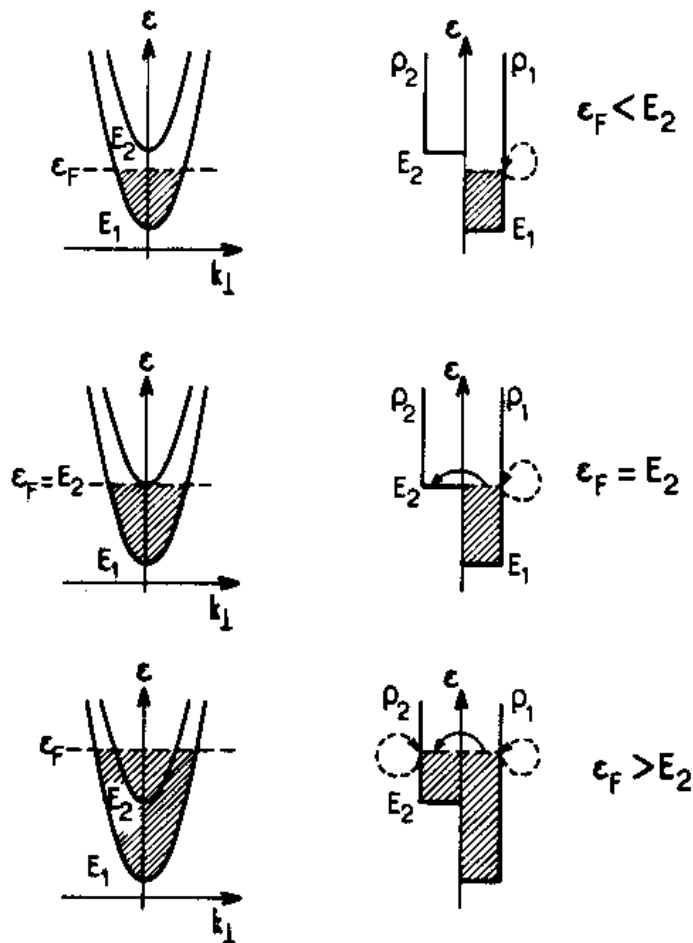


UKŁADY STUDNI KWANTOWYCH I BARIER W POLU LEKTRYCZNYM

- transport podłużny

efekt podpasm

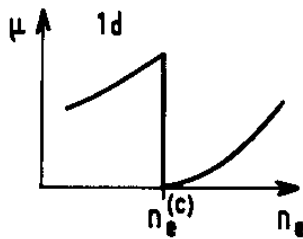
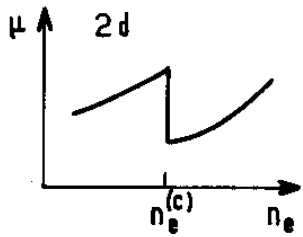
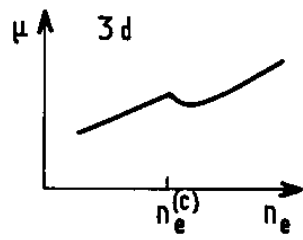


energia kinetyczna ruchu \parallel do złącz $\sim \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m}$,
 na dnie podpasma $k_{||}=0 \Rightarrow v_{||}=0$

wstrzykiwanie "dodatkowych" nośników w przyłożonym polu elektrycznym \Rightarrow wzrost gęstości nośników (n)

