# Sztuczna Inteligencja
## Reprezentacja wiedzy
## Logika klasyczna, rozmyta i przybliżona

Włodzisław Duch

Katedra Informatyki Stosowanej UMK

Google: Wlodzislaw Duch

Strona wykładów

# Reprezentacja wiedzy

AI była utożsamiana z **inżynierią wiedzy** (knowledge engineering).

- Czym jest wiedza? Jak ją reprezentować?
- Jaką z niej korzystać? Jak podejmować decyzje?

Jednym z 3 głównych kierunków filozofii jest *epistemologia*.
Jakie są dwa pozostałe? Też ważne dla AI.

Czasopisma naukowe na temat inżynierii wiedzy:

- Data & Knowledge Engineering – Elsevier Journal
- Knowledge Engineering Review, Cambridge Journal
- The Intern. J. of Software Engineering & Knowledge Engineering
- IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering
- Expert Systems: The Journal of Knowledge Engineering

# Dostępne materiały

10 Free Must-read Books on AI (KDD Nuggets)

- Większość książek tu rekomendowanych dotyczy uczenia maszynowego.

**Historia AI**: The Quest for Artificial Intelligence*: A History of Ideas and Achievements,* Nils J. Nilsson (2009, 707 pp). Książka w PDF.

David L. Poole and Alan K. Mackworth, *Artificial Intelligence: Foundations of Computational Agents*, 2nd ed, Cambridge University Press 2017, pp. 820

A curated list of AI courses, books, video lectures and papers.

- Knowledge-Based AI: Cognitive Systems, darmowe wykłady na Georgia Tech.

Wykład prof. K. Grąbczewskiego zawiera około 100 slajdów na temat logiki.

# Reprezentacja logiczna - wstęp

Logika – długie tradycje, „prawa myślenia" Boole'a,
The Mathematical Analysis of Logic (1847).

Notacja logiczna pozwala wyrazić wiedzę przez deklaracje.

Notacja logiczna pozwala prowadzić rozumowania.
Czasami taka rep. jest naturalna, np. szukanie w Google:

Duch AND neural:

$$\{p \in \text{WebPages} \mid \text{contain}(p,\text{Duch}) \ \&\ \text{contain}(p,\text{neural})\}$$
$$= \{p \in \text{WebPages} \mid \text{contain}(p,\text{Duch}))\} \cap$$
$$\{p \in \text{WebPages} \mid \text{contain}(p,\text{neural})\}$$

Znaczenie $A \wedge B$ wynika ze znaczenia składników i jest niezależne od kontekstu.

# Rachunek zdań

Zdania mogą być prawdziwe lub nie, reprezentują fakty.

Zdania stanowią zbiór, do którego należą również zdania otrzymane przez zastosowanie operatorów logicznych:

$\sim$ nieprawda
$\wedge$ koniunkcja, i
$\vee$ alternatywa
$\rightarrow$ implikacja

- Do zdań można stosować kwantyfikatory:
  $\forall$ dla wszystkich
  $\exists$ istnieje

Rachunek zdań pozwala na wnioskowanie na kilka sposobów.

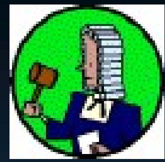
# Logika predykatów

W logice zdań nie da się np. zapisać: „Wszystkie koty są czarne”.

Potrzebna jest logiczna reprezentacja stwierdzeń o obiektach,
ich własnościach, relacjach i funkcjach, dopuszczająca kwantyfikatory.

- Logika predykatów to logika stwierdzeń mających za argumenty obiekty, np. *ja, człowiek, kartka*.
- Predykaty mają argumenty i wartość logiczną.
- Predykat *jest-czerwony*(*x*)*, większy-od*(*x,y*)*, lżejszy-od*(*x,y*)
- Predykat *isa*, czyli „jest członkiem”.
- Logika predykatów dopuszcza kwantyfikatory.

# Reprezentacja logiczna



$\exists x$, Ptak(x), czyli istnieje przynajmniej jedno takie x, że Ptak(x)=T.

„Każdy ptak ma skrzydła” można zapisać jako:

$\forall x$, Ptak(x) => MaSkrzydła(x)

Wnioskowanie: z prawdziwych faktów => nowe, prawdziwe fakty.

Jeśli dodamy:

$\forall x$. Wróbel(x) => Ptak(x) to z tego wynika

$\forall x$ .Wróbel (x) => MaSkrzydła (x)

Reguły wnioskowania nie zależą od konkretnej wiedzy.

Jeśli $P \rightarrow Q$, oraz $Q \rightarrow R$, to $P \rightarrow R$

# Tablice Logiczne

- Tablice wartości logicznych, tablice prawdy lub matryce logiczne: zbadaj wszystkie wartości zmiennych logicznych.

  Dla *n* zmiennych $2^n$ kombinacji – zadanie NP-trudne.

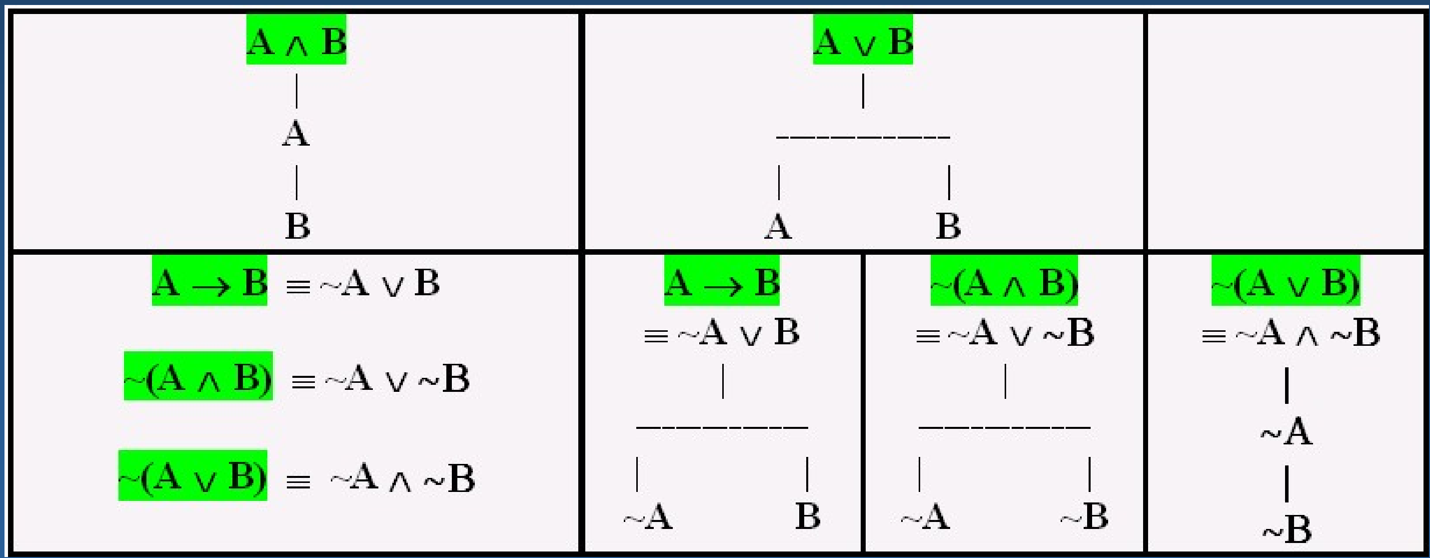
| P | Q | ~P | ~P∨Q | P→Q | ~P∨Q=(P→Q) |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | F | F | F | F |
| F | T | T | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T |

Co jeśli n=100? Trzeba sprawdzić > $10^{30}$ możliwości.

Tablice przydają się w stosunkowo prostych przypadkach.

# Tablice semantyczne

- Popularne w systemach dowodzenia twierdzeń pod nazwą Tableaux
- W korzeniu jest zaprzeczenie konkluzji dowodzonego twierdzenia.
- Utwórz graf zamieniając znane fakty logiczne na gałęzie.
- Sprawdź, czy we wszystkich gałęziach pojawią się sprzeczności, to oznacza, że formuła w korzeniu jest sprzeczna.
- Metoda stosowana dla różnych typów logiki, np. logiki modalnej (możliwości, konieczności).



