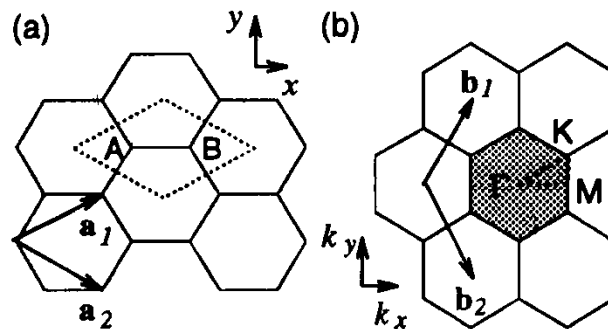


Grafit i nanorurki węglowe

Grafen – sieć rombowa (heksagonalna) z bazą dwuatomową
 - dwie przenikające się sieci rombowe



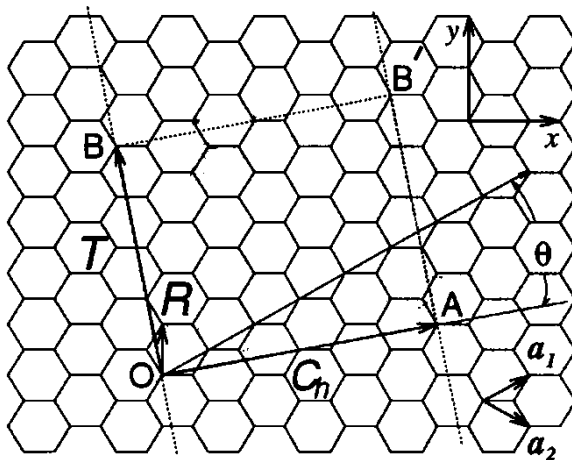
$$a_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{a}{2}\right), \quad a_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{a}{2}\right) \quad a = (a_{c-c}) \times (3)^{1/2}$$

wektory bazowe sieci odwrotnej definiuje się nieco inaczej niż w 3D :
 musi zachodzić tylko $(a_i, b_j) = 2\pi\delta_{ij}$

grupą symetrii jest: C_{6v} a ogólniej D_{6h} ,
 grupa jest symorficzna (O w środku komórki sześciokątnej)

nanorurki (jednościenne)

zwinęte paski arkusza grafenu
 (węzły sieciowe – Bravais – i węzły podsieci)



jednoznacznie definiuje się przez zadanie wektora chiralnego
 = wektora obwodu C_h ,

C_h – można przedstawić w bazie wektorów bazowych grafemu
 (*)

$$C_h = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \quad (n,m), \quad 0 \leq |m| \leq n$$

średnica $d_t = L/\pi$, $L = |C_h| = \sqrt{C_h \cdot C_h} = a\sqrt{n^2 + m^2 + n \cdot m}$

T – wektor translacji

(**)

$$T = t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2$$

Jest to wektor translacji nanorurki (1D).

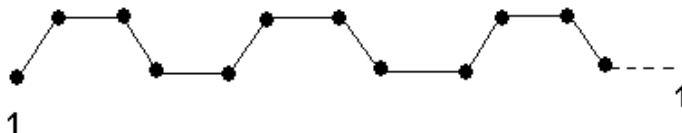
Z faktu, że $T \cdot C_h = 0$, t_1 i t_2 - nie mogą mieć wspólnego
 dzielnika, [jest to najkrótszy wektor o własności (**)]
 wynika, że

$$t_1 = (2m+n)/dr, \quad t_2 = -(2n+m)/dr,$$

dr – najw.wsp.podz. $(2m+n)$ i $(2n+m)$

nanorurki fotelowe (armchair) (n,n)

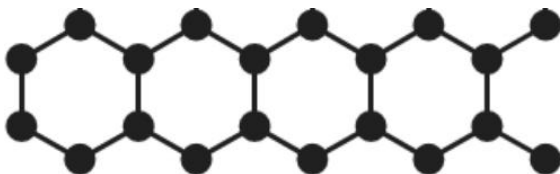
komórka elementarna



.. ta jest (3,3) , $4n$ – atomów w u.c. tzn. 6 grafenowych u.c.

