

Pytania egzaminacyjne z Teorii Ciała Stałego

1. Pokaż, że relacja sprzężenia (równoważności) między elementami grupy jest symetryczna.
2. Ile elementów ma grupa obrotów R (grupa symetrii kuli)?
3. Definicja pierwszej strefy Brillouina.
4. Wymień wszystkie sieci Bravais w dwóch wymiarach.
5. Obroty o jakie kąty mogą stanowić elementy grup punktowych, będących grupami symetrii dyskretnej grupy wektorów translacji?
6. Jakie typy sieci istnieją w układzie krystalograficznym regularnym?
7. Grupa O (obrotów sześcianu) ma 24 elementy w 5-ciu klasach. Ile i o jakich wymiarach ma ta grupa reprezentacji nieredukowalnych?
8. Hamiltonian H komutuje z operatorami g , grupy symetrii G, danego układu fizycznego, $[H, g]=0$. Jeśli wiadomo, że wśród nieprzywiedlnych reprezentacji grupy G są reprezentacje 2-wymiarowe, to co można powiedzieć o niektórych poziomach energetycznych (wartościach własnych H) tego układu?
9. Istota przybliżenia jednoelektronowego
10. W jakiej postaci przybliżamy funkcję falową układu N-elektronów w metodzie Hartree-Focka? Nazwij wszystkie użyte oznaczenia.
11. Jakie są wartości własne operatora T_R translacji o wektor R; Jaka liczba kwantowa numeruje kolejne wartości własne T_R ?
12. Dlaczego w modelu prawie swobodnych elektronów dla stanów o wartościach k na granicy IBZ nie możemy stosować zwykłego rachunku zaburzeń do II-go rzędu ?
13. Ile-wymiarowa będzie macierz hamiltonianu w metodzie ciasnego wiązania jeśli w komórce elementarnej mamy 2 atomy a baza orbitali atomowych na każdym węźle atomowych składać się będzie z 3 funkcji (np. p_x, p_y, p_z) ?
14. Jak dla małych wychyleń drgają atomy w modzie optycznym, dla jednowymiarowej sieci z dwoma atomami o różnych masach M i m w komórce elementarnej?
15. W kryształach wzbudzono n_1 fononów w modzie $\omega_1(k)$ i n_2 fononów w modzie $\omega_2(k)$. Jaka jest energia drgań sieci tego kryształu?
16. Co to znaczy, że człon wymienny w równaniach Focka jest *nielokalny*? Na czym polega przybliżenie Slatera (tzn. czym zastępuje się nielokalny potencjał wymienny)?

17. Jak gęstość gazu elektronów swobodnych zależy od k_F .
18. Jakie wartości może przyjmować wektor falowy dla jednowymiarowej sieci o stałej sieci równej „a”, jeśli narzucimy periodyczne (von Karmana) warunki brzegowe na funkcję falową na brzegach ‘pułta’ o długości N węzłów?
19. W metodzie „dołączonych fal płaskich”, przybliżonej funkcji opisującej stany pojedynczych elektronów w kryształach szuka się w postaci $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} b_{\mathbf{g}} \phi_{\mathbf{k}+\mathbf{g}}(\mathbf{r})$, \mathbf{g} – wektory sieci odwrotnej. Jaką postać postuluje się dla funkcji $\Phi_{\mathbf{k}+\mathbf{g}}(\mathbf{r})$ i dlaczego?
20. W metodzie „ortogonalizowanych fal płaskich” funkcji poszukuje się w postaci $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} b_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{k}+\mathbf{g}}(\mathbf{r})$. Czym są funkcje $\chi_{\mathbf{k}+\mathbf{g}}(\mathbf{r})$?
21. Od czego pochodzi nazwa metody $\mathbf{k}\mathbf{p}$?
22. Elektron swobodny opisany falą płaską $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ rozproszył się na drgającej sieci krystalicznej. Po zderzeniu stan elektronu opisuje fala płaska $\exp(i\mathbf{k}'\mathbf{r})$, $|\mathbf{k}'| > |\mathbf{k}|$ i $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{q}$, gdzie \mathbf{q} to wektor falowy fononu o energii $\hbar\omega(\mathbf{q})$. Jaki proces opisuje powyższa równość? Czy jest to proces elastyczny czy nieelastyczny?
23. Co to jest efekt izotopowy w nadprzewodnictwie?
24. Jakie doświadczenie sugeruje, że w metalach nadprzewodzących, poniżej temperatury krytycznej T_c , musi istnieć przerwa energetyczna wokół poziomu Fermiego?
25. Jaka relacja między elementami grupy dzieli grupę na rozłączne klasy?
26. Definicja obrotu zwierciadlanego S_n .
27. Wymień elementy grupy C_{2h} ; czy grupa ta jest abelowa? Czy zawiera inwersję?
28. Jak zbudować macierze pewnej reprezentacji danej grupy, znając funkcje bazowe tej reprezentacji $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$. Ile wymiarowe będą te macierze?
29. Kiedy dana reprezentacja jest przywiedlna?
30. Jaki związek istnieje pomiędzy rzędem grupy, a wymiarami wszystkich jej nieredukowalnych reprezentacji?
31. Relacja ortogonalności charakterów pomiędzy klasami. Nazwij wszystkie oznaczenia i wielkości pojawiające się w tej relacji ortogonalności.

32. Jaką funkcję można wybrać jako funkcję bazową trywialnej reprezentacji jednostkowej dla dowolnej grupy?
33. Ilo wymiarowe są nieredukowalne reprezentacje grupy translacji i dlaczego?
34. Pewna abelowa grupa ma 3 elementy. Ile wymiarowe będą reprezentacje tej grupy? Zbuduj możliwą tabelę charakterów.
35. Dana reprezentacja D grupy przestrzennej G , jest redukowalna ze względu na jej podgrupę translacji GT . Wymiar D jest N . Jak wyglądają macierze tej reprezentacji, reprezentujące translacje o wektor a ? Co nazywamy gwiazdą tej reprezentacji?
36. Definicja grupy wektora falowego.
37. Ile elementowa (i jakie to są elementy) jest grupa wektorów falowych z linii Δ (w I BZ) płaskiej sieci kwadratowej?
38. Jak ukierunkowane są orbitale zhybrydyzowane sp^3 ? Wiązania w jakich sieciach krystalicznych mogą one opisywać?
39. Grupa symetrii węglowej nanorurki chiralnej (n,m) , mającej $2N$ atomów węgla w komórce elementarnej.
40. Jak wyglądają relacje dyspersyjne $\omega(k)$ dla jednowymiarowej struny a) w modelu ośrodka ciągłego, b) w modelu „dyskretnym” z jednym atomem w komórce elementarnej.