# Rozumowanie Logiczne – Dedukcja

- Dedukcja: kojarz fakty, stosuj reguły oderwania:
  *modus ponens* (*p*=>*q*, *p*=T to *q*=T)
  *modus tolens* (*p*=>*q*, *q*=F to *p*=F)
  podstawienia and/or, eliminacji and/or,
  używaj rezolucji, czyli spróbuj dojść do sprzeczności by pokazać tautologię.

  $$\alpha \vee \beta \wedge \neg\beta \vee \gamma \Rightarrow \alpha \vee \gamma$$

  Klauzula = zbiór formuł logicznych.

- Klauzule Horna to stwierdzenia logiczne, składające się z koniunkcji zdań prostych (atomowych):

  $$P_1 \wedge P_2 \,..\, \wedge P_n \Rightarrow Q$$

- Dzięki metodzie rezolucji możliwe jest wnioskowanie w czasie wielomianowym (Robinson 1965) !

# Logika Pierwszego Rzędu

Równość obiektów można zdefiniować w sensie predykatów:

X=Y jeśli $\forall$P mamy P(X)=P(Y).

Mamy nie tylko fakty (zdania), ale obiekty i ich ogólne własności.

Obiekty: ludzie, domy, kolory, liczby, filmy ... to elementy zbiorów.

Relacje, własności i funkcje to podzbiory.

Obiekty mogą być argumentami funkcji lub operatorów, zwracają inne obiekty.

Funkcja(obiekt$_1$) = obiekt$_2$, lub Operator:obiekt$_1$ = obiekt$_2$

**Literał**: zdanie lub predykat, najmniejsza jednostka mająca sens, symbol lub słowo, np. cyfra, łańcuch znaków, polecenie języka, tablica.

**Term w AI**: wyrażenie logiczne stosujące się do obiektu.

**Zdania atomowe**: wyrażenia bez spójników, implikacji, zaprzeczeń, nie ma żadnych właściwych podformuł.

# FOL

**Logika pierwszego rzędu (**FOL**),** znana jest też jako **rachunek predykatów pierwszego rzędu, lub rachunek kwantyfikatorów**:
W FOL kwantyfikatory ∃ ∀ mogą być stosowane tylko do obiektów, a nie do zbioru obiektów, predykatów, funkcji, relacji.

W FOL można zapisać: dla każdej liczby rzeczywistej istnieje od niej większa

$$\forall\, x \in R\ \exists\, \mathbf{y} \in R,\ x<y,$$

Albo: nie ma czegoś takiego, co interesuje wszystkich

$$\neg(\exists x)(S(x) \wedge (\forall y)(I(y) \implies C(y,x)))$$

Ale nie można zapisać: **każdy zbiór** liczb rzeczywistych ma kres górny (tu potrzebny jest rachunek predykatów co najmniej drugiego rzędu).

Albo dla każdej funkcji z X na Y... (gdyż funkcja jest podzbiorem X × Y),

FOL nie uwzględnia kategorii, czasu, zdarzeń.
Do tego potrzebujemy inne logiki: temporalne, modalne, deontyczne.

# Własności Logiki Pierwszego Rzędu

Logika pierwszego rzędu pozwala na formalizację większości matematyki.

- Nie można w niej dowieść fałszywego twierdzenia.
- Wszystkie prawdziwe twierdzenia mają dowód.
- Logika pierwszego rzędu ma ograniczone możliwości ekspresji.
- Równość predykatów: jeśli dla wszystkich $x$ mamy $f(x)=g(x)$ to $f=g$.

Zdefiniujmy 3 predykaty:

W(x) = T jeśli x jest elementem wiedzy;
I(y)=T jeśli y jest istotą inteligentną;
Z(y,x) = T jeśli y jest zainteresowany x

Co oznacza zdanie: $\neg\exists x\ (W(x) \wedge (\forall y)\ (I(y) \Rightarrow Z\ (y,x))$

Logiki wyższego rzędu (HOL, Higher-Order Logic) są trudne w implementacji
i nie ma dla nich efektywnych mechanizmów dowodzenia.

# Przykłady stwierdzeń FOL

- Jeśli samochód należy do Karola, to jest on zielony.

  posiada(Karol, auto-1) $\rightarrow$ kolor(auto-1, zielony)

  $\forall_X$ auto(X) $\wedge$ posiada(Karol, X) $\rightarrow$ kolor(X, zielony)

- Mirek gra na gitarze lub na skrzypcach

  gra_na_inst(Mirek, gitara) $\vee$ gra_na_inst(Mirek, skrzypce)

- Niektórzy ludzie lubią żmije.

  $\exists$X (człowiek(X) $\wedge$ lubi(X, żmija))

  $\exists$X (człowiek(X) $\wedge$ $\forall$Y (żmija(Y) $\rightarrow$ lubi(X, Y)))

Często zapis logiczny nie jest jednoznaczny.

Russel & Norvig, Roz. 9 „Inference in FOL", dokładnie opisuje mechanizmy wnioskowania w FOL.

Wykład prof. K. Grąbczewskiego zawiera około 100 slajdów na temat logiki.

# Metoda rezolucji

Metoda rezolucji: iteracyjny dowód przez sprzeczność;
podstawowa metoda dowodzenia stosowana w Prologu.

Rezolucja: $(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R) \Rightarrow (P \vee R)$

Zamieniamy negację $\neg$ p (dowodzonego zdania) na klauzule, czyli zbiór literałów połączonych spójnikiem $\wedge$ )

- wybieramy parę klauzul z aksjomatów i negacji zdania p
- dokonujemy rezolucji jednej pary klauzul, zamieniając ją na pojedynczą;
- Jeśli mamy $(q \vee \neg q)$ to możemy opuścić takie wyrażenie.
- Jeśli klauzula jest pusta to mamy sprzeczność,

  np. wyrażenie $q \wedge \neg q$ daje pustą klauzulę

Chcemy znaleźć przypadek w którym nie da się utrzymać, że wszystkie klauzule są jednocześnie prawdziwe, czyli doprowadzić do sprzeczności.

# Niepewność i logiki nieklasyczne

Logika domniemań (default logic): nie zawsze prawdziwe wnioski.

Przestrzeń wierzeń (belief spaces), odróżnia punkty widzenia.

Informacja może być nieznana lub tylko prawdopodobna.

**Logika wielowartościowa** (Łukasiewicz, Tarski): określa kilka stopni prawdziwości stwierdzeń, np: *Wykształcony*(*x*) = [0, 0.3, 0.6, 1].

**Logika rozmyta**: nieskończenie wiele wartości/stopni.

Wnioskowanie statystyczne i metody probabilistyczne: określ prawd. $p(H_i | E)$ prawdziwości hipotezy $H_i$ przy danej ewidencji $E$.

Jeśli da się to określić można użyć formuły Bayesa:

$$P(H_i|E) = \frac{P(E|H_i)\,P(H_i)}{P(E)} = \frac{P(E|H_i)\,P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(E|H_k)\,P(H_k)}$$

# Rodzaje niepewności

- Niepewność stochastyczna:
  Np. rzut kostką, wypadek, ryzyko ubezpieczenia - rachunek prawdopodobieństwa.

- Niepewność pomiarowa
  Około 3 cm; 20 punktów - statystyka.

- Niepewność informacyjna: Wiarygodny kredytobiorca, spełniający warunki - data mining, szukanie prawidłowości, skojarzeń.

- Niepewność lingwistyczna - np. mały, szybki, niska cena ...

