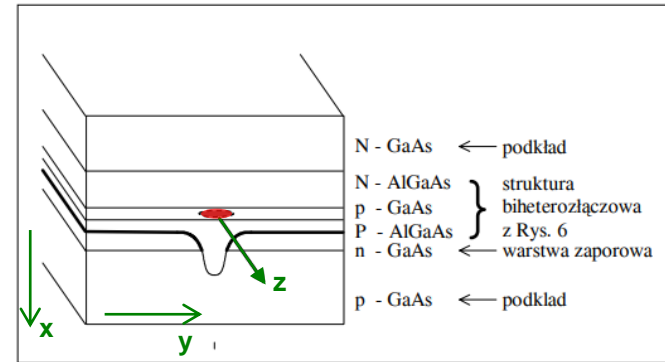
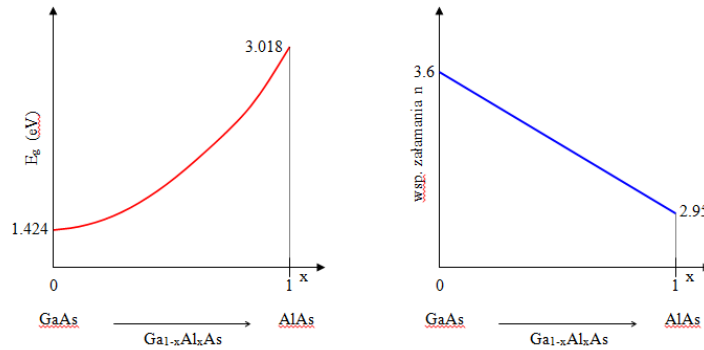
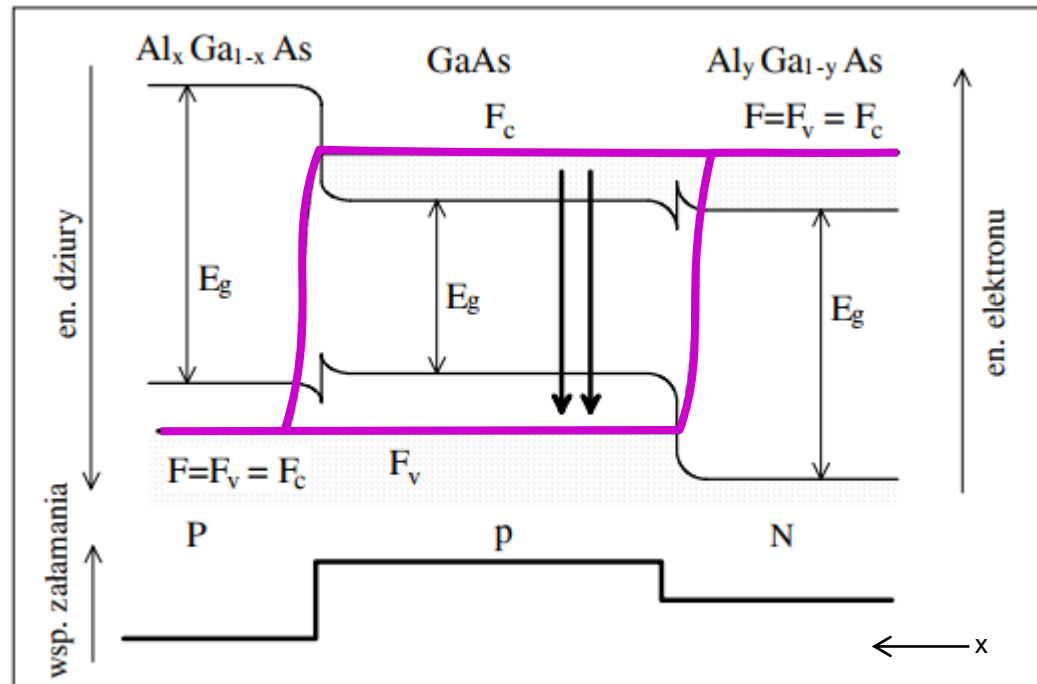


Laser półprzewodnikowy biheterozłaczowy



Rys. 6. Schemat budowy lasera półprzewodnikowego LT022MC firmy Sharp. Grubą linią oznaczono złącze spolaryzowane zaporowo



Rys. 5. Schemat pasmowy struktury biheterozłaczowej spolaryzowanej w kierunku przewodzenia i zmiany współczynnika załamania

Propagacja fali płaskiej w jednorodnym, nieograniczonym ośrodku ze stratami/wzmocnieniem

W równaniu falowym $\nabla^2 E + \mu_0 \omega^2 \boldsymbol{\varepsilon} = 0$

przenikalność dielektryczna i współczynnik załamania może być zespolony:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0 \mathbf{N}_R^2 \quad \mathbf{N}_R = n_R - ik_e$$

Rozwiązanie w przestrzeni otwartej – tłumiona fala płaska w kierunku z:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{A} \cdot \exp(-i\boldsymbol{\beta}z) \cdot \exp(i\omega t)$$

gdzie stała propagacji: $\boldsymbol{\beta} = k_0 \mathbf{N}_R$ (zamiast: $k = k_0 n_R$, $n_R = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_R}$)

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{A} \cdot \exp(-k_0 k_e z) \cdot \exp[-i(k_0 n_R z - \omega t)]$$

$k_e < 0$ - **wzmocnienie**

$k_e > 0$ - **straty**

Jeżeli ośrodek jest ograniczony, pochodne po współrzędnych przestrzennych z parametrów materiałowych nie znikają i β nie można wprost wyliczyć z własności ośrodka.

