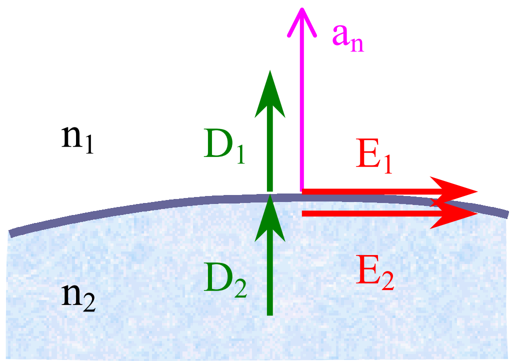
Pole na granicy dwóch ośrodków



Składowe normalne indukcji są zachowane:

$$\vec{a}_n \cdot \left(\vec{D}_2 - \vec{D}_1\right) = 0$$

$$\vec{a}_n \cdot \left(\vec{B}_2 - \vec{B}_1\right) = 0$$

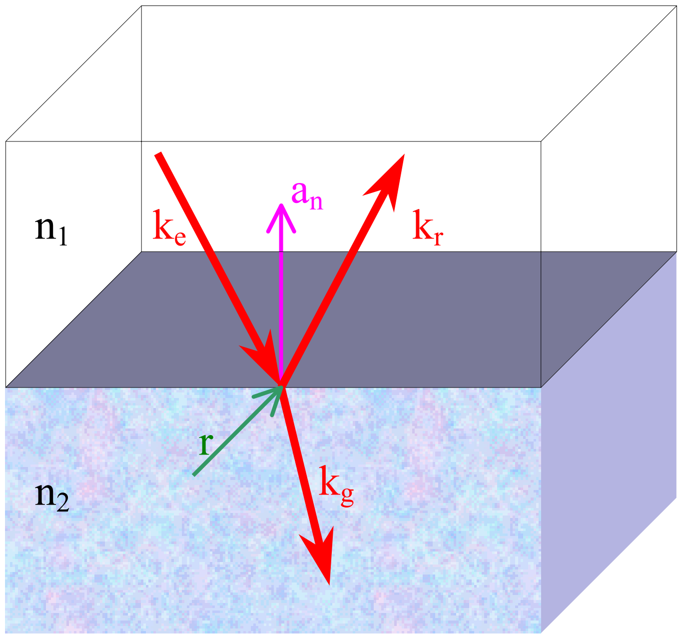
Składowe styczne natężeń są zachowane:

$$\vec{a}_n \times \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right) = 0$$

$$\vec{a}_n \times \left(\vec{H}_2 - \vec{H}_1\right) = 0$$

(Wyprowadzenie – R. Feynman i in., *"Feynmana wykłady z fizyki"* tom II, cz. 2, PWN 1970, s.235)

Wniosek: Pola $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ wszystkie zależą od $\exp\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)$. Równość odpowiednich składowych oznacza, że każdym punkcie powierzchni granicznej musi być zachowany iloczyn skalarny $\vec{k} \cdot \vec{r}$:



$$\vec{k}_e \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_g \cdot \vec{r}$$

$\vec{r}$ jest dowolnym promieniem wodzącym, może być na przykład jak na rysunku: w płaszczyźnie rozdziału, prostopadły do $\vec{k}_e$.

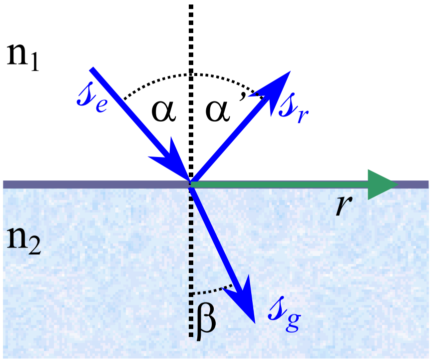
Wówczas:

$$\vec{k}_e \cdot \vec{r} = 0 = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_g \cdot \vec{r} \Rightarrow \vec{k}_r, \vec{k}_g \perp \vec{r}$$

Wniosek 1: wszystkie wektory $\vec{k}$ w jednej płaszczyźnie.

Uwzględniając współczynniki załamania w ośrodkach można napisać:

$$n_1 k_0 \vec{s}_e \cdot \vec{r} = n_1 k_0 \vec{s}_r \cdot \vec{r} = n_2 k_0 \vec{s}_g \cdot \vec{r}$$



teraz wektor wodzący $\vec{r}$ leży płaszczyźnie padania i stycznie do powierzchni rozdziału ośrodków.

Podstawiając do wyrażeń na iloczyny skalarne odpowiednie cosinusy uzyskamy:

$$n_1 k_0 \cos\left(90^0 - \alpha\right) = n_1 k_0 \cos\left(90^0 - \alpha'\right) = n_2 k_0 \cos\left(90^0 - \beta\right),$$

$$n_1 \sin(\alpha) = n_1 \sin(\alpha') = n_2 \sin(\beta)$$

$$\boxed{\alpha = \alpha' \qquad n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)}$$

prawo odbicia prawo załamania