ruchliwość $\mu = v_d / E$ - v_d - prędkość dryftu, E - przyłożone pole

średnia ruchliwość gwałtownie maleje gdy zaczyna zapełniać się nowe podpasmo



teoria

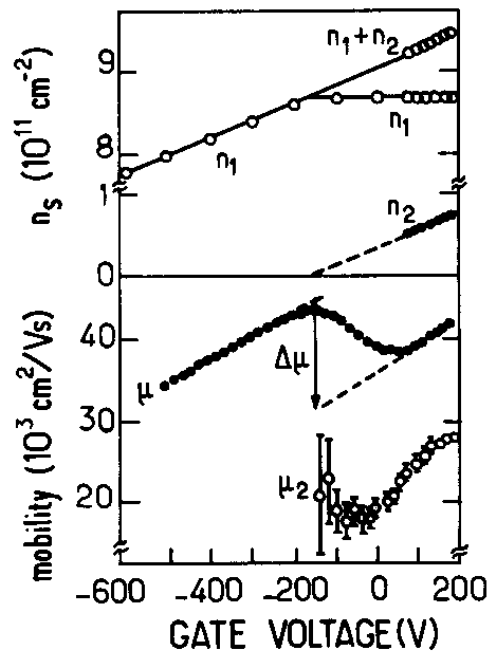


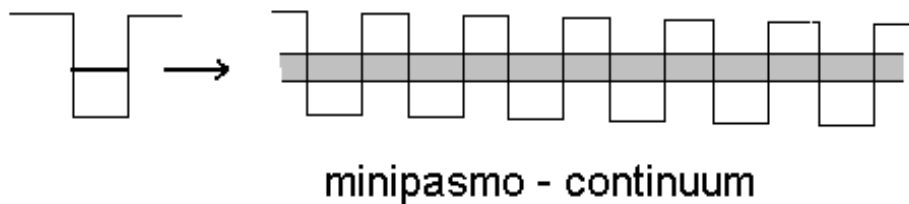
Fig. 4. — Experimental mobility drop in GaAs-Ga(Al)As heterojunctions which takes place at the onset of occupancy of the E_2 subband. $T = 4.2$ K. After reference [12].

eksperyment

- transport poprzeczny

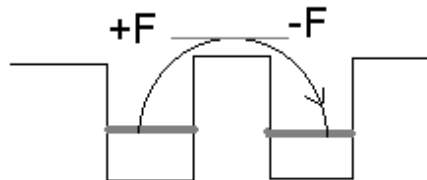
idea - Tsu & Esaki (1970) – rezonansowe tunelowanie przez półprzewodnikowe układy warstwowe

supersieci - minipasma



dwa możliwe mechanizmy

1. "hopping" przez barierę z towarzyszeniem fononów

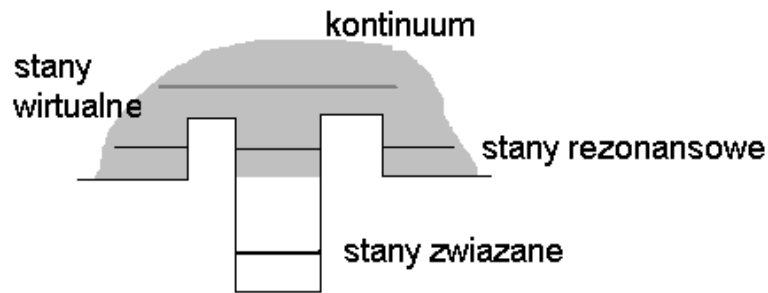


znaczenie w wysokich temperaturach

stała Boltzmana $k_B = 8.6 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$, dla $T = 280 \text{ K} \Rightarrow k_B T = 24 \text{ meV}$...
tego rzędu są też energie fononów o częstości Deby'a $\sim 40 \text{ meV}$...
energie wiązania w podpasmach są na ogół rzędu $< 100 \text{ meV}$

2. REZONANSOWE TUNELOWANIE

układ z podwójną barierą



stany o **charakterze** związanym leżące energetycznie na tle widma ciągłego, sprzężone z tym widmem i zdegenerowane;
 ... **odpowiadają** stanom związanym w studni o nieskończenie szerokich barierach

skończony czas życia; elektron wzbudzony ze stanu związanego do stanu rezonansowego może:

- "relaksować" do stanu związanego,
- "opuścić" obszar studni tunelując przez barierę

Metody znajdowania położenia i czasów życia stanów rezonansowych (układu w stanie rez.)

- metoda współczynnika transmisji**

zszywanie na granicach ośrodków odpowiednich rozwiązań i ich pochodnych

$$e^{ik_1x}, e^{-ik_1x}, e^{-\kappa_2x}, e^{\kappa_2x}, e^{ik_3x}, e^{-ik_3x}, e^{-\kappa_4x}, e^{\kappa_4x}, e^{ik_1x}$$