Zakładamy, że postać funkcji jest taka sama: pole zależy od kierunku z tylko poprzez pewną zespoloną stałą propagacji β :

Ponieważ parametry materiałowe zależą od współrzędnych, wspólna dla fali stała propagacji β nie może być prostą funkcją $\epsilon(x,y,z)$:

$$\beta^2 \neq \mu_0 \omega^2 \epsilon ,$$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y) \cdot \exp[-i(\beta z - \omega t)]$$
$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y) \cdot \exp[-i(\beta z - \omega t)]$$

Wyznaczamy β przez wstawienie do r-ń Maxwella

$$\nabla \times \vec{E}(x, y, z, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(x, y, z, t)}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{H}(x, y, z, t) = -\epsilon_0 \epsilon_r(x, y, z) \frac{\partial \vec{E}(x, y, z, t)}{\partial t}$$

Wstawiając do równania falowego uzyskuje się dla składowych zespolonych pól \mathbf{E} i \mathbf{H} :

Zespolone składowe amplitud \mathbf{E} i \mathbf{H} oraz $\boldsymbol{\varepsilon}$ zależą od x i y .

$$\mathbf{E}_x(\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2) + i\left(\beta\frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial x} + \mu_0\omega\frac{\partial\mathbf{H}_z}{\partial y}\right) = 0$$

$$\mathbf{E}_y(\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2) + i\left(\beta\frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial y} - \mu_0\omega\frac{\partial\mathbf{H}_z}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2\mathbf{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{E}_z}{\partial y^2} + (\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2)\mathbf{E}_z = 0$$

$$\mathbf{H}_x(\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2) + i\left(\beta\frac{\partial\mathbf{H}_z}{\partial x} - \mu_0\omega\frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial y}\right) = 0$$

$$\mathbf{H}_y(\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2) + i\left(\beta\frac{\partial\mathbf{H}_z}{\partial y} + \mu_0\omega\frac{\partial\mathbf{E}_z}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2\mathbf{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\mathbf{H}_z}{\partial y^2} + (\mu_0\omega^2\varepsilon - \beta^2)\mathbf{H}_z = 0$$

można badać oddzielnie:

$$\vec{E} \perp z \Rightarrow E_z = 0$$

Mod TE

$$\vec{H} \perp z \Rightarrow H_z = 0$$

Mod TM

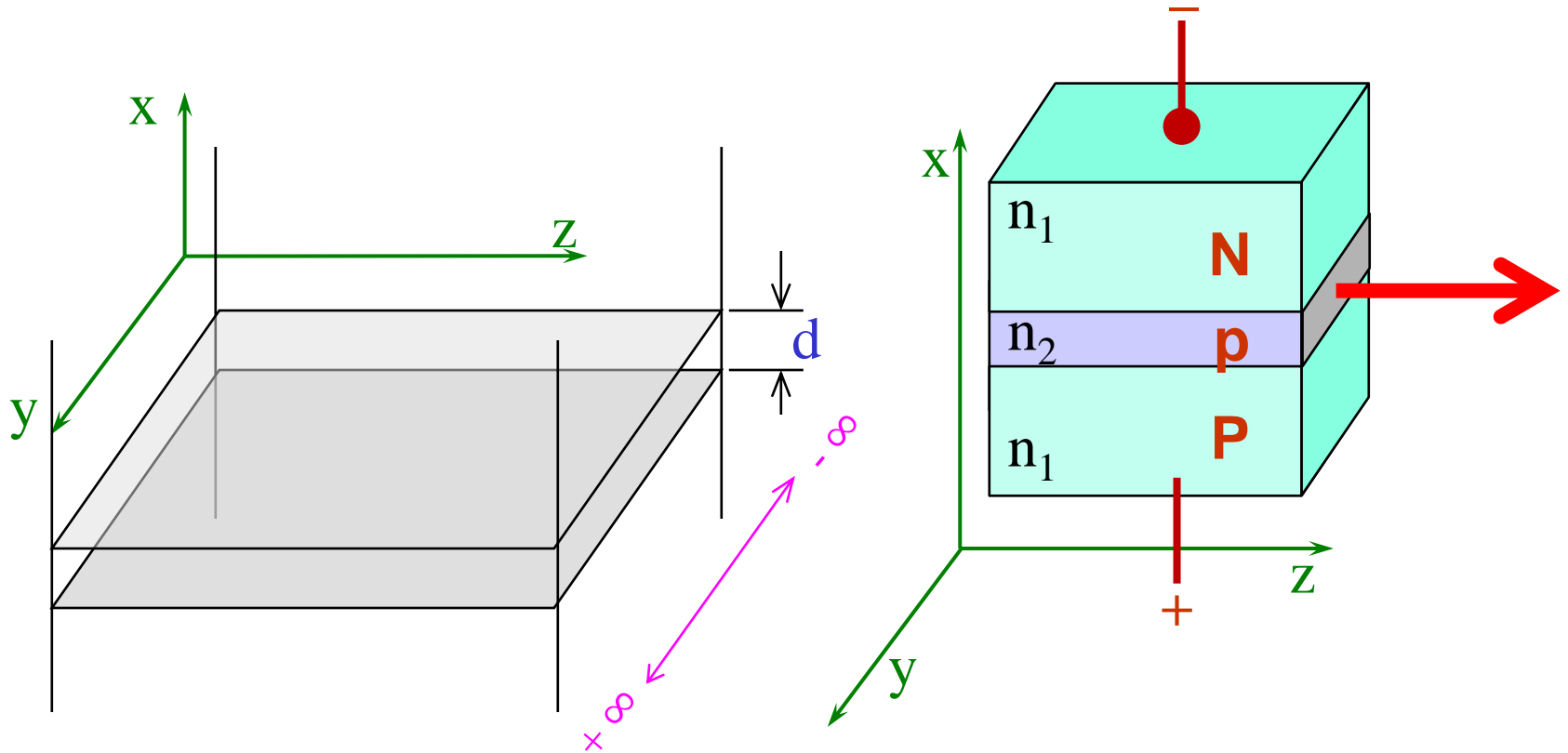
dwa niezależne
równania falowe

Oczywiście nadal lokalnie:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = \varepsilon_0 \cdot \mathbf{N}_R(x, y, z) \quad \mathbf{N}_R = n_R - ik_e$$

Należy wyznaczyć β

Płaski falowód symetryczny



Ponieważ płaszczyzny graniczne rozciągają się od $-\infty$ do $+\infty$, nie ma zależności od współrzędnej y $\frac{\partial}{\partial y} = 0$

Mod TE: $\vec{E} \perp z \Rightarrow E_z = 0 \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0$

$$\mathbf{E}_x (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) + i \left(\beta \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial x} + \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial y} \right) = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_x = 0$$

$$\mathbf{E}_y (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) + i \left(\beta \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial y} - \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial x} \right) = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_y \cdot (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = 0$$

~~$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}_z}{\partial y^2} + (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) \mathbf{E}_z = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_z \equiv 0$$~~

$$\mathbf{H}_x (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) + i \left(\beta \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial x} - \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial y} \right) = 0 \Rightarrow \mathbf{H}_x \neq 0$$

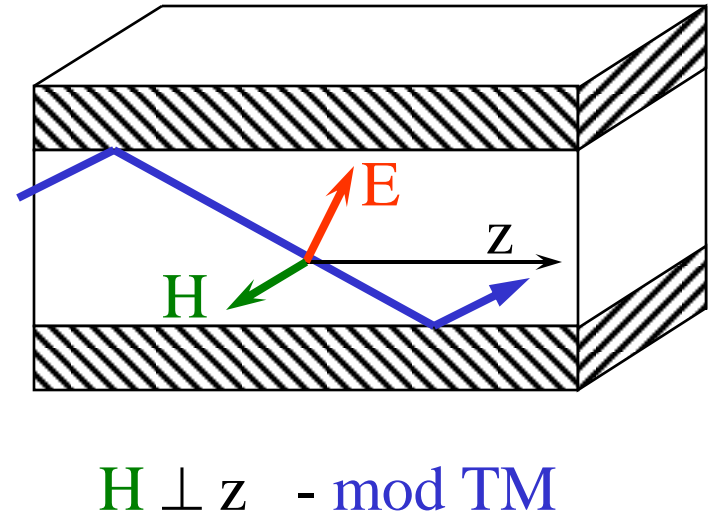
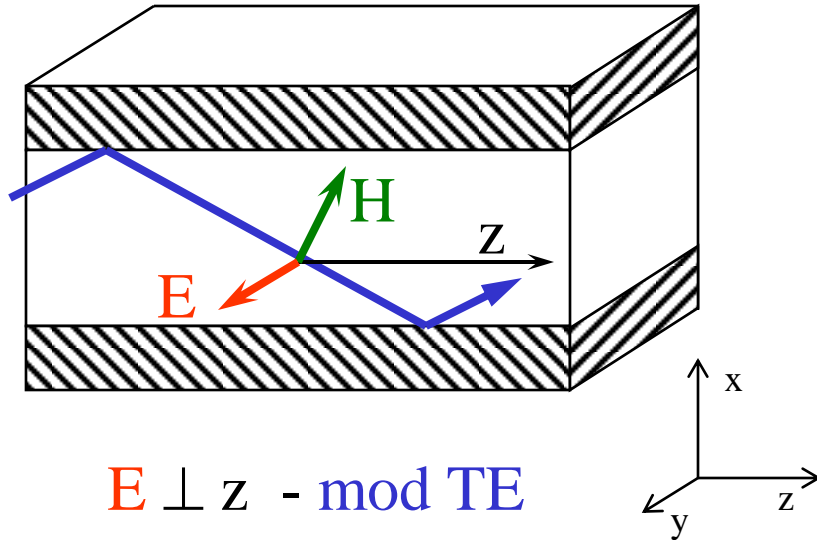
$$\mathbf{H}_y (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) + i \left(\beta \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial y} + \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial x} \right) = 0 \Rightarrow \mathbf{H}_y = 0$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}_z}{\partial y^2} + (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) \mathbf{H}_z = 0 \Rightarrow \mathbf{H}_z \neq 0$$

