a dwa pozostałe, odległe od niego o  $a$ , mają wartość  $-q$ . Układ ten możemy traktować jako składający się z dwóch stykających się dipoli. Obliczyć potencjał i natężenie pola elektrycznego na osi kwadrupola w odległości  $r \gg a$ .
46. \* Obliczyć momenty kwadrupolowe układów:
- kwadrupol liniowy
  - kwadrupol kwadratowy
  - ładunek ujemny w środku kwadratu i 4 jednakowe ładunki dodatnie w narożnikach kwadratu
  - ładunek punktowy w środku jednorodnie naładowanego pierścienia
  - dwa ładunki punktowe na osi jednorodnie naładowanego pierścienia

47. W jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu  $E = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$  znajduje się dipol elektryczny o momencie dipolowym  $\mu_e = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Cm}$ . Narysuj siły działające na dipol oraz oblicz moment tych sił, jeżeli oś dipola tworzy z polem elektrycznym kąt  $\alpha = 30^\circ$ .
48. Dipol o momencie  $\mu_e = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Cm}$  znajduje się w niejednorodnym polu elektrycznym o gradientie  $\frac{\partial E}{\partial x} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}^2}$ . Oblicz siłę wywieraną przez pole na dipol w tym polu.
49. Na dipol elektryczny w niejednorodnym polu elektrycznym działa siła wciągająca lub wypychająca go z pola w zależności od ustawienia dipola. Wyjaśnij, dlaczego skrawki papieru są zawsze przyciągane do naelektryzowanej pałeczki.
50. W polu elektrycznym wytworzonym przez punktowy ładunek  $q$  w odległości  $r$  od niego znajduje się dipol elektryczny o momencie  $\mu_e$ . Oblicz siłę, jakiej doznaje dipol od ładunku punktowego, w przypadku, gdy ładunek  $q$  znajduje się:
- na osi dipola,
  - na symetralnej dipola.
51. Wyznaczyć wartość momentu siły działającego na dipol o momencie dipolowym  $\mu_e$  umieszczony w odległości  $r$  od bardzo dużej okrągłej płyty metalowej o promieniu  $R$  ( $R \gg r$ ) naładowanej ładunkiem ujemnym o gęstości powierzchniowej  $\sigma$ . Dipol jest ustawiony pod kątem  $45^\circ$  do płyty.
52. Ile razy trwały moment dipolowy cząsteczki tlenku węgla CO, który wynosi  $\mu_e = 0,37 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$ , jest większy od momentu dipolowego indukowanego w tej cząsteczce przez zewnętrzne pole elektryczne o natężeniu  $E = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$ ? Średnia polaryzowalność elektronowa cząsteczki CO wynosi  $\alpha = 2,2 \cdot 10^{-40} \text{ Fm}^2$ .
53. W odległości  $r = 15 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  od atomu argonu znajduje się elektron. Oszacuj moment dipolowy indukowany w atomie argonu przez pole elektryczne elektronu. Polaryzowalność elektronowa atomu argonu wynosi  $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-40} \text{ Fm}^2$ .
54. Momenty dipolowe molekuł równają się sumie wektorowej odpowiednich momentów dipolowych wiązań. Oblicz moment dipolowy wiązania OH w molekule wody, jeżeli moment dipolowy molekuly wody równa się  $6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$ , a kąt między wiązaniami OH wynosi  $104^\circ$ .
55. \* Stała elektryczna diamentu wynosi  $\varepsilon = 1,46 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$ . Znajdź względną przenikalność  $\varepsilon_r$  i podatność dielektryczną  $\chi$  diamentu. Ile wynosi polaryzowalność jednostki objętości i jednego mola diamentu? Gęstość diamentu  $\rho = 3,51 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , masa molowa  $\mu = 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ . Skorzystaj ze wzorów na wektor polaryzacji:

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = n_0\alpha\vec{E}$$

gdzie  $n_0$  oznacza koncentrację dipoli.

56. Oblicz, korzystając z definicji pojemności elektrycznej, pojemność kondensatora:
- płaskiego,
  - kulistego,
  - walcowego,
  - \* pojemność dwóch długich przewodów prostoliniowych.

57. Jak zmieni się:

- (a) pojemność elektryczna,
- (b) ładunek na okładkach,
- (c) napięcie,
- (d) natężenie pola elektrycznego,

jeżeli między elektrody kondensatora płaskiego o pojemności  $C_0$  wsuniemy dielektryk o przenikalności  $\varepsilon_r$  i grubości  $d$  równej odległości między okładkami kondensatora? Rozpatrz dwa przypadki:

- (a) Kondensator po naładowaniu do napięcia  $U_0$  odłączono od źródła.
- (b) Kondensator jest cały czas podłączony do źródła o napięciu  $U_0$ .