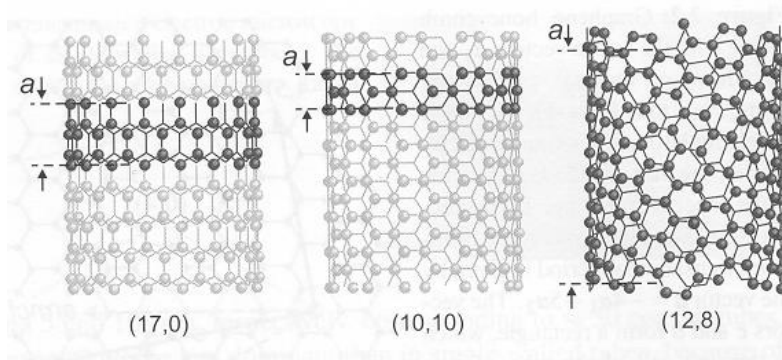
nanorurki zygzakowate (zig-zag) (n,0)

komórka elementarna (tu 5,0)



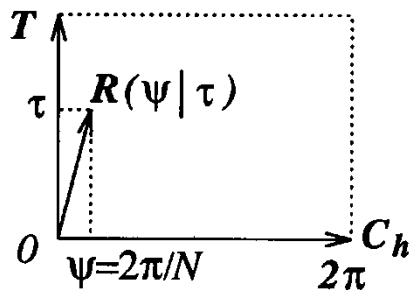
nanorurki – sieci kwazi-1D z bazą (na ogół bardzo dużą)

nanorurki chiralne , $n \neq m$



Wektor symetrii \mathbf{R}

\mathbf{R} – do najbliższego węzła sieciowego (tej samej podsieci)



wektor \mathbf{R} oznacza operację symetrii:

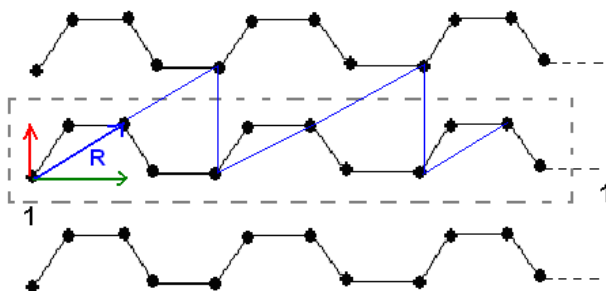
- obrót wokół osi nanorurki o kąt $\psi = 2\pi/N$,
 N – ilość atomów jednej podsieci w kom. el. nanorurki
 $2N$ - ilość atomów w kom. elementarnej nanorurki

- translacja o wektor τ

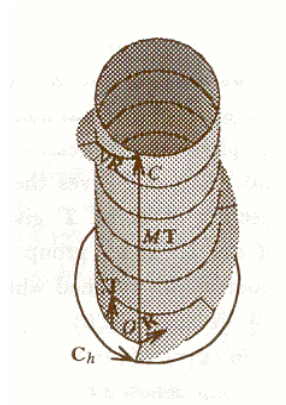
τ - nie jest wektorem sieciowym grafenu ani wektorem $n\mathbf{T}$

wielokrotne wykonanie \mathbf{R} (zaczynając od jednego atomu w komórce elementarnej nanorurki), wygeneruje wszystkie atomy „sieciowe” w tej komórce

np.: (3,3)



oczywiście $\mathbf{NR} = \mathbf{C}_h + \mathbf{MT}$, i można pokazać, że $M=np-mq$,
gdzie p i q to współrzędne \mathbf{R} w układzie (a_1, a_2)



kolejne operacje: $(\psi|\tau)$, $(\psi|\tau)^2$, $(\psi|\tau)^3$, ..., $(\psi|\tau)^N = E$,

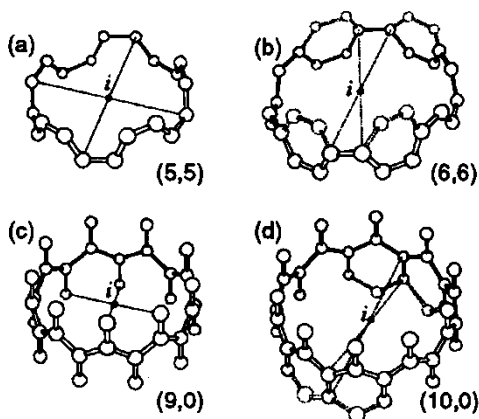
tworzą cykliczną grupę abelową oznaczaną C_N .