Najwięcej praktycznych zastosowań w AI ma:

- Logika rozmyta (L. Zadeh 1965)

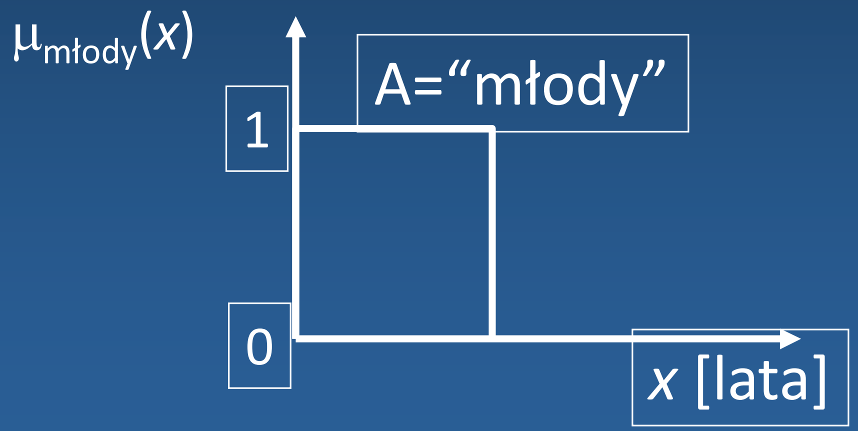
- Logika i zbiory przybliżone (Pawlak 1981).

# Zbiory klasyczne

młody = { $x \in M$ | wiek($x$) $\leq$ 20 }

Funkcja charakterystyczna

$$\mu_{\text{młody}}(x) = \begin{cases} 1 : \text{wiek}(x) \leq 20 \\ 0 : \text{wiek}(x) > 20 \end{cases}$$



# Zbiory rozmyte

*X* – uniwersum, zbiór uniwersalny, przestrzeń; $x \in X$

*A* – zmienna lingwistyczna, pojęcie, zbiór rozmyty.

Funkcja przynależności określa stopień, w jakim *x* należy do *A*.

$$\mu_A : X \to [0,1]$$

**Zmienne lingwistyczne**: sumy zbiorów rozmytych, koncepcje, predykaty logiczne o ciągłych wartościach.

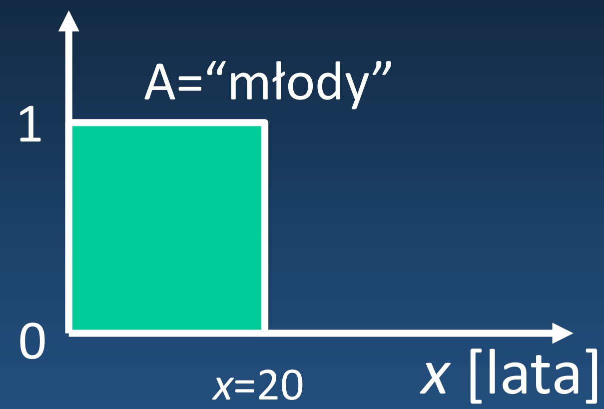
Stopień przynależności należy do przedziału [0,1] ale to nie jest prawdopodobieństwo; np. łysy w 80% to nie to samo co łysy 4 na 5 razy.

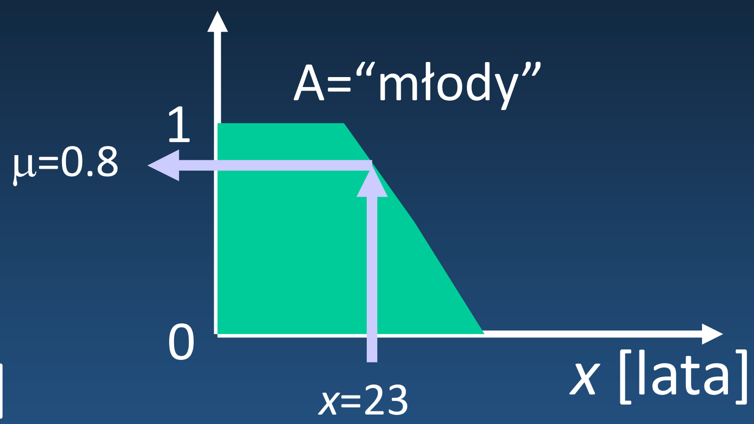
Prawdopodobieństwo jest unormowane do jedynki, funkcja przynależności zwykle nie, można należeć do wielu zbiorów w różnym stopniu.

Rozmyte pojęcia są subiektywne i zależne od kontekstu.

# Przykłady

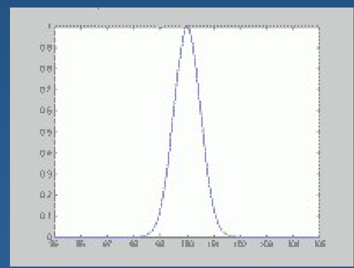
Klasyczne i rozmyte pojęcie „młody człowiek”




„Temperatura wrzenia” ma wartość około 100 stopni (pogoda, ciśnienie, skład chemiczny).

$$\mu_W(T) = e^{-2(T-100)^2}$$



# Definicje

Support (baza) zbioru rozmytego A:

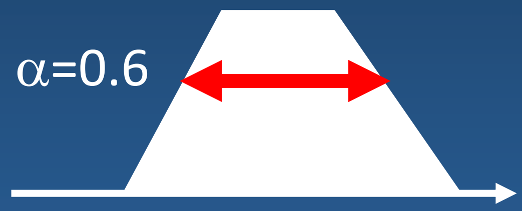
supp(A) = $\{ x \in X : \mu_A(x) > 0 \}$

Core (jądro) zbioru rozmytego A:

core(A) = $\{ x \in X : \mu_A(x) = 1 \}$

$\alpha$-cut ($\alpha$-cięcie) zbioru rozmytego A:

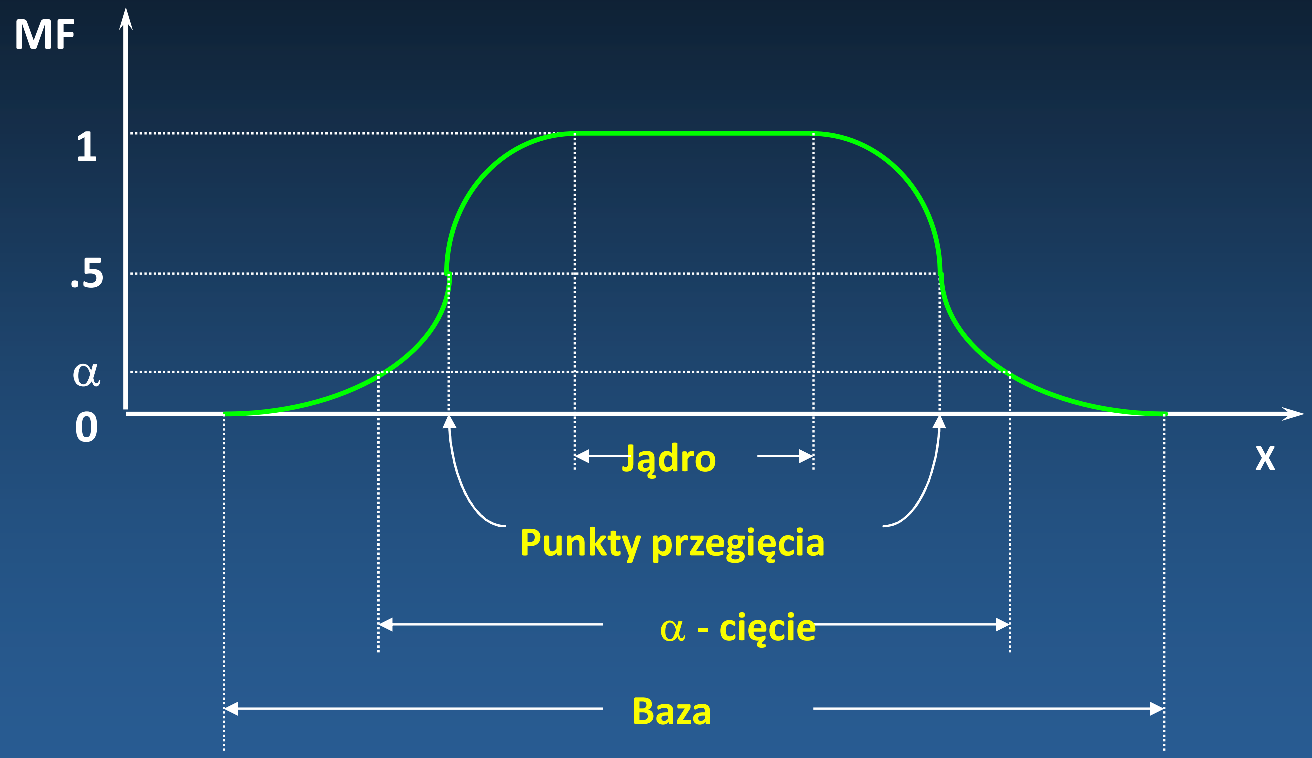
$A_\alpha = \{ x \in X : \mu_A(x) > \alpha \}$