58. \* Kondensator płaski, którego okładki są oddalone o  $l = 1\text{ cm}$  wypełniony jest olejem ( $\varepsilon_r = 5$ ). Jakie napięcie należy przyłożyć do kondensatora, aby gęstość ładunków polaryzacyjnych na oleju wynosiła  $\sigma = 6,2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{cm}^2}$ ?

59. \* Płaski kondensator próżniowy naładowano tak, że natężenie pola wynosi w nim  $E_0 = 100 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$ . Następnie wypełniono go dielektrykiem, którego drobiny są sztywnymi dipolami o momencie  $\mu_e = 0,5 \cdot 10^{-29} \text{ Cm}$ . Koncentracja dipoli  $n = 10^{26} \text{ m}^{-3}$ . Oblicz średnią wartość natężenia pola elektrycznego wewnątrz dielektryka, pomijając wpływ ruchów cieplnych drobin.

60. \* Oblicz gęstość ładunków polaryzacyjnych na powierzchni płytki mikowej ( $\varepsilon_r = 7$ ) o grubości  $l = 0,2 \text{ mm}$ , wypełniającej całkowicie płaski kondensator naładowany do napięcia  $U_0 = 400 \text{ V}$ . Jak i o ile zmieni się napięcie na kondensatorze po wyjęciu płytki?

61. Płaski kondensator powietrzny, o pionowo ustawionych okładkach oddległych o  $d$ , naładowano i zanurzono częściowo w cieczy o względnej przenikalności dielektrycznej  $\varepsilon_r$ . Oblicz stosunek ładunków elektrycznych i natężeń pól elektrycznych w obu częściach kondensatora, jeżeli wysokość okładek wynosi  $H$ , a wysokość zanurzonej części jest  $h$ .

62. Płaski kondensator o powierzchni elektrod  $S = 100\text{ cm}^2$  oddalonych od siebie o  $d = 1 \text{ cm}$  naładowano do napięcia  $U_0 = 100 \text{ V}$  i odłączono od źródła. Następnie obszar między okładkami kondensatora ściśle wypełniono dwiema płytkami dielektrycznymi o grubościach  $d_1 = 2 \text{ mm}$  i  $d_2 = 8 \text{ mm}$ , oraz stałych dielektrycznych  $\varepsilon_{r1} = 2$  i  $\varepsilon_{r2} = 4$ . Obliczyć:

- (a) ładunek swobodny na okładkach kondensatora.
- (b) Wartości wektorów natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$ , indukcji elektrostatycznej  $\vec{D}$  i polaryzacji elektrycznej  $\vec{P}$  w obu dielektrykach.
- (c) Napięcie na kondensatorze po włożeniu płytki.
- (d) Pojemność kondensatora z obu dielektrykami.

63. Cylindryczny kondensator próżniowy o promieniach okładek  $R$  i  $r$  i wysokości  $h$ , zorientowany pionowo, został zanurzony częściowo, do połowy swojej wysokości w cieczy o względnej przenikalności elektrycznej  $\varepsilon_r$ . Obliczyć pojemność elektryczną kondensatora.

64. Oblicz pojemność odosobnionej kulki metalowej o promieniu  $R$ .

65. Płaski kondensator naładowano do napięcia  $U_0$  i odłączono od źródła. Jak zmieni się:

- (a) napięcie na kondensatorze,
- (b) natężenie pola elektrycznego,
- (c) ładunek na okładkach,

jeżeli okładki zsuniemy na  $n$  razy mniejszą odległość?

