

Pytania na kolokwium

**Zadanie 1.** Oblicz iloczyn skalarny wektorów o danych długościach i kątach pomiędzy nimi

$$|a| = \frac{3}{5}, \quad |b| = \frac{11}{8}, \quad \varphi = \frac{2}{3}\pi \quad (1)$$

$$|a| = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad |b| = \frac{7}{\sqrt{2}}, \quad \varphi = \frac{7}{6}\pi \quad (2)$$

$$|a| = \frac{1}{2}, \quad |b| = \frac{\pi}{3}, \quad \varphi = \frac{7}{4}\pi \quad (3)$$

$$|a| = 2, \quad |b| = \frac{e}{\log_2(16)}, \quad \varphi = \pi \quad (4)$$

**Zadanie 2.** Oblicz składowe prostopadłe i równoległe do wektora  $\vec{c}$ .

$$a = (1, -\frac{\sqrt{2}}{3}, 0) \quad b = (-1, \frac{1}{2}, -2) \quad c = (0, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \quad (5)$$

$$a = (2, \frac{7}{5}, -0.35) \quad b = (-0.25, \frac{\sqrt{3}}{2}, 6) \quad c = (2, -\frac{1}{5}, \frac{3}{8}) \quad (6)$$

$$a = (-0.3, -\sqrt{2}, \frac{1}{9}) \quad b = (-\frac{3}{2}, \frac{1}{\sqrt{8}}, 3) \quad c = (-1, -2.5, \frac{1}{7}) \quad (7)$$

$$a = (13, 1 - \frac{3}{\sqrt{3}}, \pi - e) \quad b = (2.3, \log_3 81, \frac{2}{3.5}) \quad c = (1, 2, \sqrt{5}) \quad (8)$$

$$a = (0.04, -0.(9), 0) \quad b = (-1 + \frac{2}{5}, p, 1) \quad c = (3, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad (9)$$

$$a = (-1, 3!, 2) \quad b = (\frac{1}{1-\frac{3}{4}}, -0.45, 0) \quad c = (-1, \sqrt{2}, \frac{2}{\sqrt{2}}) \quad (10)$$

**Zadanie 3.** Dla jakich wartości parametru  $p$  wektory są liniowo niezależne.

$$a = (1, -\frac{2}{3}, 0) \quad b = (-1, \frac{1}{2}, -2) \quad c = (0, p, \frac{1}{2}) \quad (11)$$

$$a = (2, \frac{7}{5}, -0.35) \quad b = (-0.25, p, 6) \quad c = (2, -\frac{1}{5}, p) \quad (12)$$

$$a = (0, -2p, \frac{1}{9}) \quad b = (-\frac{3}{2}, \frac{p}{2}, 3) \quad c = (-1, 1, \frac{1}{7}) \quad (13)$$

$$a = (-1, 2, p) \quad b = (\frac{1}{2}, 3, p) \quad c = (1, 2, 0) \quad (14)$$

$$(15)$$

**Zadanie 4.** Oblicz następujące granice w punkcie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - \frac{3}{x})^x}{e} \quad (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\frac{3}{4}x)}{2x} \quad (17)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4x} \quad (18)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2 - 8x + 16} \quad (19)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8x^3 - 36x^2 - 27 + 54x}{2x - 3} \quad (20)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + 2x^2 - x^3 - 7x + 1}{(3x^2 - x + 1)^2} \quad (21)$$

**Zadanie 5.** Oblicz pochodną funkcji  $f(x)$  z definicji

$$f(x) = \sin x \quad (22)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad (23)$$

$$f(x) = x^2 - x + 1 \quad (24)$$

$$f(x) = e^{x+1} \quad (25)$$

$$f(x) = \ln x^2 \quad (26)$$

$$f(x) = 3^x \quad (27)$$

**Zadanie 6.** Oblicz pochodną danych funkcji

$$y = \sin(\tan(x^2 - 1)) \quad (28)$$

$$y = \arcsin(x^2 - ae^x) \quad (29)$$

$$y = \arctan(\ln \sqrt{x}) \quad (30)$$

$$y = \cos^2\left(\arccos\left(\ln(x^2 - 3x + 1)\right)\right) \quad (31)$$

$$y = \frac{\sqrt{x}(\cos^x(5))}{1 - x^2} \quad (32)$$

**Zadanie 7.** Oblicz drugą pochodną funkcji

$$y = \frac{\cos x - \sin x + x^2}{x^2 - \sqrt{x}} \quad (33)$$

$$y = a^x \arctan(x + 1) \quad (34)$$

$$y = \log_3(x) \frac{1 - x^2}{\sin(x)} \quad (35)$$

$$y = x^{\sin(x)} \quad (36)$$

**Zadanie 8.** Znajdź ekstrema (określ czy jest to minimum czy maksimum) i punkty przegięcia funkcji.

$$y = e^{-x} \sin x \quad (37)$$

$$y = (x-1) \frac{e}{x^2+1} \quad (38)$$

$$y = e^{-x^2+1} x \quad (39)$$

$$y = \frac{x-3x^2}{x^2-4x+4} \quad (40)$$

**Zadanie 9.** Oblicz pochodne cząstkowe po wszystkich zmiennych występujących w funkcji.

$$f(x, y, z) = x^y + z^x + y^z \quad (41)$$

$$f(x, y, z) = (xyz)^x \quad (42)$$

$$f(x, y, z) = \frac{\sin(xy) + z}{xyz - 1} \quad (43)$$

$$f(x, y, z) = x^x \arctan z \quad (44)$$

$$f(x, y, z) = \sqrt{\arcsin x + \ln(\arccos zy)} \quad (45)$$

**Zadanie 10.** Oblicz różniczkę zupełną funkcji

$$f(x, y, z) = x^{\sqrt{y}} z \quad (46)$$

$$f(x, y, z) = ye^x - z^y \quad (47)$$

$$f(x, y, z) = \tan(x+y) - \sin(y+z) \quad (48)$$

**Zadanie 11.** Oblicz przybliżoną wartość wyrażenia

$$z = \sqrt{(3.1)^2 + (4.2)^2} \quad (49)$$

$$z = \frac{2.01 \cdot 1.03}{(2.01)^2 - (1.03)^2} \quad (50)$$