Wysokość = $\max_x \mu_A(x) \leq 1$

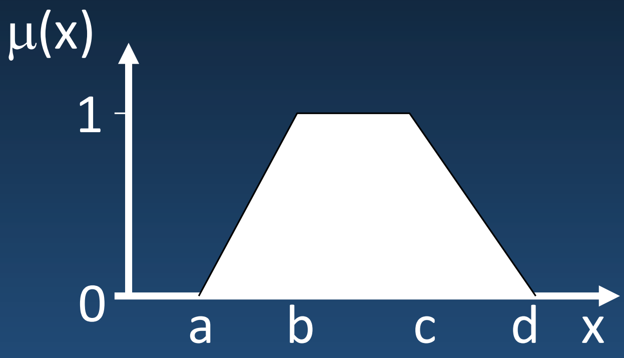
Zbiór rozmyty normalny: $\sup_{x \in X} \mu_A(x) = 1$

# Terminologia

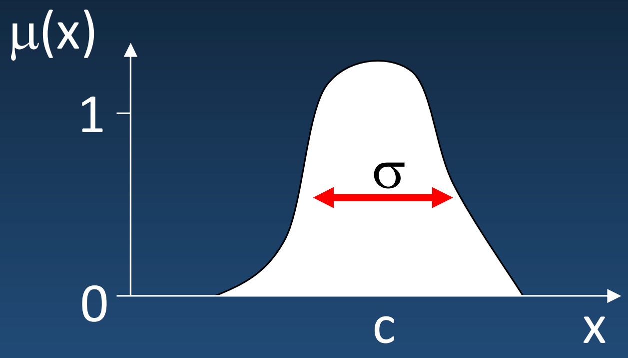


# Typy Funkcji Przynależności

**Trapezoid: <a,b,c,d>**




**Gaus/Bell: N(m,s)**



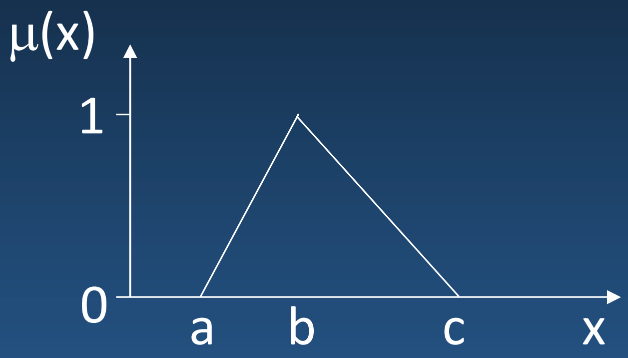

$$Trap\left(x;a,b,c,d\right)=\max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a},\frac{d-x}{d-c},1\right),0\right)$$

$$G\left(x;a\right)=e^{-\left(x-a\right)^2/2\sigma^2}$$

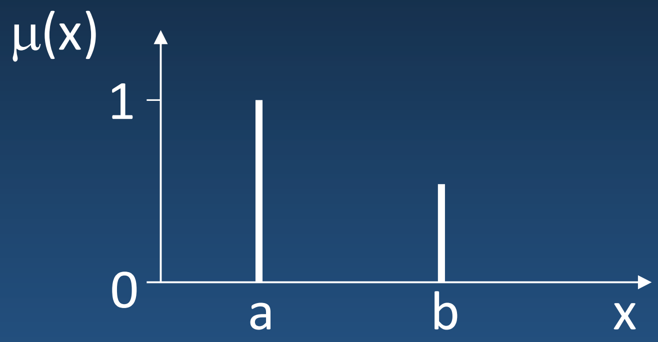
$$B\left(x;a,b\right)=\frac{1}{1+\left|\frac{x-a}{b}\right|^{2b}}$$