mamy też z rotacji
i r. Maxwella

$$(\nabla \times \vec{E})_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\mu_0 \omega \mathcal{H}_z \Rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -i\mu_0 \omega \frac{\partial H_z}{\partial x}$$

Mody w falowodzie płaskim



$$\mathbf{E}_x = 0 \quad \mathbf{H}_x = \frac{-\beta}{\mu_0 \omega} \mathbf{E}_y$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_y}{\partial x^2} + (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) \mathbf{E}_y = 0 \quad \mathbf{H}_y = 0$$

$$\mathbf{E}_z = 0 \quad \mathbf{H}_z = \frac{i}{\mu_0 \omega} \frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial x}$$

\mathbf{E}_y i \mathbf{H}_z ciągłe na granicy płaszcz-rdzeń

$$\mathbf{E}_x = \frac{\beta}{\varepsilon \omega} \mathbf{H}_y \quad \mathbf{H}_x = 0$$

$$\mathbf{E}_y = 0 \quad \frac{\partial^2 \mathbf{H}_y}{\partial x^2} + (\mu_0 \omega^2 \varepsilon - \beta^2) \mathbf{H}_y = 0$$

$$\mathbf{E}_z = \frac{-i}{\varepsilon \omega} \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} \quad \mathbf{H}_z = 0$$

\mathbf{E}_z i \mathbf{H}_y ciągłe na granicy płaszcz-rdzeń

Światłowód rzeczywisty

$\eta = 0$ albo $\epsilon = \epsilon \in R$, a więc: $\mathbf{N}_R = n_R \in R$, $\beta = \beta \in R$

Poszukuje się rozwiązań propagujących w kierunku z:

TE: $\vec{E}(x, y, z, t) = \hat{y}E_y(x) \cdot \exp[-i(\beta z - \omega t)]$

TM: $\vec{H}(x, y, z, t) = \hat{y}H_y(x) \cdot \exp[-i(\beta z - \omega t)]$

dla modu TE mamy równanie:

$$\mathbf{E}_y \cdot (k_0 n_R^2 - \beta^2) + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = 0$$

E_y musi być ciągłe na granicy płaszcz-rdzeń (składowa styczna natężenia), n_R jest różne w obu ośrodkach, β wspólne:

Wprowadzając nowe zmienne: $\kappa_2^2 = n_{R_2}^2 \cdot k_0^2 - \beta^2$ $\kappa_1^2 = -n_{R_1}^2 \cdot k_0^2 + \beta^2$

dodając stronami: $\kappa_2^2 + \kappa_1^2 = (n_{R_2}^2 - n_{R_1}^2) \cdot k_0^2 = \text{const.}$

ponieważ równanie jest typu oscylatora, postuluje się rozwiązanie harmoniczne:

$$\vec{E}(x) = \hat{y}[A_1 \cos(\kappa_2 x) + A_2 \sin(\kappa_2 x)], \quad |x| \leq \frac{d}{2}$$

$$\vec{E}(x) = \hat{y} \left[A_1 \cos\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) + A_2 \frac{|x|}{x} \sin\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \exp\left[-\kappa_1 \left(|x| - \frac{d}{2}\right)\right], \quad |x| > \frac{d}{2}$$

Światłowód rzeczywisty, c.d.