$$A, B, C, D, E, F, G, H, I$$

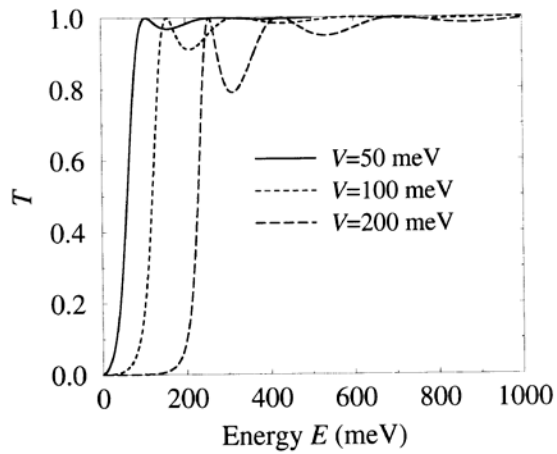
dla pochodnych (funkcje obwiedni, różne ośrodki, różne masy efektywne)

$$\frac{1}{m_i^*} \chi'_{i-}(z) \Big|_{z=z_0} = \frac{1}{m_j^*} \chi'_{j+}(z) \Big|_{z=z_0}$$

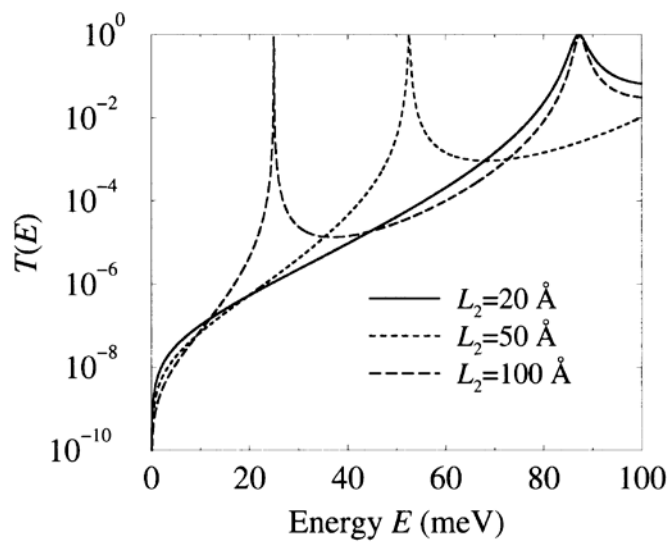
4 złącza, po 2 równania (8), "normalizacja" (A=1) współczynnik transmisji

$$T = |I|^2$$

Pojedyncza bariera:



Podwójna bariera:



położenia maksimum = położenia rezonansów E_r

Lorentzowski kształt T w otoczeniu rezonansu

$$T(E) = \frac{1}{1 - \left(\frac{E - E_r}{2\Gamma}\right)^2}$$

Γ - szerokość rezonansu (połówkowa)

Ewolucja układu kwantowego w czasie

z równania Schrödingera z czasem,
zależność funkcji falowej od czasu:

$$e^{(-i\frac{E}{\hbar}t)}$$

żeby opisać skończony czas życia układu w stanie rezonans.
(evolucja musi opisywać zanik)

$$E_{res} = E_r - i\frac{1}{2}\Gamma$$

$$e^{(-i\frac{E}{\hbar}t)} = e^{(-i\frac{E_r}{\hbar}t)} \cdot e^{(-\frac{\Gamma}{2\hbar}t)}$$

II-gi czynnik - tłumiący (zanik)

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

- metoda obrotu zespolonej współrzędnej

funkcja obwiedni $\chi(z)$ odpowiadająca stanowi rezonansowemu nie jest kwadratowo całkowna (podobnie jak fale płaskie opisujące „ruch swobodny” cząstek)

$$\chi(z) = \chi_{loc}(z) + \chi_{asym}(z)$$

z rzeczywistą współrzędną z przechodzimy na płaszczyznę zespoloną

$$z \rightarrow ze^{i\theta}$$

teraz $\tilde{\chi}$ staje się kwadratowo całkowalna

$$\chi(z) \rightarrow \chi(ze^{i\theta}) = \tilde{\chi}(z)$$

i może być przybliżona w skończonej bazie f. kwadratowo całkowalnych

$$\tilde{\chi}(z) \approx \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(z)$$

transformacja odwrotna prowadzi teraz do:

$$\chi(z) \approx \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(ze^{-i\theta})$$

