# Światłowód aktywny TE

Stała ekstynkcji $k_e \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{N_R} \in Z, \quad \beta \in Z.$

Można poszukiwać analogicznych rozwiązań, jak dla falowodu biernego - uzyskane rozwiązania będą jednak **zespolone**:

Zwykle przechodzi się do zmiennych zespolonych:

$$\kappa_1 \frac{d}{2} \to \mathbf{w} \quad \text{(płaszcz)} \qquad\qquad \kappa_2 \frac{d}{2} \to \mathbf{u} \quad \text{(rdzeń).}$$

Spełniają one więc, dla modów TE, układ równań:

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \tan(\mathbf{u})$$

$$\mathbf{w}^2 + \mathbf{u}^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 k_0^2 \left(\mathbf{N}_{\mathbf{R_2}}^2 - \mathbf{N}_{\mathbf{R_1}}^2\right),$$

który można rozwiązać numerycznie.

# Światłowód aktywny TE - warunek propagacji

W światłowodzie rzeczywistym: $n_{R_2} > n_{R_1}$ , $n_{R_{EFF}} = \dfrac{\beta}{k_0}$

Fala w płaszczu światłowodu aktywnego:

$$\mathbf{E_y}(x) \propto \exp\left[-\mathbf{w}\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right] = \exp\left[-\mathrm{Re}(\mathbf{w})\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right]\cdot\exp\left[-i\,\mathrm{Im}(\mathbf{w})\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right]$$

Pole zlokalizowane: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\mathbf{E_y} = 0 \quad \Rightarrow \mathrm{Re}(\mathbf{w}) > 0$

Fala propaguje od rdzenia do ∞: $\Rightarrow \mathrm{Im}(\mathbf{w}) > 0$

Twierdzenie: $\arg[\mathbf{w} = \mathbf{u}\cdot\mathrm{tg}(\mathbf{u})] \in \left(0\ldots\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \arg\left[\frac{\mathbf{u}^2}{\cos^2(\mathbf{u})} = \mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2\right] \in (0\ldots\pi)$

Wniosek: $\mathrm{Im}\left(\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2\right) = \mathrm{Im}\left(\mathbf{N}^2_{\mathbf{R_2}} - \mathbf{N}^2_{\mathbf{R_1}}\right) = \underline{\underline{n_{R_1}k_{e_1} - n_{R_2}k_{e_2} > 0}}$

(warunek konieczny)

# Światłowód aktywny TE - przykłady

1. $n_{R_1} = n_{R_2} = 3.6$

   $k_{e_1} = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 1.4 \cdot 10^4 m^{-1}$

   $k_{e_2} = -10^{-2} \Rightarrow \alpha = -1.4 \cdot 10^5 m^{-1}$

   $n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0.04 > 0$

2. $n_{R_1} = n_{R_2} = 3.6$

   $k_{e_1} = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 1.4 \cdot 10^4 m^{-1}$

   $k_{e_2} = -2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \alpha = -2.8 \cdot 10^4 m^{-1}$

   $n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0.01 > 0$

3. $n_{R_1} = 2.95 \qquad n_{R_2} = 3.6$

   $k_{e_1} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

   $k_{e_2} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

   $n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0$