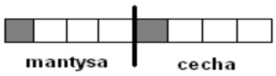
Pytania egzaminacyjne z Metod Numerycznych

1. Jaką największą liczbę można zapisać w postaci znormalizowanej w dwójkowym systemie liczenia na 8-miu bitach podzielonych 4 + 4 na mantysę i cechę, jeśli zarówno z bitów mantysy jak i z bitów cechy wydzielono po jednym bicie na znak (szare pole) – patrz rysunek.



2. ($0.0101010001111111111\ldots\ldots)_2$ to obcięta reprezentacja binarna liczby:
   a) 0.1 b) 0.5 c) 0.3 d) 0.4 e) żadnej z poprzednich

3. Dodawanie dwóch wartości liczbowych (rzeczywistych) w procesorze komputera wymaga:
   a) wyrównania najpierw ich cech,
   b) wyrównania najpierw ich mantys,
   c) wyrównania najpierw ich cech i mantys,.
   d) wyrównania ich znaków,
   e) żadna z powyższych odpowiedzi.

4. Kryterium aproksymacji funkcji $f(x)$ wielomianem $P_n(x)$ na siatce n węzłów x_i , $i=0,1,\ldots,n-1$

5. Twierdzenie Weierstrassa

6. Co jest źródłem błędów zaokrągleń?

7. Co jest źródłem błędów obcięcia

8. Odejmowanie dwóch bardzo bliskich liczb rzeczywistych:
   a) prowadzi do utraty cyfr znaczących, b). musi być poprzedzone wyrównaniem ich mantys
   c) musi być poprzedzone wyrównaniem ich cech, d) żadne z powyższych

9. Błąd interpolacji funkcji $f(x)$ wielomianem $P_n(x)$, na węzłach x_i , $i=0,1,\ldots,n$

10. Ekstrapolacja Richardsona (wzór i wyjaśnienie wszystkich symboli)

11. Metoda Romberga

12. Wybierz poprawne:
    Metody wielokrokowe nadają się / nie nadają się do rozpoczęcia całkowania równań różniczkowych

13. Przybliżenie w punkcie x_i do pierwszej pochodnej funkcji $f(x)$, oparte na trzech równoodległych punktach (x_{i-1} , x_i , x_{i+1})

14. Przy aproksymacji funkcji $f(x)$ za pomocą sklejania wielomianów drugiego stopnia
    a) otrzymujemy funkcję ciągłą i trzykrotnie różniczkowalną,
    b) nie otrzymujmy funkcji o żądanych wartościach pochodnych na brzegowych węzłach,
    c) nie otrzymujemy funkcji o żądanych wartościach drugich pochodnych na brzegach
    d) nie mamy wpływu na postać funkcji poza obszarem przedziału węzłów,
    e) żadna z powyższych odpowiedzi.

15. Całkując funkcję $f(x)$ rozszerzoną metodą Simpsona w przedziale $[a,b]$ potrzeba
    a) nieparzystej liczby węzłów, b) min. 3 węzłów, c) 3n węzłów d) dowolnej liczby węzłów

16. Wzór metody Adamsa-Bashforta trzeciego rzędu dla numerycznego rozwiązywania równania różniczkowego I-go rzędu.

17. Mamy rozwiązywać N równań różniczkowych pierwszego rzędu z dwupunktowymi warunkami brzegowymi, metodą strzału, gdy w jednym punkcie określono p warunków. Ile warunków powinno być określonych w drugim punkcie?

18. Metoda Eulera numerycznego rozwiązywania równania różniczkowego I-go rzędu jest:
   a) szczególnym przypadkiem metody wielokrokowej opartej na dwóch poprzednich węzłach
   b) szczególnym przypadkiem metody wielokrokowej z przybliżeniem prawej strony równania przez stałą
   c) szczególnym przypadkiem metody wielokrokowej opartej na jednym węźle
   d) wersją metody Adaamsa-Bashforta drugiego rzędu
   e) żadna z poprzednich odpowiedzi nie jest prawdziwa