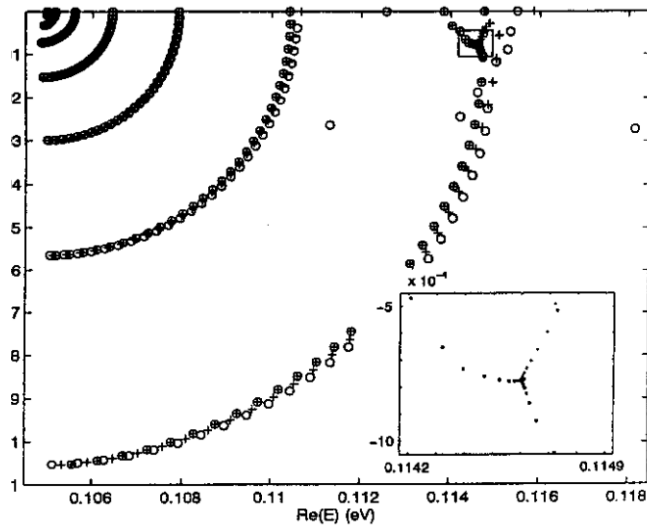
... zobacz, że np. funkcje gaussowskie (kwadratowo całkowalne) pozostają takie po transformacji $z \rightarrow ze^{-i\theta}$...

elementy macierzowe H są w takiej bazie zespolone \Rightarrow macierz jest niehermitowska \Rightarrow wartości własne (po diagonalizacji) są zespolone

$$E(\theta) = E_r(\theta) + iE_i(\theta)$$

i tworzą dla różnych θ tzw. θ -trajektorie;

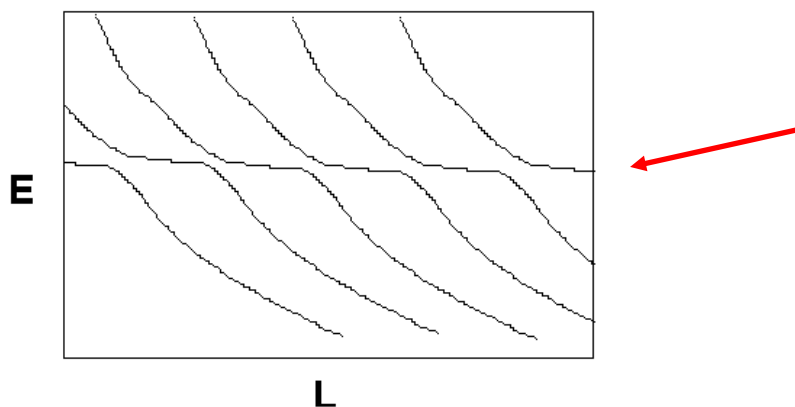
punkty zbieżności (prawie θ -niezależność) stanowią przybliżenia do wartości zespolonych energii stanów rezonansowych



przykład trajektorii

▪ Metoda stabilizacji

- a) zamknij strukturę w „dużym pudle” ($L \gg d$)
 d – rozmiar układu
 L – rozmiar pudła
- b) jako bazę wybierz funkcje „dużego pudła”
- c) diagonalizuj macierz hamiltonianu dla wielu różnych L
- d) wykres wartości własnych energii w funkcji L
- e) odczytaj położenie i szerokość rezonansu z wykresu



Te cechy rezonansowego tunelowania muszą mieć swoje odzwierciedlenie w obserwowanych zjawiskach transportu