66. Płaski kondensator połączono z biegunami akumulatora o sile elektromotorycznej  $\varepsilon$ . Jak zmieni się ładunek  $Q$  na kondensatorze, jeżeli zsuniemy okładki na  $n$  razy mniejszą odległość? Jak zmieni się wówczas natężenie pola elektrycznego?
67. Do dwóch szeregowo połączonych kondensatorów o pojemnościach  $C_1 = 100$  pF i  $C_2 = 200$  pF przyłożono stałe napięcie  $U = 300$  V. Oblicz napięcia  $U_1$  i  $U_2$  na kondensatorach i ładunki  $q_1$  i  $q_2$  na ich okładkach. Jaka jest pojemność  $C$  tego układu?
68. Płaski kondensator powietrzny, o odległości między okładkami  $d$ , naładowano ładunkiem  $Q$ .
- (a) Jak zmieni się natężenie pola elektrycznego po wprowadzeniu między okładki, równoległe do nich, metalowej płytki o grubości  $l$ ? Powierzchnie okładek i płytki wynoszą  $S$ .
  - (b) Oblicz pojemność  $C$  układu z płytką.
  - (c) Jak zmieni się napięcie między okładkami w wyniku wprowadzenia płytki?
69. Każdy z trzech kondensatorów o pojemnościach  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  naładowano do napięcia  $U$  i następnie, po odłączeniu źródła napięcia, wszystkie połączono szeregowo. Oblicz ładunki  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  na okładkach kondensatorów tak otrzymanego układu kondensatorów po zwarcu ich przewodnikiem.
70. Kondensatory o pojemnościach  $C_1$  i  $C_2$  naładowano ładunkami o tej samej wartości  $Q$ . Następnie połączono je ze sobą równoległe, w wyniku czego część ładunku przepłynęła między kondensatorami. Obliczyć wydzieloną przy tym energię.
71. Jaka praca zostanie wykonana podczas przenoszenia ładunku punktowego  $q = 2 \cdot 10^{-8}$  C z nieskończoności do punktu oddalonego o 1 cm od powierzchni kulki o promieniu  $r = 1$  cm i gęstości powierzchniowej ładunku  $\sigma = 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ ?
72. Kulka o masie 1 g i ładunku  $10^{-8}$  C przemieszcza się z punktu A o potencjale równym 600 V do punktu B o potencjale równym zeru. Jaka prędkość miała kulka w punkcie A, jeżeli w punkcie B osiągnęła ona prędkość  $0,20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ?
73. Z jaką minimalną prędkością  $v$  powinna poruszać się cząstka  $\alpha$ , aby osiągnąć powierzchnię kuli o promieniu  $r = 1$  mm, naładowanej ładunkiem dodatnim  $Q = 1$  nC? Odległość cząstki od kuli  $d \gg r$ .
74. Oblicz energię potencjalną układu utworzonego z cienkiego pierścienia o promieniu  $R$ , naładowanego równomiernie ładunkiem dodatnim z gęstością liniową  $\lambda$ , oraz ujemnego ładunku punktowego  $q$ , umieszczonego na osi pierścienia w odległości  $x$  od niego.
75. Oblicz energię pola elektrycznego zawartą w warstwie parafiny o grubości  $d$ , otaczającej naładowaną ładunkiem  $Q$  metalową kulę o promieniu  $R$ .
76. Oblicz energię oddziaływania dwóch cząsteczek wody znajdujących się w odległości  $10^{-8}$  m w przypadku, gdy momenty dipolowe molekuł są do siebie równoległe. Trwały moment dipolowy cząsteczki wody przyjąć  $\mu_e = 6,2 \cdot 10^{-30}$  Cm.

77. Jaką pracę należy wykonać, aby trwały moment dipolowy  $\mu_e = 6,2 \cdot 10^{-30}$  Cm (cząsteczka wody), ustawiony równolegle do linii pola elektrycznego o natężeniu  $10^6 \frac{V}{m}$ , obrócić do położenia antyrównoległego względem linii pola?
78. Jaką pracę należy wykonać, aby rozsunąć okładki kondensatora płaskiego ( $S = 200\text{cm}^2$ ) z odległości  $l_1 = 0,3$  cm do  $l_2 = 0,5$  cm? Rozpatrzyć dwa przypadki:
- Kondensator ładujemy do napięcia 600 V i odłączamy od źródła.
  - Kondensator jest cały czas połączony ze źródłem o stałym napięciu 600 V.
79. Płaski kondensator o pojemności  $C$  naładowano do napięcia  $U$  i odłączono od źródła. Między okładkami kondensatora znajduje się dielektryk. Jaką pracę  $W$  należy wykonać, aby usunąć dielektryk z kondensatora, jeżeli jego względna przenikalność wynosi  $\epsilon_r$ ?
80. Akumulator o sile elektromotorycznej  $\epsilon$  połączono z płaskim kondensatorem o pojemności  $C$ . Jaką pracę należy wykonać, aby z kondensatora usunąć dielektryk, jeżeli jego względna przenikalność wynosi  $\epsilon_r$ ?
81. Kondensator płaski o okładkach w kształcie kwadratu o boku 10 cm, oddalonych od siebie o 1 mm, ustawiono pionowo i zanurzone do połowy wysokości w nieprzewodzącej cieczy o gęstości  $2 \frac{g}{\text{cm}^3}$  i względnej przenikalności elektrycznej równej 2. Następnie kondensator podłączono do źródła napięcia stałego o wartości 100 V. Obliczyć, jak zmieni się poziom cieczy między okładkami. Dla ułatwienia przyjąć  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