Te rozwiązania są tak napisane, aby były automatycznie spełnione i ciągłe na granicy:

$$\vec{E}(x) = \hat{y}[A_1 \cos(\kappa_2 x) + A_2 \sin(\kappa_2 x)], \quad |x| \leq \frac{d}{2}$$

$$\vec{E}(x) = \hat{y} \left[A_1 \cos\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) + A_2 \frac{|x|}{x} \sin\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \exp\left[-\kappa_1 \left(|x| - \frac{d}{2}\right)\right], \quad |x| > \frac{d}{2}$$

ale mamy jeszcze równanie na H_z :

$$H_z = \frac{i}{\mu_0 \omega} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad H_z \text{ też jest styczne do granicy i musi być ciągłe, a to już nie jest automatyczne}$$

$$H_z = \frac{i}{\mu_0 \omega} [-\kappa_2 A_1 \sin(\kappa_2 x) + \kappa_2 A_2 \cos(\kappa_2 x)], \quad |x| \leq \frac{d}{2}$$

$$H_z = \frac{i}{\mu_0 \omega} \left[A_1 \cos\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) + A_2 \frac{|x|}{x} \sin\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \right] \left(-\kappa_1 \frac{|x|}{x} \right) \cdot \exp\left[-\kappa_1 \left(|x| - \frac{d}{2}\right)\right], \quad |x| > \frac{d}{2}$$

$$-\kappa_2 \sin\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) = \cos\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \cdot (-\kappa_1) \quad \kappa_2 \cos\left(\kappa_2 \frac{d}{2} x\right) = \sin \kappa_2 \frac{d}{2} \cdot (-\kappa_1) \quad x = \frac{d}{2}$$

Światłowód rzeczywisty - rozwiązania TE

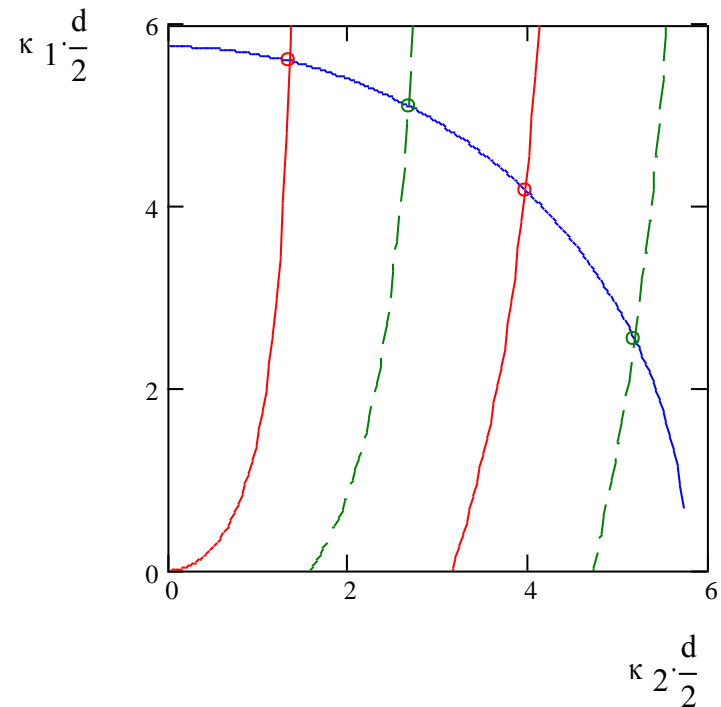
Mody parzyste (A_1):

$$\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \cdot \tan\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) = \kappa_1 \frac{d}{2}$$

Mody nieparzyste (A_2):

$$\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) \cdot \text{ctg}\left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right) = -\kappa_1 \frac{d}{2}$$

$$\left(\kappa_1 \frac{d}{2}\right)^2 + \left(\kappa_2 \frac{d}{2}\right)^2 = (n_{R_2}^2 - n_{R_1}^2) k_0^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2$$