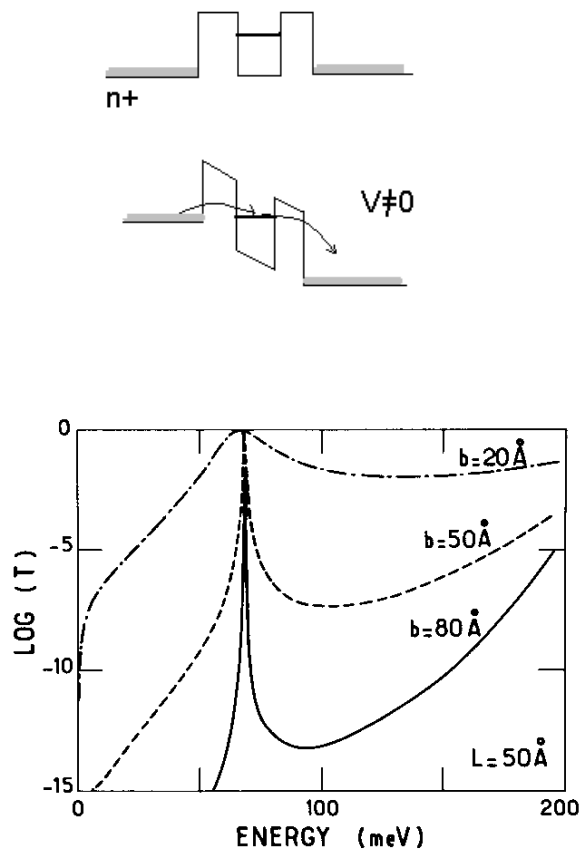


Fig. 15. — The natural logarithm of the transmission of a symmetrical double barrier structure is plotted versus the energy ϵ_1 of the longitudinal motion. $V_b = 0.2$ eV ; $m_w = 0.07 m_0$; $m_b = 0.088 m_0$; $L = 50$ Å. Three barrier thicknesses have been considered : $b = 20$ Å ; 50 Å ; 80 Å. The transmission peaks coincide with the only bound state of the isolated well ($E_1 \approx 68$ meV).

najciekawsze efekty:

1. ujemne przewodnictwo różniczkowe (NDC)
2. oscylacje Blocha
3. *drabinka* Starka

1. $dI/dV < 0$

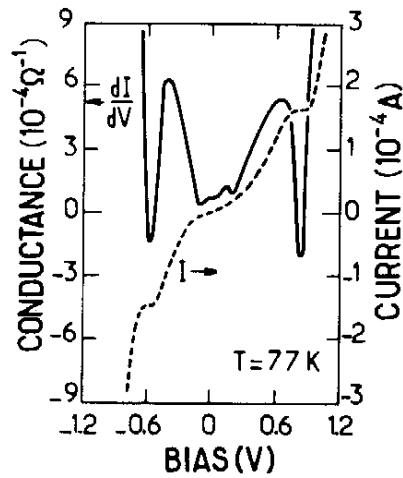
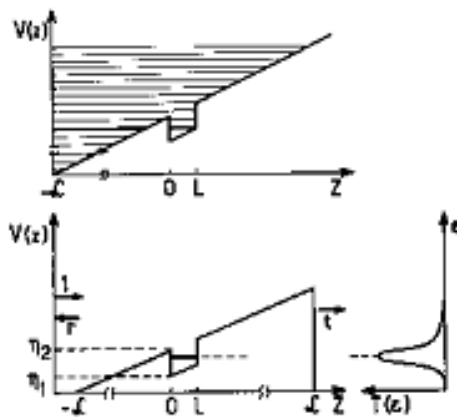


Fig. 16. — Current-voltage and conductance-voltage characteristics of a double barrier structure of GaAs between two $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ barriers sandwiched between n^+ -GaAs regions. $L = 50 \text{ \AA}$; $b = 80 \text{ \AA}$; $T = 77 \text{ K}$. After reference [39].

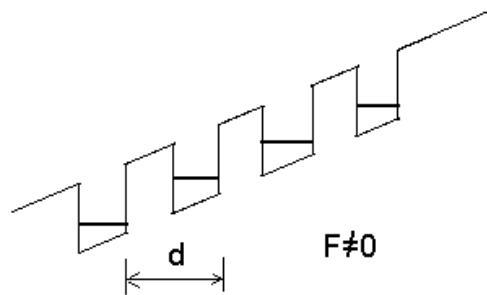
- problem pojedynczej studni kwantowej (1D) w polu elektrycznym



funkcja falowa (obwiedni $\chi(z)$) - funkcja \sim (Airy),
(oscylująca i zanikająca) jako rozwiązanie

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*(i)} \frac{d^2}{dz^2} + eFz + V_b(z) - E \right\} \chi(z) = 0$$

dla wielu "przestrzennie rozseparowanych studni"
powstają tzw. *schody Starka (drabinka)*



dla silnych pól F , poziomy energetyczne kwazi-związanych stanów (dna podpasm) są energetycznie równoodległe