# Funkcje Przynależności

**Trójkątna: <a,b,c>**

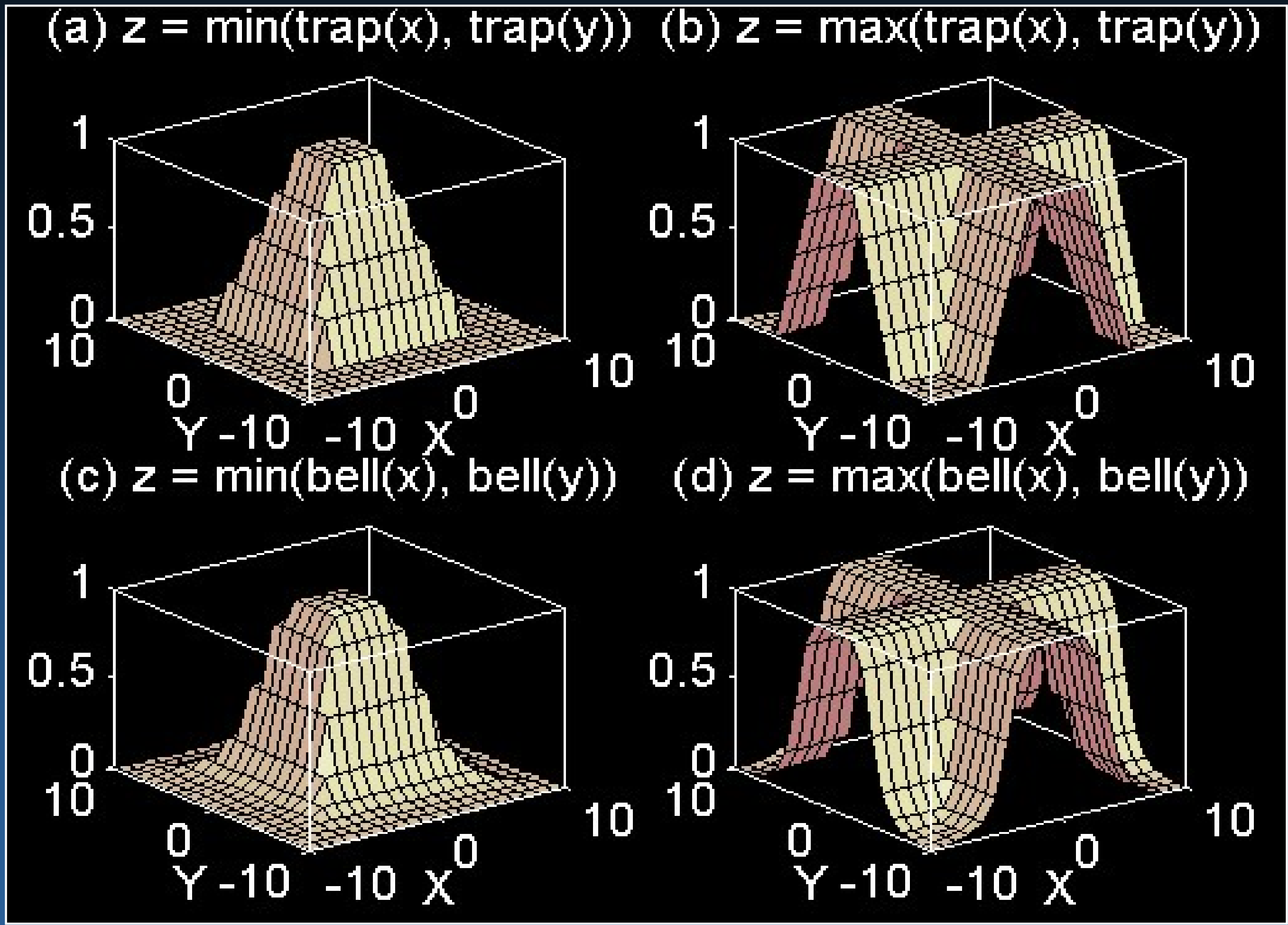



**Singleton: (a,1) i (b,0.5)**



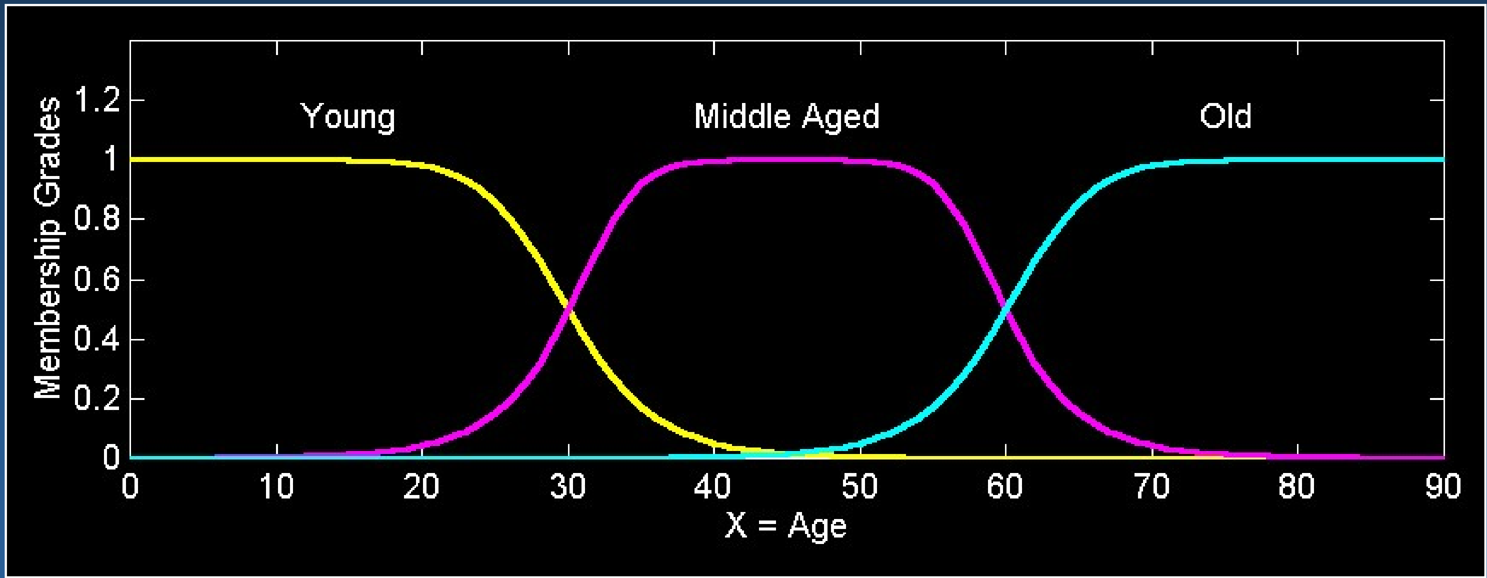

$$T(x;a,b,c) = \max\left( \min\left( \frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right)$$

# Funkcje przynależności 2D



# Zmienne lingwistyczne

W=20 => Wiek=młody.
Zmienna lingwistyczna = wartość lingwistyczna.
Zmienna lingwistyczna: : temperatura
termy (zbiory rozmyte) : { zimno, ciepło, gorąco}



# Liczby rozmyte

Zwykle wypukłe, unimodalne (jedno maksimum).

FP często się nakrywają.

Liczby: jądro = punkt, $\exists_x\ \mu(x)=1$
Monotonicznie maleją po obu stronach jądra.
Typowy wybór: trójkątne funkcje (a,b,c) lub singletony.

$$7_F = \left\{ \frac{1/3}{5} + \frac{2/3}{6} + \frac{1}{7} + \frac{2/3}{8} + \frac{1/3}{9} \right\}$$

$$A = \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) / x_i$$

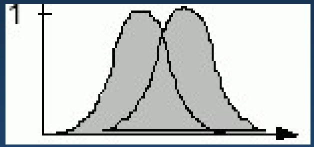
$$A = \int_X \mu_A(x) / x$$

# Suma i iloczyn zbiorów

*A, B* - zbiory rozmyte.

Suma A∪B to zbiór o funkcji przynależności:

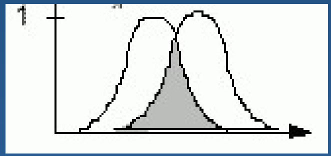
$$\mu_{A\cup B}(x)=\max\left(\mu_A(x),\mu_B(x)\right)$$




max można zastąpić S-normą *S*(*a,b*), niemalejącą dla obu argumentów, przemienną, łączną i *S*(*a,*0)=*a, S*(*a,*1)=1.

Iloczyn A∩B to zbiór o funkcji przynależności:

$$\mu_{A\cap B}(x)=\min\left(\mu_A(x),\mu_B(x)\right)$$



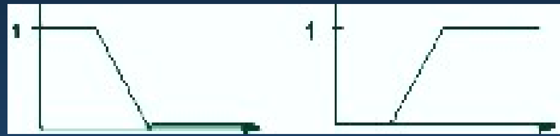

min można zastąpić dowolną T-normą *T*(*a,b*), nierosnącą dla obu argumentów, przemienną, łączną i *T*(*a,*0)=0*, T*(*a,*1)=*a*.

# Dopełnienie i podzbiór

Dopełnienie *A’* zbioru *A* to zbiór o funkcji przynależności:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

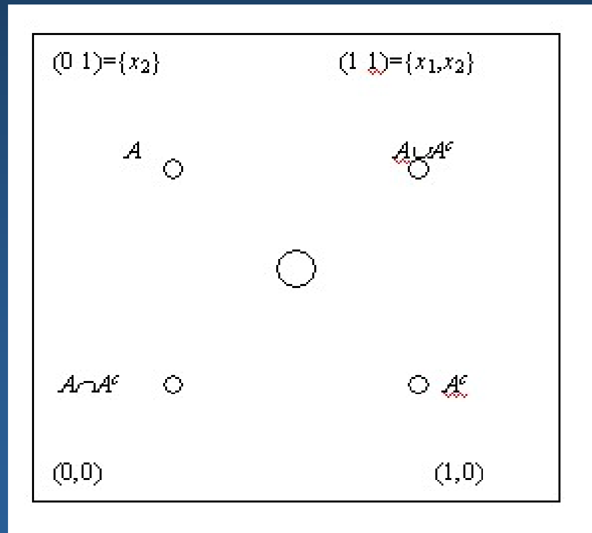
$$\mu_{A' \cup A}(x) \le 1; \quad \mu_{A' \cap A}(x) \le 1$$