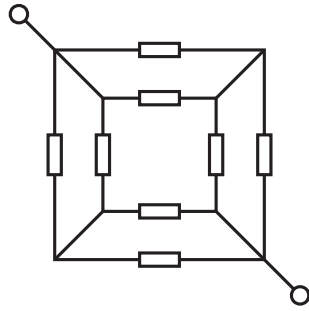
## 4 Prąd elektryczny

- Z materiału o oporze właściwym  $\rho$  wykonano rurkę o długości  $l$ , zewnętrznej średnicy  $D$  i grubości ścianek  $d$ . Obliczyć opór tak wykonanego przewodu.
- \* Na przewodzie o długości  $l$  i o przekroju kołowym o promieniu  $r$ , wykonanym z materiału o oporze właściwym  $\rho$ , wykonano zgrubienie w postaci kuli o promieniu  $2r$ . Obliczyć opór przewodu. Wskazówka:
 
$$\int \frac{1}{4r^2 - x^2} dx = \frac{1}{4r} \ln \frac{2r + x}{2r - x} + C$$
- W przewodzie miedzianym o przekroju  $1\text{mm}^2$  płynie prąd o natężeniu  $1\text{ A}$ . Wiedząc, że miedź ma gęstość  $8920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , masa molowa miedzi wynosi  $64$  i zakładając, że w paśmie przewodnictwa znajduje się po jednym elektronie od każdego z atomów, obliczyć prędkość dryfu ładunku.
- Opór właściwy miedzi wynosi  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ . Obliczyć ruchliwość  $\mu$  elektronów w miedzi.
- Obliczyć opór przewodu miedzianego o przekroju  $1\text{ mm}^2$  i długości  $60\text{ m}$ . Jaka moc wydzieli się na tym oporze, jeżeli płynie przez niego prąd o wartości  $1\text{ A}$ ?
- Ciepło właściwe wody wynosi  $4187 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ . Jaki opór musi mieć grzałka czajnika, aby przy napięciu  $230\text{ V}$  doprowadzić w czasie  $5\text{ minut}$  do wrzenia  $1\text{ kg}$  wody o temperaturze początkowej  $20^\circ\text{C}$ ?
- Źródło napięciowe o sile elektromotorycznej  $\varepsilon$  i oporze wewnętrznym  $r$  zostało obciążone oporem  $R$ . Obliczyć: prąd płynący w obwodzie, moc pobieraną ze źródła, moc traconą na oporze wewnętrznym, moc wydzielaną na odbiorniku, sprawność energetyczną układu.
- Dla jakiej wartości oporu obciążenia  $R$ , moc wydzielana w odbiorniku będzie największa?
- Silnik elektryczny prądu stałego jest zasilany napięciem  $U = 12\text{ V}$ . Przez uzwojenie silnika płynie prąd  $I$  o natężeniu  $100\text{ mA}$ . Na oś silnika nawinięty jest sznurek, na którego końcu wisi ciężarek o masie  $m = 400\text{ g}$ . Obliczyć prędkość, z jaką ciężarek jest wciągany przez silnik. Sprawność układu wynosi  $\eta = 80\%$ .
- Tramwaj elektryczny o masie  $m = 18000\text{ kg}$  jest zasilany na pięciem stałym  $U = 600\text{ V}$ . Tramwaj porusza się ze stałą prędkością  $36\text{ km/h}$  po poziomym, płaskim odcinku toru. Współczynnik tarcia tocznego kół na torowisku wynosi  $0,02$ . Zakładając stuprocentową sprawność układu napędowego, obliczyć prąd płynący przez silnik pojazdu. Pominąć opory aerodynamiczne. Dla uproszczenia przyjąć  $g = 10\text{ N/kg}$ .
- Obliczyć opór zastępczy.

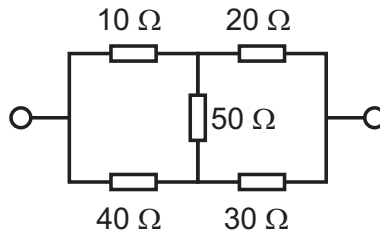
(a) Wszystkie opory są jednakowe i mają wartość  $60\ \Omega$ .



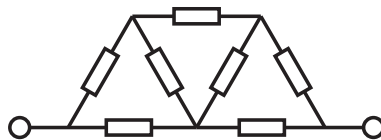
(b) Wszystkie opory są jednakowe i mają wartość  $40\ \Omega$ .



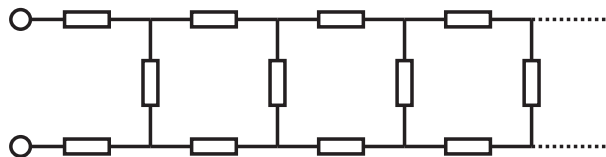
(c) Skorzystać z przekształcenia trójkąt-gwiazda.