$$\Delta E \approx eFd$$

$$E_n = E_1 + neFd$$

konsekwencje rozszczepienia minipasm - widma optyczne

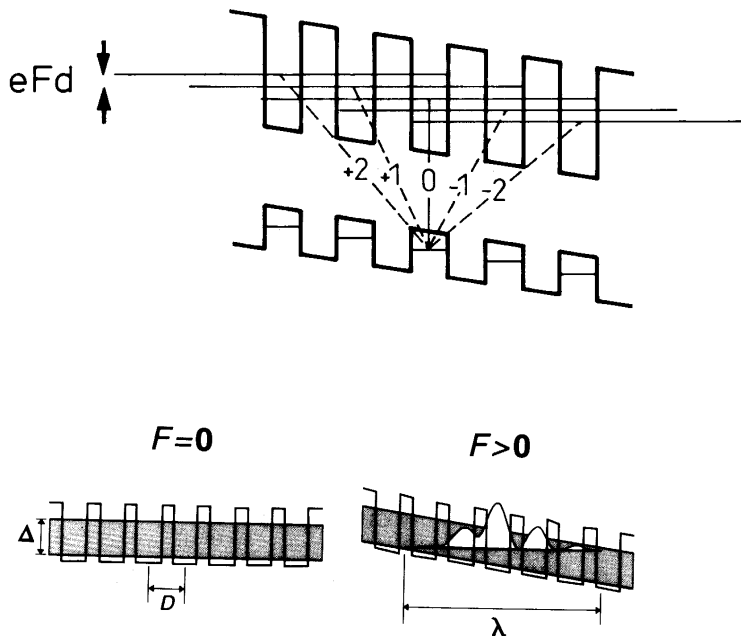


Fig. 3.1. Schematic representation of the effects of an electric field on the electronic properties of a semiconductor superlattice. The field is applied perpendicular to the layers.

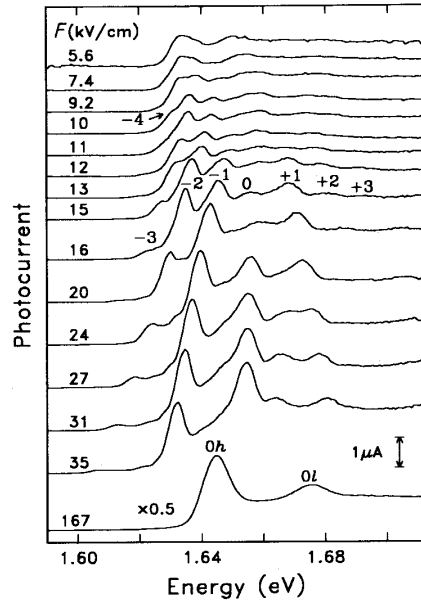


Fig. 3.3. Photocurrent spectra measured at 5 K for a 4.0 nm/2.0 nm-GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As superlattice at various electric fields. The peak labels refer to interwell indices (Adapted from Ref. 16.)

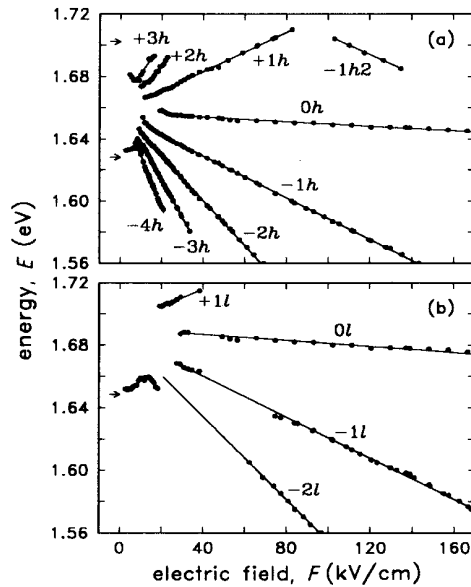
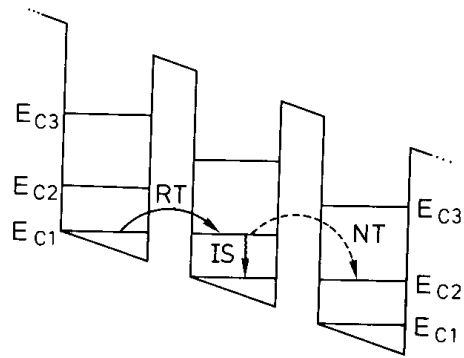