$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A \le \mu_B$$

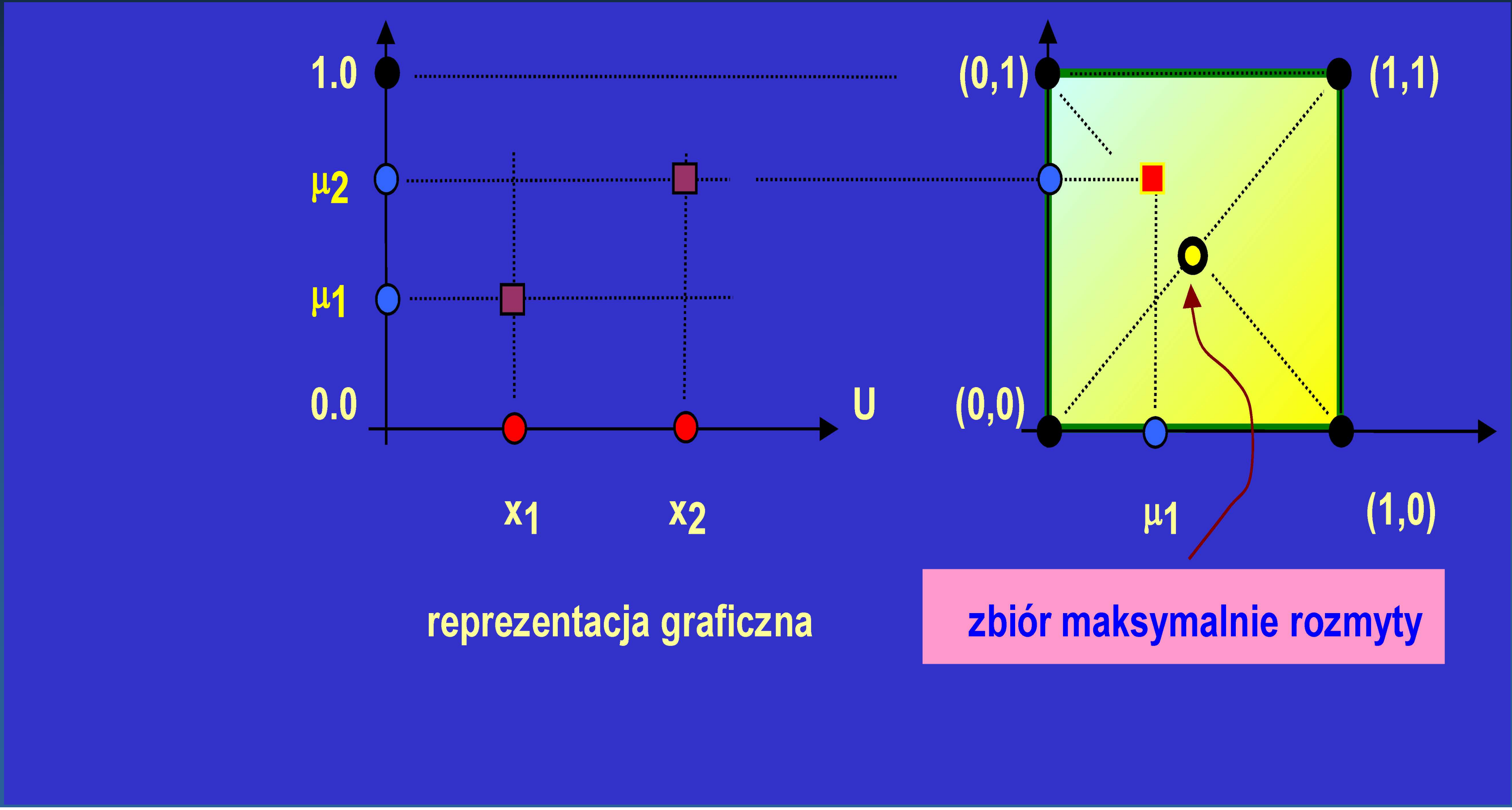
Zbiór rozmytych zbiorów, 2-elementowy:
zbiory klasyczne są w rogach;
w środku jest zbiór najbardziej rozmyty:

$$A = A \cap A' = A \cup A' = A'$$



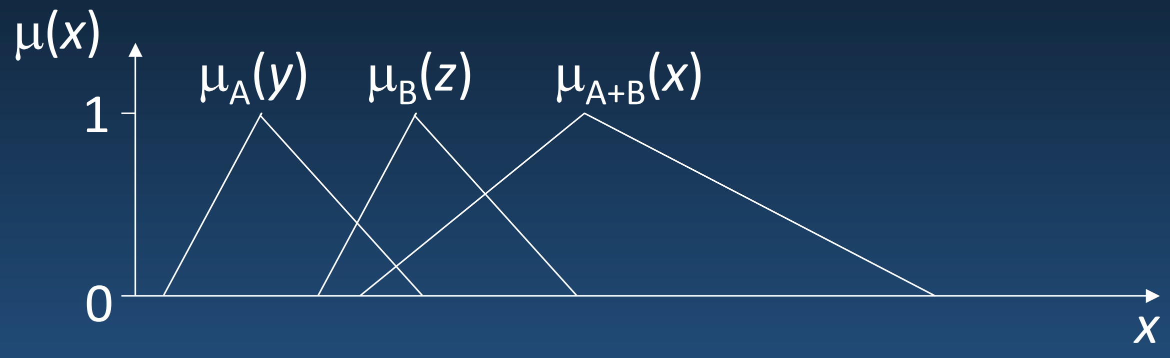
# Dopełnienie i podzbiór

Dopełnienie *A'* zbioru *A* to zbiór o funkcji przynależności:

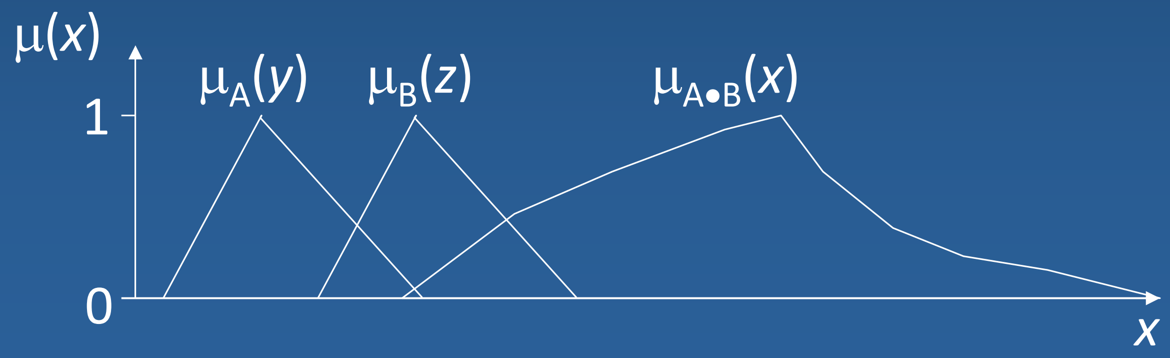


# Operacje na liczbach rozmytych

Dodawanie: $\mu_{A+B}(x) = \max\{\mu_A(y), \mu_B(z) \mid x = y+z\}$




Iloczyn: $\mu_{A\bullet B}(x) = \min\{\mu_A(y), \mu_B(z) \mid x = y\bullet z\}$

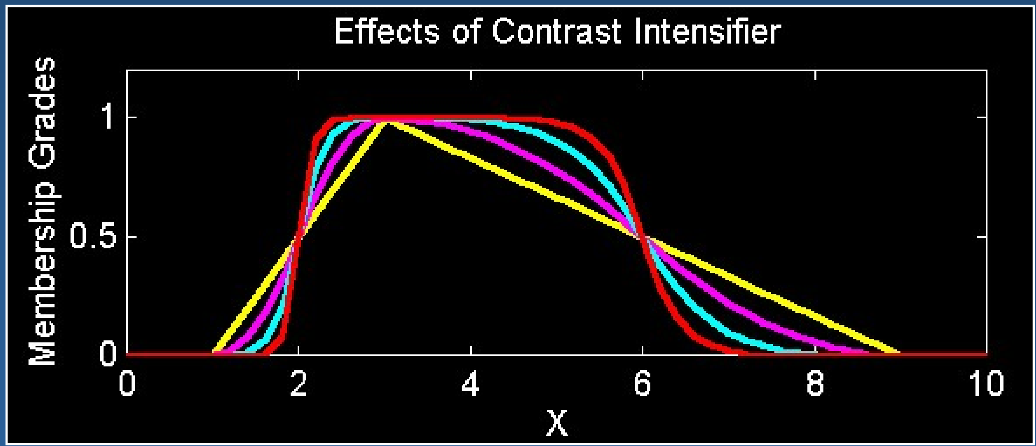


# Operacje na zm. lingwistycznych

Koncentracja: Con($A$) = $A^2$
Spłaszczenie:
Dil($A$) = $A^{0.5}$

Intensyfikacja kontrastu:

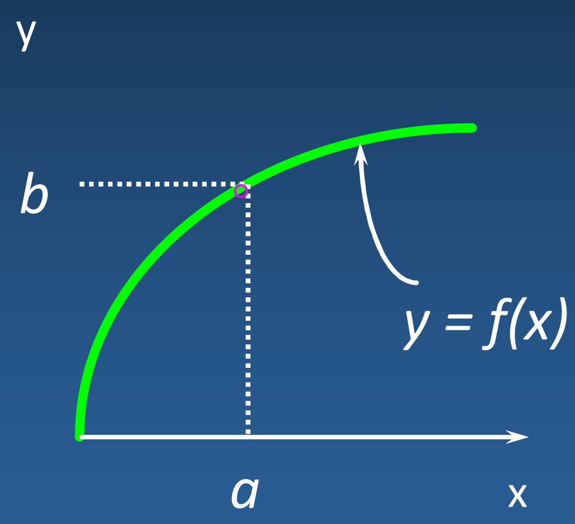
$$INT(A) = \begin{cases} 2A^2, & 0 \le \mu_A(x) \le 0.5 \\ \neg 2(\neg A)^2, & 0.5 \le \mu_A(x) \le 1 \end{cases}$$



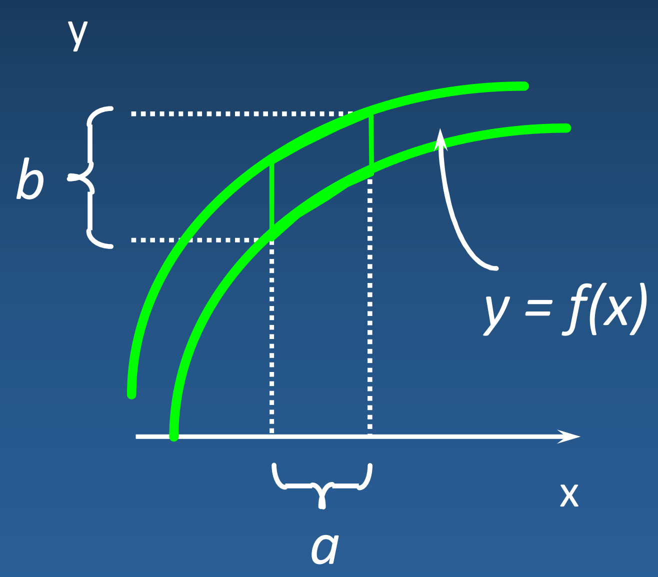
# Funkcje rozmyte

Jeśli *y*=*f*(*x*), i *x*=*a* to *y*=*b*.

Dla punktów - krzywa




dla interwałów - pasmo.

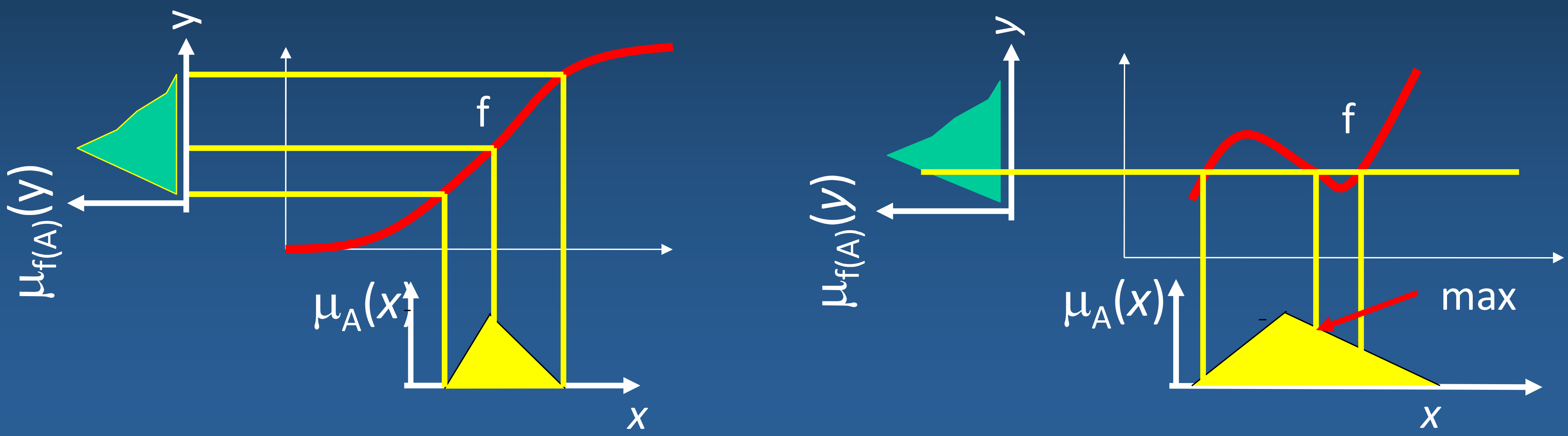



Dla rozmytych zmiennych *x* ?

# Rozmyte funkcje

Mamy zbiór rozmyty A i funkcję f :
Jak wygląda f(A)?

Dla dowolnej funkcji f: $\mu_{f(A)}(y) = \max\{\mu_A(x) \mid y=f(x)\}$



# Rozmyte relacje

- Relacje klasyczne

$R \subset X \times Y$ def: $\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{iff } (x,y) \in R \\ 0 & \text{iff } (x,y) \in R \end{cases}$

- Relacje rozmyte

$R \subset X \times Y$ def: $\mu_R(x,y) \in [0,1]$

$\mu_R(x,y)$ opisuje stopień powiązania *x* i *y*

Inna interpretacja: stopień prawdziwości zdania *x* R *y*

# Przykłady rozmytych relacji

Bliskie: X ≈Y; X zależy od Y; X podobne do Y ...

X = { deszczowo, pochmurnie, słonecznie }

Y = { opalanie, wrotki, kamping, lektura }

| X/Y | opalanie | wrotki | kamping | lektura |
|---|---|---|---|---|
| deszczowo | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 1.0 |
| pochmurnie | 0.0 | 0.8 | 0.3 | 0.3 |
| słonecznie | 1.0 | 0.2 | 0.7 | 0.0 |

Relacje rozmyte związane są z korelacjami.

# Reguły rozmyte

Wiedzę potoczną można często zapisać w naturalny sposób za pomocą reguł rozmytych.

Jeśli zm. lingw-1 = term-1 i zm. lingw-2 = term-2
to zm. lingw-3 = term-3

Jeśli Temperatura = zimno i cena ogrzewania = niska
to grzanie = mocno

Sformułowanie reguły rozmytej wymaga najpierw określenia zmiennych lingwistycznych, czyli zdefiniowania funkcji przynależności.

Co oznacza reguła rozmyta:
Jeśli *x* jest A to *y* jest B ?

- Implikacja A =>B, czyli (not A or B), zakładamy związek przyczynowy.
- Korelacja A i B.
  Uwaga na interpretację: korelacja to nie implikacja!

Przykłady dziwnych korelacji.

# Zastosowania logiki rozmytej

Wszędzie tam, gdzie trudno jest utworzyć matematyczny model ale daje się opisać sytuację w sposób jakościowy, za pomocą reguł rozmytych.

Kontrolery rozmyte:
jeśli się przewraca to popchnąć, reguły rozmyte dobierają siłę.

Wiele zastosowań przemysłowych, głównie dotyczących kontroli procesów, tworzenie przybliżonych modeli.

Zastosowania techniczne:
inteligentne lodówki, pralki, windy, opiekacze do grzanek, aparaty fotograficzne, odkurzacze i inne sprzęty.

Zastosowania medyczne:
nieprecyzyjny język daje się przełożyć na reguły rozmyte.

# Logika przybliżona

# Logika przybliżona

**R**ough logics, Z. Pawlak (Pol. Warszawska), 1982.

Obiekt $o \in Ob$.

Atrybut $a \in AT$,

$f(o,a)$ wartości atrybutów.

Relacja równoważności:

$$\forall_{a \in A}\ o_1 R(a)\, o_2 \Leftrightarrow f(o_1,a)=f(o_2,a)$$

Klasy równoważności: $\{e_0, e_1, e_2, \dots, e_n\} = R(A)^*$.