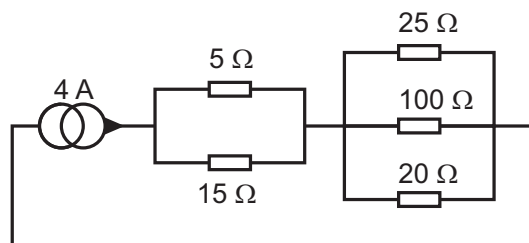
(d) Wszystkie opory są jednakowe i mają wartość  $70 \Omega$ .



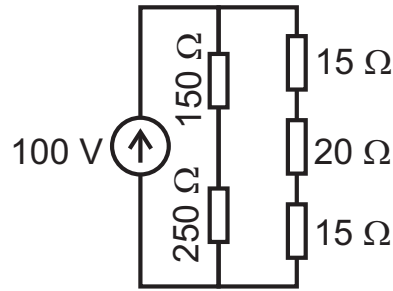
(e) Nieskończona drabinka oporników. Wszystkie opory są jednakowe i mają wartość  $R$ .



12. Znaleźć prądy płynące w poszczególnych gałęziach obwodu.

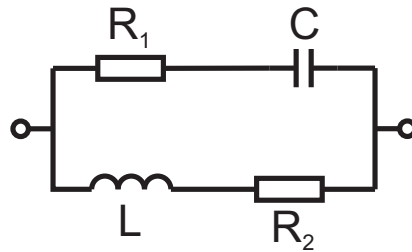


13. Znaleźć potencjały w poszczególnych punktach obwodu.

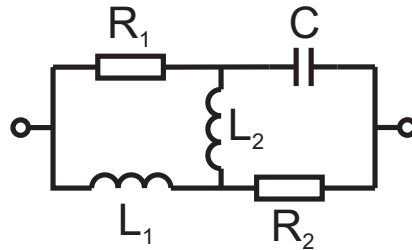


14. Znaleźć impedancję zastępczą układu. Wynik przedstawić w postaci algebraicznej i wykładniczej (wykładnik w radianach oraz w stopniach). Obliczyć rezystancję i reaktancję.

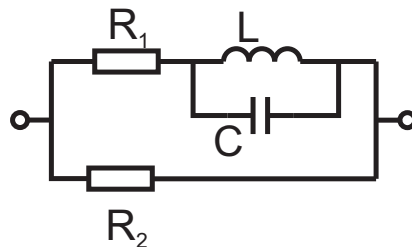
(a)  $R_1 = 1000\Omega$ ,  $R_2 = 2000\Omega$ ,  $L = 1\text{H}$ ,  $C = 1\mu\text{F}$ ,  $\omega = 1000\text{s}^{-1}$



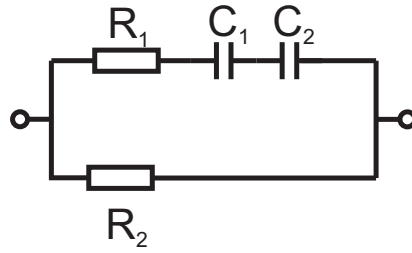
(b)  $R_1 = 1000\Omega$ ,  $R_2 = 2000\Omega$ ,  $L_1 = 1\text{H}$ ,  $L_2 = 100\text{mH}$ ,  $C = 500\text{nF}$ ,  $\omega = 2000\text{s}^{-1}$



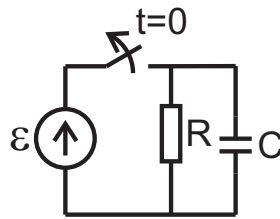
(c)  $R_1 = 3000\Omega$ ,  $R_2 = 2500\Omega$ ,  $L = 0,5\text{H}$ ,  $C = 500\text{nF}$ ,  $\omega = 2000\text{s}^{-1}$



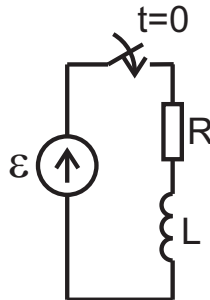
(d)  $R_1 = 3000\Omega$ ,  $R_2 = 2500\Omega$ ,  $C_1 = 500\text{nF}$ ,  $C_2 = 1,5\mu\text{F}$ ,  $f = 2000\text{Hz}$



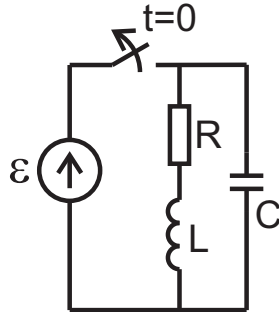
15. Obliczyć i wykreślić przebieg czasowy napięcia na kondensatorze oraz prądu płynącego przez opornik.