... N - liczba komórek grafenu w komórce element. nanorurki...

$$\text{z def. } N = \frac{|\mathbf{C}_h \times \mathbf{T}|}{|\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|} = \frac{2(m^2 + n^2 + nm)}{d_R}$$

nanorurki fotelowe i zygzakowate mają:

- oś n -krotną C_n ,
- n osi 2-krotnych (albo przecinających wiązanie C-C, albo
środek sześciangu)
- to razem daje D_n ,
- poza tym mają środek inwersji



ich punktową grupą symetrii jest $D_n \times C_i$

ale rezultat tego iloczynu zależy od parzystości n
i ostatecznie

$$\begin{aligned} G &= D_{nh} & - & \quad n=2j \\ G &= D_{nd} & - & \quad n=2j+1 \end{aligned}$$

przypomnienie:

...w grupie D_{nd} nie istnieje samodzielnie element σ_h a tylko iloczyn $u_2 \sigma_h$ dodane do elementów D_n ...

nanorurki chiralne

- Jeśli n, m - nie mają wspólnego dzielnika to jedynymi operacjami i symetrii są operacje śrubowe $(\psi|\tau)$ czyli grupa abelowa C_N ,
- Jeśli n, m mają wspólny dzielnik d to nanorurka jest niezmiennicza przy obrotach o C_d , i ostateczną grupą symetrii jest $C_N = C_d \times C_{N/d}$

Sieć odwrotna i IBZ

Dla jednowymiarowego układu jakim jest C_N , IBZ też musi być jednowymiarowa,
ale formalnie mamy „periodyczność” także w kierunku C_h ...
tzn. periodyczne warunki brzegowe w tym kierunku ...

„formalnie” dwa wektory sieci odwrotnej K_1 i K_2

podobnie jak dla grafenu mamy komórkę elementarną zdefiniowaną przez a_1 i a_2 i odpowiadające wektory sieci odwrotnej b_1 i b_2 , to dla „komórki” zdefiniowanej poprzez wektory C_h i T mamy dwa wektory sieci odwrotnej K_1 i K_2 :

K_1 - związany z „periodycznością” w C_h

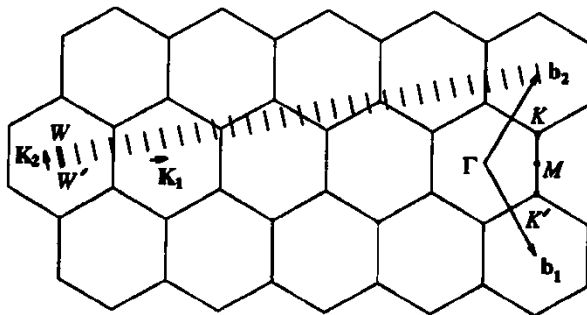
K_2 - związany z periodycznością w T

musi zatem zachodzić

$$C_h \cdot K_1 = 2\pi, \quad C_h \cdot K_2 = 0, \quad T \cdot K_1 = 0, \quad T \cdot K_2 = 2\pi$$

Pamiętając o (*) i (**) dostaniemy

$$K_1 = 1/N (-t_2 b_1 + t_1 b_2), \quad K_2 = 1/N (m b_1 - n b_2)$$



IBZ nanorurki zaznaczone jest odcinkiem W-W'

NK_1 jest wektorem sieci odwrotnej grafenu \Rightarrow wektory k różniące się o NK_1 są równoważne

ale μK_1 (dla $\mu = 0, 1, \dots, N-1$) daje N dyskretnych wektorów k (falowych) odpowiadających kwantyzacji ze względu na „periodyczne” warunki brzegowe w C_h ;

\rightarrow dyskretyzacja każdego 2D pasma grafenu na N jednowymiarowych pasm nanorurki