19. Ile kroków potrzeba w metodzie bisekcji, żeby z dokładnością 0.1 znaleźć miejsce zerowe pewnej funkcji f(x) zaczynając z przedziału ab=[5, 8.2] (wiadomo, że funkcja f(x) ma miejsce zerowe w ab)

20. Metoda Jacobiego diagonalizacji macierzy to: (zaznacz właściwe odpowiedzi)
   a) seria transformacji podobieństwa na A sprowadzająca A do postaci trójkątnej
   b) seria transformacji podobieństwa na A sprowadzająca A do postaci trójdiagonalnej
   c) seria transformacji podobieństwa na A zerujących jeden pozadiagonalny element A
   d) seria transformacji podobieństwa na A zerujących dwa pozadiagonalne elementy A

21. Przybliżenie drugiej pochodnej funkcji f(x) w x_0, na siatce 3 węzłów x_0, x_0-h, x_0+h

22. W metodzie *regula falsi* wartości funkcji na brzegach przedziału [a,b] są: fa , fb ; przedział spełnia wymogi metody. Pierwsze przybliżenie do miejsca, w którym f(x)=0, znajdujemy jako:

23. W metodzie potęgowej dla macierzy **A**, składową normującą wektor $\mathbf{y}^{(k)}$ w kroku *k*-tym oznaczmy jako *p*(*k*). Która składowa wektora $\mathbf{y}^{(i)}$ otrzymywanego w *i*-tym kroku jako $\mathbf{y}^{(i)} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{(i-1)}$ jest (dla dużych *i*) najbliższa największej wartości własnej macierzy **A**?

24. Metoda Newtona-Raphsona w wielu wymiarach
   a) sprowadza się do rozwiązywania układów równań liniowych jednorodnych
   b) sprowadza się do rozwiązywania układów równań różniczkowych
   c) nie jest metodą iteracyjną
   d) pojawia się jako końcowy rezultat metody funkcji sklejanych w wielu wymiarach
   e) żadna z powyższych odpowiedzi

25. W kolejnych iteracjach metody Brent'a przybliżamy miejsce ekstremum funkcji f(x) poprzez:
   a) miejsce ekstremum wielomianu 2-go stopnia b) miejsce ekstremum wielomianu 3-go stopnia,
   c) miejsce przecięcia paraboli z osią X d) miejsce przecięcia kolejnych dwóch parabol

26. Jaki warunek musi spełniać funkcja f(x) na trzech sąsiednich węzłach: $x1 < x2 < x3$, żeby można było sądzić, że funkcja ta ma w przedziale [x1 , x3] maksimum?

27. Utwórz tablicę progresywnych różnic skończonych dla funkcji $f(x)=2x^2 - 3x + 1$ na siatce 4-ech węzłów $x_0 = -1$, $x_0 = 0$, $x_0 = 1$, $x_0 = 2$,

28. Jaki jest rząd ilości mnożeń w etapie podstawiania wstecz w metodzie eliminacji Gaussa

29. Ile mnożeń (rząd wielkości) należy wykonać obliczając wyznacznik macierzy o wymiarze N posługując się definicją wyznacznika (rozwijanie wzgl. kolumn lub wierszy).

30. Postać macierzy **S** (transformacji diagonalizującej macierz **A**= $\begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix}$) w metodzie Jacobiego

31. W jakim stosunku dzielimy na dwie części odcinek pomiędzy dwoma kolejnymi punktami próbnymi w metodzie złotego cięcia?

32. Poszukując w metodzie najszybszego spadku minimum funkcji $F: \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^1$, kolejnego punktu w R^n szukamy w kierunku wektora.(uzupełnij) ……….. . Rozpisz ten wektor.