16. Obliczyć i wykreślić przebieg czasowy prądu płynącego przez cewkę.  $\varepsilon = 5\text{V}$ ,  $R = 100\Omega$ ,  $L = 5\text{H}$



17. Obliczyć i wykreślić przebieg czasowy napięcia na kondensatorze oraz prądu płynącego przez cewkę. Rozważyć następujące przypadki:
- (a)  $\varepsilon = 10\text{V}$ ,  $R = 2000\Omega$ ,  $L = 1\text{H}$ ,  $C = 1\mu\text{F}$
  - (b)  $\varepsilon = 20\text{V}$ ,  $R = 100\Omega$ ,  $L = 1\text{H}$ ,  $C = 8\mu\text{F}$
  - (c)  $\varepsilon = 5\text{V}$ ,  $R = 1000\Omega$ ,  $L = 1\text{H}$ ,  $C = 40\mu\text{F}$



18. Kondensator o pojemności  $C$  naładowano do napięcia  $U$ , a następnie jego okładki zwarto poprzez opornik o oporze  $R$ . Po jakim czasie  $\Delta t$  od zamknięcia obwodu, napięcie między okładkami kondensatora zmaleje do  $\frac{U}{2}$ ?
19. Kondensator o pojemności  $1\text{ nF}$  naładowano do napięcia  $1\text{ V}$ . Następnie kondensator podłączono do opornika  $1\text{ k}\Omega$ . Obliczyć, po jakim czasie ładunek na kondensatorze będzie miał wartość jednego ładunku elementarnego.
20. Obwód elektryczny szeregowy  $RLC$  składa się z połączonych szeregowo opornika  $R = 10\Omega$ , kondensatora  $C = 1\text{ nF}$  i cewki  $L = 100\mu\text{H}$  oraz źródła napięcia przemiennego o amplitudzie  $1\text{ V}$  i zmiennej częstotliwości  $f$ . Znaleźć zależność między wartością skuteczną płynącego w obwodzie prądu a częstotliwością. Wynik przedstawić graficznie. Znaleźć:
- (a) częstotliwość rezonansową obwodu,
  - (b) współczynnik dobroci obwodu,
  - (c) szerokość rezonansu na wysokości  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  maksimum.

## 5 Pole magnetyczne

1. Przewodząca ramka w kształcie trzech boków kwadratu jest zawieszona na swoich końcach i umieszczona w polu magnetycznym o wektorze indukcji  $\vec{B}$  zorientowanym pionowo. Masa ramki wynosi  $m$ . Przez ramkę płynie prąd o natężeniu  $I$ . Obliczyć kąt, jaki ramka tworzy z pionem.
2. Proton porusza się w jednorodnym polu magnetycznym o wektorze indukcji  $\vec{B}$  prostopadłym do kierunku ruchu. Obliczyć okres  $T$  ruchu protonu.
3. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  znajduje się prostoliniowy przewód, przez który płynie prąd  $I$ . Przewód jest zorientowany wzdłuż linii pola magnetycznego. Obliczyć siłę działającą na przewód.
4. Elektron porusza się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  po linii śrubowej o promieniu  $R$  i skoku  $h$ , wyznaczyć wartość prędkości elektronu.
5. Elektron o energii kinetycznej  $E$  wlatuje w jednorodne pole magnetyczne o indukcji  $B$ . Oblicz promień okręgu, po którym będzie krążył elektron w tym polu. Wektor prędkości elektronu  $\vec{v}$  jest prostopadły do wektora  $\vec{B}$ . Jaka będzie częstotliwość obiegu elektronu po orbicie? Z badać, jak zależy częstotliwość obiegu elektronu po orbicie od jego energii kinetycznej.
6. Znaleźć indukcję pola magnetycznego w odległości  $r$  od nieskończonego długiego przewodnika walcowego o promieniu przekroju poprzecznego  $a$  w którym płynie prąd  $I$ .
7. Wyznaczyć indukcję pola magnetycznego wytworzonego przez prąd o natężeniu  $I$  płynący przez nieskończonego długiego przewodnika zgięty pod kątem prostym:
  - (a) w punkcie A leżącym w płaszczyźnie przewodnika odległym od jego końca o odległość  $h$ , na przedłużeniu jednego z ramion przewodnika
  - (b) w punkcie C odległym o  $h$  od osi przewodnika, leżący pod kątem  $\alpha$  do osi jednego z ramion przewodnika.
8. Obliczyć indukcję pola magnetycznego na osi pierścienia o promieniu  $R$ , przez który płynie prąd o natężeniu  $I$ .
9. Jednorodnie naładowana ładunkiem  $Q$  cienka tarcza o promieniu  $R$ , obraca się z prędkością kątową  $\omega$  dookoła swojej osi. Znaleźć wartość indukcji pola magnetycznego w jej geometrycznym środku.
10. W kwadratowej ramce o boku  $2a$  płynie prąd o wartości  $I$ . Znaleźć indukcję pola magnetycznego w środku tak powstałego dipola oraz jego moment dipolowy.
11. Dwa zwoje drutu o promieniu  $R$  są oddalone o  $d$  tak, że ich osie symetrii się pokrywają. W solenoidach płyną prądy  $I$  w tym samych kierunkach. Wyznaczyć wartość indukcji pola magnetycznego na osi łączącej obydwa zwoje w zależności od odległości pomiędzy zwojami.
12. Dany jest jednorodny pierścień o promieniu  $r$  i oporze  $R$ . W dwóch dowolnych punktach A i B tego pierścienia przyłączono dwa długie przewody, tak by ich kierunki tworzyły przedłużenia promieni tego pierścienia, zasilane ze źródła o napięciu  $U$ . Obliczyć indukcję magnetyczną w środku pierścienia.