$$n_{R_1} = 2.95 \text{ (AlAs)}, \quad n_{R_2} = 3.6 \text{ (GaAs)}$$

$$d = 0.8 \mu\text{m}$$

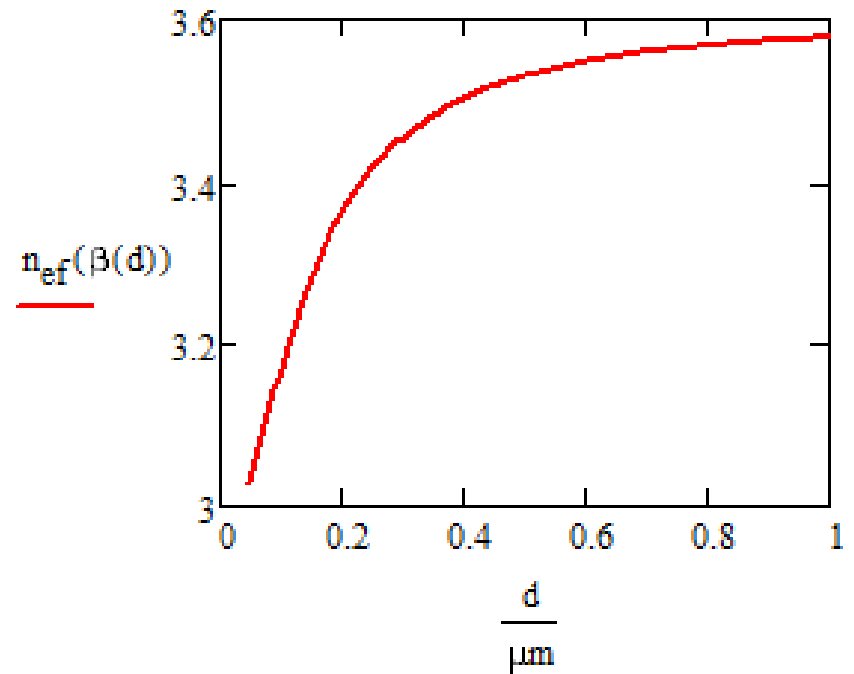
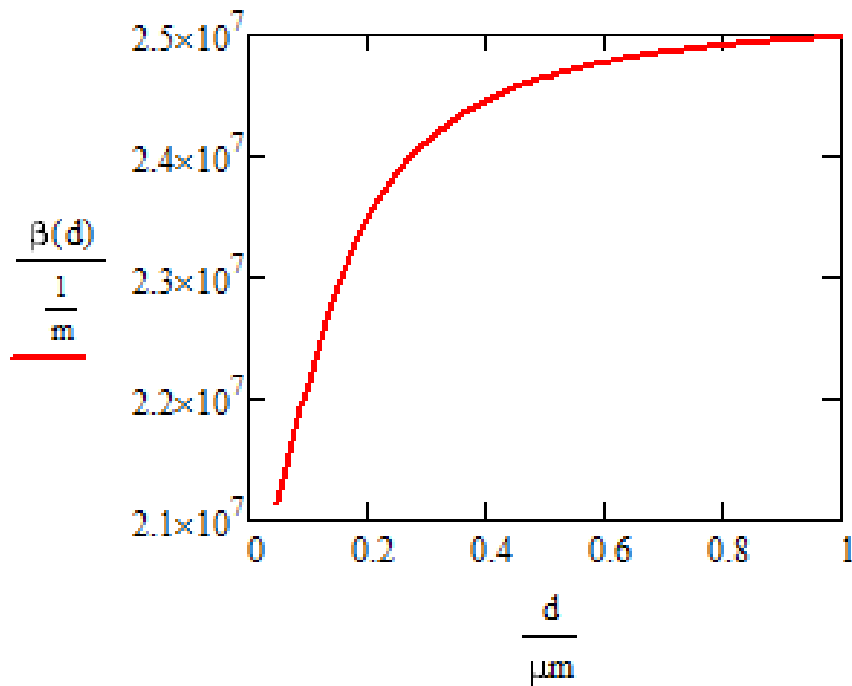
$$\lambda_0 = 0.9 \mu\text{m},$$

$$k_0 \cong 7 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

Światłowód rzeczywisty, mod TE₀

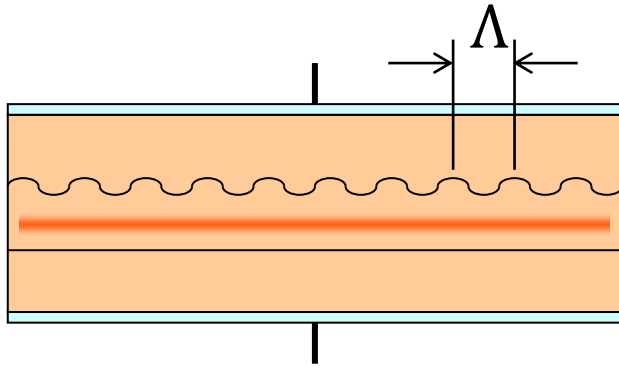
$$\beta(d) = \sqrt{n_{R_2}^2 k_0^2 - \kappa_2^2}$$

$$n_{ef}(d) = \frac{\beta(d)}{k_0}$$

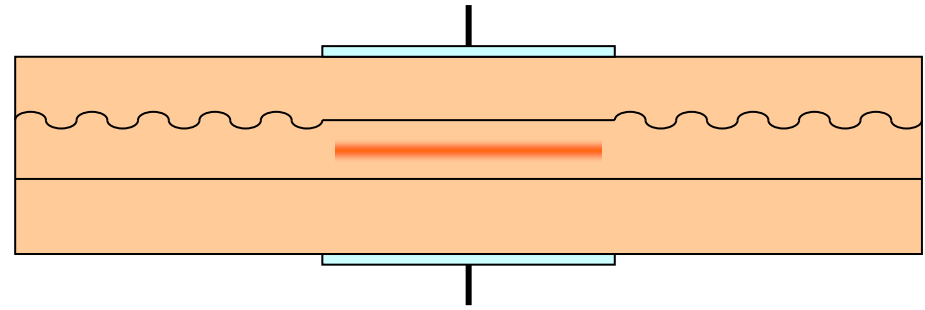


TE $\vec{E}(x, y, z, t) = \hat{y}E_y(x) \cdot \exp[-i(\beta z - \omega t)]$

Optyka zintegrowana – lasery z wbudowanym sprzężeniem zwrotnym



DFB (distributed feedback)