33. Wzór zmodyfikowana metoda Eulera polega na
    a) zastąpieniu pochodnej g wartością średnią z g(x) i g(x+h)
    b) zastąpieniu pochodnej g wartością przybliżoną g w x+h/2
    c) zastąpieniu pochodnej g wartością ścisłą g w x+h/2
    d) zastąpieniu pochodnej g wartością średniej ważonej z g(x) i g(x+h)

34. . Stosując częściowy wybór elementu głównego, kolejne równanie w metodzie eliminacji Gaussa zastępujemy równaniem, które w kolejnej kolumnie ma wartość: (zaznacz właściwe odpowiedzi)
    a) równą 0, b) różną od 0, c) największą, d) najmniejszą, e) dodatnią, f) ujemną

35. W metodzie różnic skończonych ostatecznie musimy rozwiązać
    a) układ równań liniowych b) układ równań nieliniowych c) warunki brzegowe d) 1 równ. nieliniowe

36. Pewien sygnału F(t) był w czasie jego trwania próbkowany 516 razy. Ile razy szybsza będzie transformata FFT od zwykłej dyskretnej transformaty Fouriera tego sygnału?
    a) 516 razy, b) ok. 57 razy, c) 10 razy, d) ok. 32 razy, e) 9 razy

37. Pokaż, że dla macierzy Hauseholdera P zachodzi:
    $Px=|x|e_i$ jeśli wektor u budujący P wybrano jako $u=x + |x|e_i$

38. W kwadraturze Gaussa na opartej na n węzłach:
    a) wybieramy równoodległe węzły siatki, b) węzły wybieramy jako pierwiastki wielomianu 3-go stopnia
    c) możemy ściśle scałkować wielomian nawet rzędu (2n+1), d) żadna z poprzednich odpowiedzi

39. Wzór iteracyjny w metodzie siecznych (poszukiwanie zer funkcji jednej zmiennej). Wyjaśnij wszystkie oznaczenia

40. Błąd trójwęzłowej, liniowej metody numerycznego różniczkowania. Wyjaśnij oznaczenia.

41. Rozwiązując układ równań różniczkowych metodą różnic skończonych:
    a) musimy ostatecznie rozwiązać układ liniowych niejednorodnych równań algebraicznych
    b) możemy stosować relaksacyjną, iteracyjną metodę Jacobiego
    c) pochodne wyrażamy za pomocą różnic skończonych
    d) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawdziwa

42. Napisz jawną postać przybliżenia funkcji f w węźle i+1, będącej numerycznym rozwiązaniem równania
    $df(x)/dx = - \lambda f(x)$,
    w zmodyfikowanej metodzie Eulera, przyjmując krok pomiędzy węzłami = h, oraz wartość funkcji w węźle i-tym, równą fi .

43. Zaznacz właściwe odpowiedzi
Metoda Newtona-Raphsona w wielu wymiarach
a) sprowadza się do rozwiązywania układów równań liniowych jednorodnych
b) sprowadza się do rozwiązywania układów równań różniczkowych
c) jest metodą iteracyjną
d) pojawia się jako końcowy rezultat metody strzału

44. Wielowymiarowa metoda Newtona-Raphsona: **f(x)=0**, **f**=[f1, f2, ..,fn], **x**=[x1, x2,...,xn].
Jak znaleźć $\mathbf{x}^{k+1}$, tzn. przybliżenie do rozwiązania w k+1 kroku iteracji, znając $\mathbf{x}^{k}$?
Nazwij wszystkie użyte wielkości i oznaczenia.

45. Rozwiązując równanie paraboliczne metodą siatek, stablicowana funkcja (będąca rozwiązaniem tego równania) w (j+1)-ej warstwie wyraża się przez funkcję w warstwie j-tej jako:
a) $\boldsymbol{f}^{j+1} = \mathbf{A}\boldsymbol{f}^{j}$, gdzie **A** jest macierzą trójkątną b) $\boldsymbol{f}^{j+1} = \mathbf{A}\boldsymbol{f}^{j}$, gdzie **A** jest trójdiagonalną
c) $\boldsymbol{f}^{j+1} = \mathbf{A}\boldsymbol{f}^{j}$, gdzie **A** jest macierzą diagonalną d) $\boldsymbol{f}^{j+1} = \mathbf{A}\boldsymbol{f}^{j}$, gdzie **A** jest macierzą osobliwą
d) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawdziwa

46. Rozwiązanie problemu aproksymacji funkcji f (stablicowanej) za pomocą sklejania wielomianami 3-go stopnia sprowadza się ostatecznie do:
a) diagonalizacji macierzy symetrycznej
b) rozwiązania układu równań liniowych algebraicznych
c) rozwiązania układu równań nieliniowych
d) znalezienia wartości funkcji f w węzłach styku sklejanych wielomianów