13. Wzdłuż osi cienkościennej rury biegnie prostoliniowy przewód. Prąd  $I$  płynący w rurze wraca przewodem do źródła. Wyznaczyć wielkość indukcji pola magnetycznego jako funkcję odległości od środka rury.
  14. \* W taśmie metalowej o szerokości  $a$  i grubości  $d$  płynie prąd  $I$ . Taśma znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$ . Obliczyć różnicę potencjałów między brzegami taśmy, jeżeli wiadomo, że w jednostce objętości materiału z jakiego zrobiona jest taśma, znajduje się  $n$  elektronów na jednostkę objętości.
  15. Cienki magnes sztabowy o masie  $m$  i długości  $l$  jest podparty w środku masy. Magnetyczny moment dipolowy magnesu wynosi  $\mu_m$ . Magnes umieszczono w polu magnetycznym o wektorze indukcji  $B$ . Obliczyć częstotliwość małych drgań wykonywanych przez magnes w tym polu.
  16. Transformator o 10000 zwojów w uzwojeniu pierwotnym i 1000 zwojów w uzwojeniu wtórnym podłączono do sieci o napięciu skutecznym 230 V. Do uzwojenia wtórnego podłączono żarówkę o mocy 10 W. Pomijając straty transformatora, znaleźć prądy w uzwojeniu pierwotnym i wtórnym, opór żarówki oraz opór widziany z zacisków uzwojenia pierwotnego.
  17. Do uzwojenia pierwotnego o 100 zwojach w transformatorze podłączono baterię o napięciu 12 V. Obliczyć napięcie na uzwojeniu wtórnym o 500 zwojach.
  18. Przez dwa jednakowe, współosiowe pierścienie o promieniu  $R$  płynie prąd  $I$  (w tym samym kierunku). W jakiej odległości od siebie należy umieścić pierścienie, aby pole magnetyczne w punkcie leżącym na ich osi w równych odległościach od obu pierścieni, było (prawie) jednorodne?
  19. Przez dwa jednakowe, współosiowe pierścienie o promieniu  $R$  płynie prąd  $I$  (w przeciwnych kierunkach). W jakiej odległości od siebie należy umieścić pierścienie, aby pole magnetyczne w punkcie leżącym na ich osi w równych odległościach od obu pierścieni, zmieniało się (prawie) liniowo z położeniem?
  20. Wyznaczyć wartość indukcji pola magnetycznego wewnątrz nieskończonego solenoidu, w którym na jego długość  $l$  przypada  $N$  ciasno ułożonych zwojów w których płynie prąd  $I$ .
  21. Cewka o średnicy  $D$ , długości  $l$  i liczbie zwojów  $N$  została wykonana z przewodu o średnicy  $d$  zbudowanego z materiału o oporze właściwym  $\rho$ . Obliczyć indukcyjność  $L$  cewki i jej opór  $R$ . Wyznaczyć stałą czasową  $\tau$  tej cewki.
  22. Przez długą cewkę o długości  $l$ , średnicy  $d$  i liczbie zwojów  $N$  płynie prąd o natężeniu  $I$ . Na cewkę nasunięto okrągły pierścień o średnicy  $D$  nieznacznie większej od średnicy cewki. Obliczyć strumień indukcji pola magnetycznego przechodzącego przez pierścień.
  23. Wyznaczyć wartości gęstości energii pola magnetycznego wewnątrz nieskończonego solenoidu o promieniu  $R$ , gęstości liniowej zwojów  $n$ , przez który płynie prąd  $I$ .
  24. Obliczyć gęstość energii zgromadzonej w polu magnetycznym wokół:
    - (a) prostoliniowego przewodnika z prądem
    - (b) długiego solenoidu
- Dla solenoidu dodatkowo obliczyć całkowitą energię zgromadzoną w tym polu.

25. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 1 mT obraca się ruchem jednostajnym cienki pierścień o promieniu 1 cm. Oś obrotu jest prostopadła do pola magnetycznego i leży w płaszczyźnie pierścienia. Okres obrotu wynosi 1 s. Obliczyć amplitudę indukowanej w pierścieniu siły elektromotorycznej.
26. Proton porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym w krzyżujących się pod kątem prostym jednorodnych polach elektrycznym o natężeniu  $E$  i magnetycznym o indukcji  $B$ . Znaleźć wektor prędkości protonu.
27. Pręt o długości  $l$  i masie  $m$  położono na dwóch równoległych szynach nachylonych pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Szyny znajdują się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$ , zorientowanym pionowo. Znaleźć prędkość ruchu pręta w przypadku gdy szyny nie są połączone oraz w przypadku, gdy szyny są zwarte na jednych końcach oporem  $R$ . Przyjąć, że pręt może ślizgać się bez tarcia oraz że opór pręta i szyn można pominąć.
28. Na dwóch równoległych, poziomych szynach położono pręt o oporze  $R$ , długości  $l$  i masie  $m$ . Szyny są połączone ze źródłem napięcia  $U$  i znajdują się na całej swojej długości w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  zorientowanym pionowo. Współczynnik tarcia pręta o szyny wynosi  $\mu$ . Jaka będzie maksymalna prędkość pręta?
29. Dwie równoległe, poziome szyny są połączone kondensatorem o pojemności  $C$ . Na szynach położono pręt o długości  $l$  i masie  $m$ . Z jakim przyspieszeniem  $a$  będzie poruszał się pręt, jeżeli działa na niego zewnętrzna siła pozioma  $F$  oraz jednorodne, pionowe pole magnetyczne  $B$ .
30. Przez ramkę w kształcie okręgu o promieniu  $R$  płynie prąd o natężeniu  $I$ . Ramka jest umieszczona w zewnętrznym, jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  zorientowanym tak, że linie pola leżą w płaszczyźnie ramki. Obliczyć wartość momentu siły działającego na ramkę.
31. Znaleźć potencjał wektorowy wokół nieskończonego, liniowego przewodnika z prądem.
32. Znaleźć potencjał wektorowy jednorodnego pola magnetycznego.
33. W pobliżu pewnej żarówki natężenie światła żółtego wynosi  $I = 0,01 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Oblicz natężenie pola elektrycznego tej fali.
34. Laser wytwarza impuls światła o energii  $E_m = 1$  J i czasie trwania  $t = 500$  ns. Oblicz średnią wartość natężenia pola elektrycznego fali świetlnej, jeżeli przekrój wiązki wynosi  $S = 1\text{cm}^2$ .
35. Samolot o rozpiętości skrzydeł 20 m porusza się w prędkością  $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Pionowa składowa pola magnetycznego Ziemi wynosi  $20 \mu\text{T}$ . Obliczyć różnicę potencjałów pomiędzy końcami skrzydeł samolotu.
36. W nieskończenie długim, prostoliniowym przewodzie płynie prąd o natężeniu 1 A. Prostopadle do przewodu umieszczony jest pręt od długości 1 m, którego jeden koniec znajduje się w odległości 1 m od przewodu, a drugi w odległości 2 m. Pręt porusza się z prędkością  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  wzdłuż przewodu. Obliczyć wyindukowaną różnicę potencjałów między końcami pręta.
37. W nieskończenie długim, prostoliniowym przewodzie płynie prąd przemienny o natężeniu skutecznym 1 A i częstotliwości 50 Hz. W pobliżu przewodu znajduje się kwadratowa ramka o boku 1 m ułożona tak, że dwa boki ramki są równoległe do przewodu i znajdują się w odległościach odpowiednio 1 m i 2 m od niego. Obliczyć wartość skuteczną siły elektromotorycznej indukującej się w ramce.

38. W nieskończenie długim, prostoliniowym przewodzie płynie prąd o natężeniu  $I$ . W odległości  $r$  od przewodu znajduje się elektron poruszający się w kierunku równoległym do przewodu z prędkością  $v$ . Obliczyć przyspieszenie elektronu. Rozwiązać zadanie w układzie odniesienia związanym z elektronem.