$(Ob,R)$ - przestrzeń koncepcji.

# Zbiory przybliżone

$O \subset Ob$ aproksymacja przez sumę klas:

przybliżenie dolne (obszar pozytywnym)

$$Lower(O) = Pos(O) = \bigcup_{e_i \subseteq O} e_i$$

przybliżenie górne (obszar negatywny)

$$Upper(O) = \bigcup_{e_i \cap O \neq \varnothing} e_i \, ; \quad Neg(O) = Ob\text{-}Pos(O)$$

Granica (boundary)

$$Bnd(O) = Upper(O)\text{-}Lower(O)$$

# Zbiory przybliżone cd.

Zbiór przybliżony ma granicę niepustą.

- Redukt – zbiór atrybutów *A* wystarczający by utworzyć partycję *R*(*A*)* która dokładnie definiuje *O*.

- Jądro (*core*) – iloczyn reduktów.

Można określić stopień przynależności *x* do zbioru *O*,

*I*(*x*) – liczba elementów równoważnych *x*.

$$\mu_O^I(x) = |O \cap I(x)| / |I(x)|$$

# Przykład

| Pacjent | Ból głowy | Ból mięśni | Temperatura | Grypa |
|---|---|---|---|---|
| 1. Jaś | nie | tak | wysoka | tak |
| 2. Małgosia | tak | nie | wysoka | tak |
| 3. Piotr | tak | tak | b. wysoka | tak |
| 4. Paweł | nie | tak | normalna | nie |
| 5. Karol | tak | nie | wysoka | nie |
| 6. Kaśka | nie | tak | b. wysoka | tak |

# Przykład cd.

Małgosia i Karol: takie same symptomy, tylko jedno ma grypę.

Zbiór atrybutów: $A = AT = \{BG, BM, T\}$

$R(A)^* = \{\{\text{Karol, Małgosia}\}, \{\text{Jaś}\}, \{\text{Piotr}\}, \{\text{Paweł}\}, \{\text{Kasia}\}\}$

Pozytywne przykłady z grypą:

$O = \{\text{Jaś, Małgosia, Piotr, Kasia}\}$

Negatywne przykłady z grypą: $O = \{\text{Paweł, Karol}\}$

Ograniczenie dolne: $Pos(O) = Lower(O) = \{\text{Jaś, Piotr, Kasia}\}$

Obszar negatywny: $Neg(O) = \{\text{Paweł}\}$

Granica: $Bnd(O) = \{\text{Karol, Małgosia}\}$

Aproksymacja górna:

$Upper(O) = Pos(O) + Bnd(O) = \{\text{Jaś, Małgosia, Piotr, Karol, Kasia}\}$

# Przykład cd.

- Dokładność koncepcji „ma grypę”:

  $|Lower(O)|/|Upper(O)|$ =3/5

- Dokładność koncepcji „nie ma grypy”

  $|Neg(O)|/|Lower(O)|$ = 1/3.

$P(x)$ „ma grypę” = 1, ½, 1, 0, ½, 1.

Redukt – usuń atrybut, sprawdź aproksymacje górne i dolne.
Jeśli nic się nie zmieni usuwaj dalej (to zachłanne podejście, nie gwarantuje znalezienia minimalnych reduktów).

Zbędne zmienne: ból mięśni lub temperatura.

# Przykład cd.

Reguły przynależności do klasy „ma grypę”:

IF (ból głowy =F i temperatura = wysoka) THEN grypa =T

IF (ból głowy =T i temperatura = wysoka) THEN grypa =T

IF (ból głowy =T i temperatura = b. wys.) THEN grypa =T

IF (ból głowy =F i temperatura = norma) THEN grypa =F

IF (ból głowy =T i temperatura = wysoka) THEN grypa =F

IF (ból głowy =F i temperatura = b. wys.) THEN grypa =T

Dla zmiennych ciągłych zastosowanie logiki przybliżonej wymaga dyskretyzacji zmiennych.

# Teoria wiarygodności

Teoria Dempster - Schaefer 1968:

Wiarygodność $\in$ [0,1] czyli ocena pewności wiedzy.

Ewidencja (napływająca wiedza) zawęża wiarygodność do pojedynczej liczby, przechodząc w rozważania probabilistyczne.

Początek przedziału $Bel(s)$, dla postulatu $s$

koniec przedziału możliwości, $Pl(s)=1-Bel(\neg s)$.

Teoria prawdopodobieństwa (Bayes):

trzy równie prawdopodobne hipotezy H=A, B, C, to $p(H)=1/3$

Dempster-Shafer: wiarygodność $w(H) \in [0,1]$.

# Teoria wiarygodności – przykład

Załóżmy, że rozważamy trzy hipotezy:
*G* = grypa, *P* = zapalenie płuc, *A* = alergia.

Dwa badania dają taki wynik:

- **Test 1**: gorączka → wspiera raczej *G* lub *P*,
- **Test 2**: brak kaszlu i swędzenie oczu → wspiera raczej *A*.

W teorii Dempstera-Shafera można to zapisać tak: mamy zbiór możliwych diagnoz $\Theta=\{G,P,A\}$

- z Testu 1: $m1(\{G,P\})=0.7$, $m1(\Theta)=0.3$
- z Testu 2: $m2(\{A\})=0.8$, $m2(\Theta)=0.2$

Po połączeniu tych informacji :

- część dowodów wspiera *G* lub *P*, część wspiera *A*, a część pozostaje niewiadomą, przypisaną do Θ

To przewaga DST w diagnostyce: pokazuje, gdzie dane są sprzeczne albo niewystarczające.

- Interpretacja kliniczna: nie stawiaj od razu jednej diagnozy, wykonaj dodatkowy test, bo jeden objaw mówi: „raczej grypa albo zapalenie płuc", a drugi objaw mówi: „raczej alergia",
- DST pozwala zachować oba te sygnały naraz i policzyć, jak bardzo wspierają każdą hipotezę.

# Podsumowanie

- Metody logiczne – potężne narzędzie, wiele teorii zarówno na poziomie logiki klasycznej jak i teorii uwzględniającej niepewność.
- Myślenie nie jest procesem uniwersalnym, oparte jest na schematach zależnych od dziedziny wiedzy.
- Reprezentacja logiczna odwołuje się do symboli, umiejętności nie można się nauczyć w ten sposób.
- Gra w ping-ponga, cofanie ciężarówki, to działania sensomotoryczne, wymagające ciągłych odwzorowań obserwacji na działania.
- Matematyka daje ogólniejszy język niż sama logika, pozwalając opisywać procesy ciągłe.
- Modelowanie procesów ciągłych jest do pewnego stopnia możliwe za pomocą logiki rozmytej, dokładniejsze za pomocą sieci neuronowych.
- Logicy i filozofowie mają tendencję sprowadzania wszystkiego do logiki klasycznej,<br>ale jest więcej ciekawych zastosowań w życiu codziennym logiki rozmytej i teorii wiarygodności.

# Przykładowe pytania

- Jakie mamy rodzaje wiedzy w rosnącej trudności ich reprezentacji?
- Na czym polega reprezentacja wiedzy w przestrzeni stanów?
  Czym się różni reprezentacja proceduralna?
- Co to jest logika predykatów i do czego służy?
- Zapisz w reprezentacji logicznej fakt: Ania studiuje prawo i jest na 3 roku.
- Co to jest logika pierwszego rzędu? Jakie ma własności?
- Na czym polega metoda rezolucji i po co się ją stosuje?
- Jakie są wady i zalety reprezentacji logicznej?
- Jakie mamy rodzaje niepewności i jakie teorie się tym zajmują?
- Co to jest zbiór rozmyty? Przybliżony?
- Podać przykład zmiennych i wartości lingwistycznych.
- Zdefiniować dopełnienie, sumę, iloczyn dla zbiorów rozmytych.
- Podać przykład reguł rozmytych.
- Zapisać jakieś fakty używając logiki rozmytej/przybliżonej/teorii wiarygodności.