47. Jeśli w celu rozwiązania N równań różniczkowych I-go rzędu z dwupunktowymi warunkami brzegowymi chcemy szukać rozwiązań poprzez zszywanie wartości w punkcie pośrednim, to będą to na ogół wartości uzyskane z
a) bazy 2N wymiarowej, b) bazy kanonicznej, c) równań jednorodnych, c) żadna z powyższych odpowiedzi

48. Do jakiej postaci sprowadzamy najpierw macierz, którą zamierzamy zdiagonalizować metodą Hauseholdera?
a) trójkątnej, b) trójdiagonalnej, c) ortogonalnej, d) symetrycznej, e) jednostkowej

49. Do serii jakich operacji sprowadza się procedura QL?
a) obrotów Jacobiego, b) mnożenia przez wektor, c) asymetryzacji, d) ortogonalizacji, e) żadnej z a)-d)

50. Jak mały musi być krok h metody Eulera, zastosowanej do numerycznego znalezienia rozwiązania $f(x) = \exp(-bx)$, równania $\frac{df(x)}{dx} = -bf(x)$, dla $x > x_0$ i $b > 0$, żeby uzyskać stabilne rozwiązanie?

51. Zmiennoprzecinkowa reprezentacja liczby rzeczywistej na skończonej liczbie bitów odpowiada:
a) nieskończonej, przeliczalnej liczbie wartości
b) nieskończonej, nieprzeliczalnej ilości wartości
c) jednej wartości liczbowej
d) skończonej, ale nieznanej liczbie wartości
e) żadna z powyższych odpowiedzi

52. Czym jest i jaką wartość ma częstość Nyquista dla sygnału próbkowanego z krokiem Δ ?

53. Szybka transformata Fouriera FTT:

a) Jak uporządkować próbki sygnału o początkowych indeksach 0,1,2,3,4,5,6,7, żeby można było zastosować procedurę FTT z warunkiem podziału indeksów na grupę parzystych i nieparzystych w kolejnych krokach, w których indeksy otrzymywane są przez podział (/2) ?

b) Jakiej operacji na binarnych reprezentacjach tych indeksów odpowiada powyższe ich porządkowanie?

54. Jaka cecha metody diagonalizacji Jacobiego gwarantuje jej zbieżność?

55. Zmniejszenie liczby operacji mnożenia z N^6 do N^4 , przy znajdowaniu macierzy odwrotnej do macierzy **A** o wymiarze N, zapewnia:

a) rozbicie zagadnienia na N zagadnień znajdowania rozwiązań układów równań algebraicznych,
b) zastosowanie drugiego etapu metody eliminacji Gaussa do macierzy **A**
c) wstępne sprowadzenie macierzy **A** do postaci diagonalnej
d) zastosowanie procedury dekompozycji **LU**
e) żadna z powyższych odpowiedzi

56. Po zastosowaniu do macierzy **A** (o wymiarze N) pierwszego etapu metod eliminacji Gaussa, do obliczenia jej wyznacznika potrzebne będzie wykonanie

a) N^2 mnożeń, b) N^3 mnożeń, c) 2N mnożeń, d) N(N-1)/2 mnożeń, e) żadne z poprzednich

57.

a) Jaki jest w metodzie Newtona-Raphsona związek pomiędzy błędem popełnianym w kroku n-tym a (n+1)-wszym.,
b) udowodnij ten związek.

58. Jak w metodzie Monte Carlo przybliżamy całkę z funkcji f(x) na pewnej objętości V ?

59. Formuła bi-liniowa interpolacji funkcji dwóch zmiennych f(x,y). Wyjaśnij oznaczenia.

60. Minimalizacja w wielu wymiarach. Metoda najszybszego spadku. Jeśli składowe gradientu są liniowymi funkcjami zmiennych, to znalezienie ekstremum sprowadza się do:

a) rozwiązania układu równań nieliniowych,
b) rozwiązanie układu równań liniowych algebraicznych,
c) znalezienia ekstremum funkcji jednej zmiennej
d) żadne z powyższych