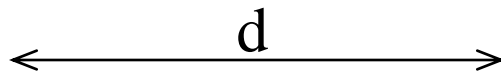


DBR (Distributed Bragg reflector)

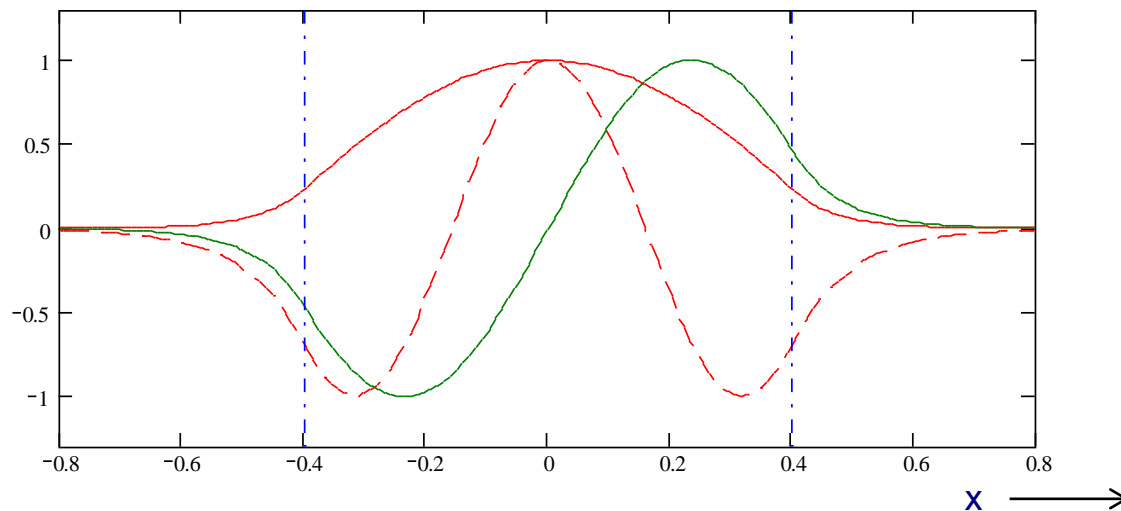
$$m \frac{\lambda_0}{n_{ef}} = 2 \cdot \Lambda$$

Światłowod rzeczywisty - rozwiązania TE, cd.