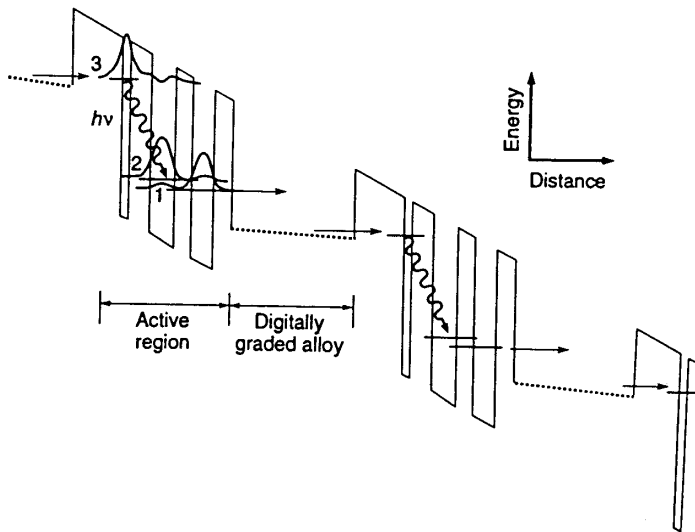
Fig. 3.4. Peak energies of photocurrent spectra plotted vs field measured at 5 K for a 4.0 nm/2.0 nm-GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As superlattice (see Fig. 3.3). Straight lines are least-squares fits to the data points in the linear segments. (a) Heavy-hole transitions. (b) Light-hole transitions (Adapted from Ref. 16.)

jeśli więcej niż jedno minipasma $E_1, E_2, ..$

może dochodzić do rezonansowego tunelowania
...idea...



Lasery kaskadowe

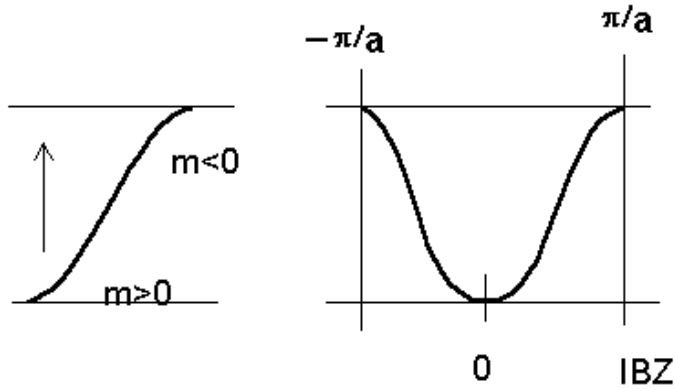


OSCYLACJE BLOCHA

załóżmy idealny, bezdefektowy kryształ (1D);
potencjał jednorodnego pola elektrycznego

$$eV(z) = eFz$$

elektrony o energiach z dna pasma przewodnictwa -
przyspieszane => zwiększanie energii



energia elektronu rośnie od E_0 do E_{\max} ($v=0$);
dla k na granicy BZ elektron ulega braggowskiemu odbiciu:

$$k \rightarrow k-g, \quad g=2\pi/a$$

oscylacje Blocha

- lity półprzewodnik

szerokość pasma $\gg \Delta E$ na odcinku drogi swobodnej
pomiędzy zderzeniami

oscylacje niemożliwe do zaobserwowania

częstotliwość oscylacji (półklasycznie)
równanie ruchu

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{F}$$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = e\vec{F}$$

rozwiązanie (1D)

$$k = k_0 + \frac{eFt}{\hbar}$$

$k_0=0$ (centrum IBZ)

max. możliwe $k = 2\pi/d$ (Δk), zatem

dla: $F \sim 10^5$ V/cm (laboratoryjnie osiągalne)
 $d \sim 20$ nm (typowe supersieci)

$$\frac{1}{T} = \frac{eFd}{2\pi\hbar}$$

$\nu \sim 5 \cdot 10^{13}$ Hz (~ terahertz)

to $T \sim \tau$ czas relaksacji pomiędzy zderzeniami
(sub-pikosekundy)

pierwsze obserwacje:

**Coherent Submillimeter-Wave Emission from Bloch Oscillations
in a Semiconductor Superlattice**

Christian Waschke, Hartmut G. Roskos, Ralf Schwedler, Karl Leo, and Heinrich Kurz
*Institut für Halbleitertechnik II, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen,
Sommerfeldstrasse 24, 5100 Aachen, Germany*

Klaus Köhler
Fraunhofer-Institut für Angewandte Festkörperphysik, Tullastrasse 72, 7800 Freiburg, Germany
(Received 22 January 1993)

We directly detect the coherent electromagnetic radiation originating from Bloch oscillations of charge carriers in an electrically biased semiconductor superlattice structure. The oscillation frequency can be tuned with the applied bias field from 0.5 THz to more than 2 THz, the detection limit of our measurement system.