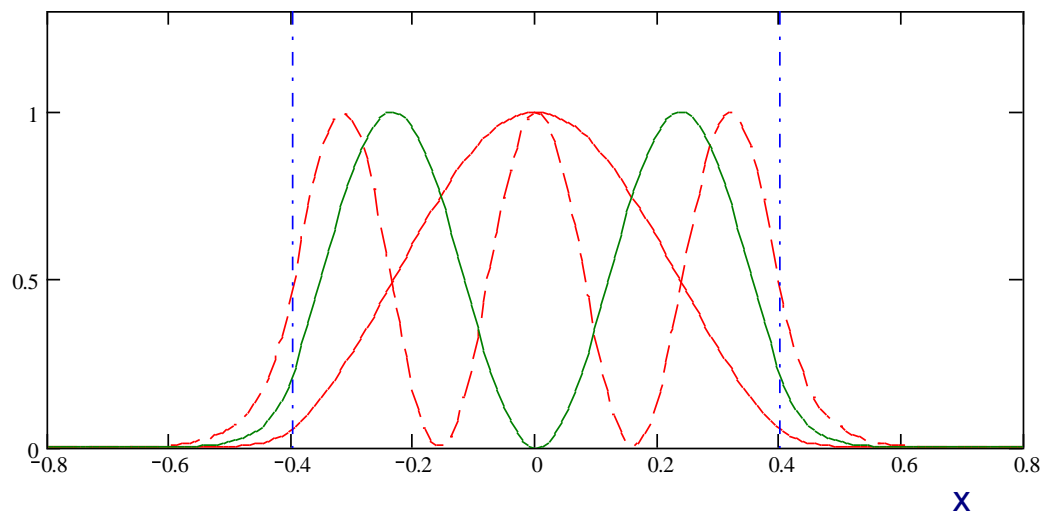
d



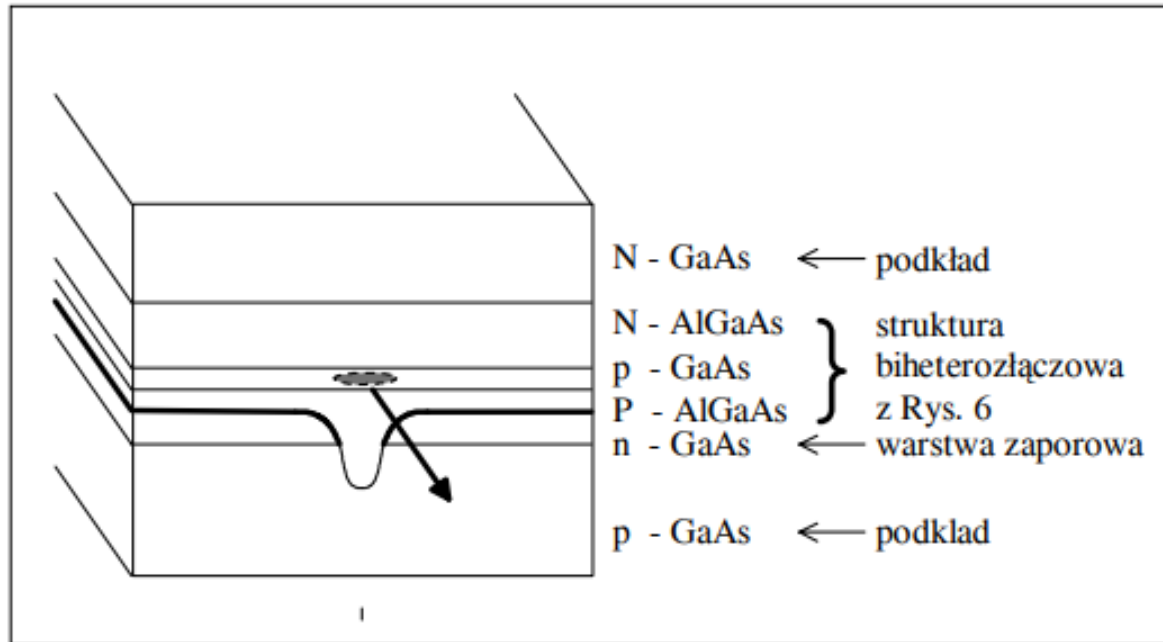
$E_y(x)$



$E_y(x)^2$



Jak ograniczyć mod w płaszczyźnie złącza?



Rys. 6. Schemat budowy lasera półprzewodnikowego LT022MC firmy Sharp.
Grubą linią oznaczono złącze spolaryzowane zaporowo

Światłowód aktywny TE

Stała ekstynkcji $k_e \neq 0 \Rightarrow \mathbf{N}_R \in Z, \beta \in Z.$

Można poszukiwać analogicznych rozwiązań, jak dla falowodu biernego - uzyskane rozwiązania będą jednak **zespólone**:

Zwykle przechodzi się do zmiennych zespolonych:

$$\kappa_1 \frac{d}{2} \rightarrow \mathbf{w} \quad (\text{płaszczyzna}) \qquad \kappa_2 \frac{d}{2} \rightarrow \mathbf{u} \quad (\text{rdzeń}).$$

Spełniają one więc, dla modów TE, układ równań:

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \tan(\mathbf{u})$$

$$\mathbf{w}^2 + \mathbf{u}^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 k_0^2 (\mathbf{N}_{R_2}^2 - \mathbf{N}_{R_1}^2),$$

który można rozwiązać numerycznie.

Światłowod aktywny TE - warunek propagacji

W światłowodzie **rzeczywistym**: $n_{R_2} > n_{R_1}$, $n_{R_{EFF}} = \frac{\beta}{k_0}$

Fala w płaszczyźnie światłowodu **aktywnego**:

$$\mathbf{E}_y(x) \propto \exp\left[-\mathbf{w}\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right] = \exp\left[-\operatorname{Re}(\mathbf{w})\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right] \cdot \exp\left[-i \operatorname{Im}(\mathbf{w})\left(\frac{2|x|}{d}-1\right)\right]$$

Pole zlokalizowane: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \mathbf{E}_y = 0 \Rightarrow \operatorname{Re}(\mathbf{w}) > 0$

Fala propaguje od rdzenia do ∞ $\Rightarrow \operatorname{Im}(\mathbf{w}) > 0$

Twierdzenie: $\arg[\mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \operatorname{tg}(\mathbf{u})] \in \left(0 \dots \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \arg\left[\frac{\mathbf{u}^2}{\cos^2(\mathbf{u})} = \mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2\right] \in (0 \dots \pi)$

Wniosek: $\operatorname{Im}(\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2) = \operatorname{Im}(\mathbf{N}_{R_2}^2 - \mathbf{N}_{R_1}^2) = \underline{\underline{n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} > 0}}$

(warunek konieczny)

Światłowód aktywny TE - przykłady

1. $n_{R_1} = n_{R_2} = 3.6$

$k_{e_1} = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 1.4 \cdot 10^4 m^{-1}$

$k_{e_2} = -10^{-2} \Rightarrow \alpha = -1.4 \cdot 10^5 m^{-1}$

$n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0.04 > 0$

2. $n_{R_1} = n_{R_2} = 3.6$

$k_{e_1} = 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 1.4 \cdot 10^4 m^{-1}$

$k_{e_2} = -2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \alpha = -2.8 \cdot 10^4 m^{-1}$

$n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0.01 > 0$

3. $n_{R_1} = 2.95$ $n_{R_2} = 3.6$

$k_{e_1} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

$k_{e_2} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

$n_{R_1} k_{e_1} - n_{R_2} k_{e_2} = 0$

