Gaussowskie mody podłużne

Reprodukowanie się amplitudy zespolonej wiązki gaussowskiej prowadzi do wymogu odtwarzalności parametru Kogelnika.
Reprodukowanie się fazy jest równoważne konstruktywnej interferencji pola po obiegu rezonatora. Tak więc różnica fazy na osi optycznej musi być wielokrotnością 2π przy pełnym obiegi rezonatora i π na drodze d.

Tak więc dla fazy Φ_1 modów wyższego rzędu i symetrii obrotowej:

$$e^{i\Phi_1} = e^{-i\left[kd-(2n+m+1)\arctan\left(\frac{d}{z_0}\right)\right]} = e^{-i\cdot\pi p}, \quad p \in C$$

albo:

$$kd - (2n+m+1)\arctan\left(\frac{d}{z_0}\right) = \pi p$$

Związek pomiędzy z_0 i d dla konkretnego rezonatora wynika z warunku na odtwarzalność parametru Kogelnika

$$\frac{d}{z_0} = \frac{|2g_1g_2 - g_1 - g_2|}{\sqrt{g_1g_2(1-g_1g_2)}}$$ dla rezonatora niekonfokalnego

$$\frac{d}{z_0} = 2$$ dla wiązki symetrycznej w rezonatorze konfokalnym

To jest równanie na k. Ponieważ dla dowolnego x $|\arctan(x)| < \pi/2$, a liczby całkowite n i m są niewielkie, to w pierwszym przybliżeniu człon ten można uznać za małą stałą C. Wówczas (w próżni, w ośrodku podstawić $c := c/n_r$):

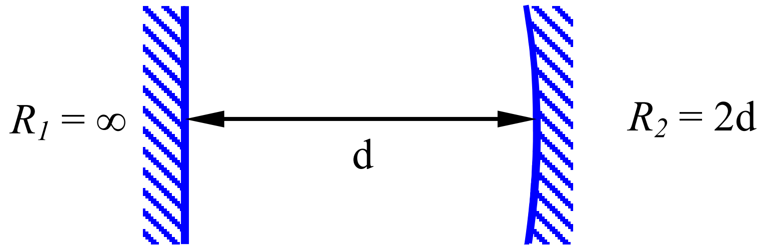
$$kd - C = \pi p \Rightarrow k = p\frac{\pi}{d} + \frac{C}{d}; \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2\pi/k} = k\frac{c}{2\pi}$$

$$\Delta k = k_{p+1} - k_p = \frac{\pi}{d}; \quad \Delta\nu = \frac{c}{2d}$$

Dokładniej: obliczone odległości pomiędzy modami podłużnymi dotyczą tego samego modu poprzecznego (n i m).

Warunek wzmocnienia dla wszystkich modów można wyznaczyć dla konkretnego rezonatora.

Dla prostoty obliczeń rozpatrzmy rezonator stabilny: $g_1 = 1$ i $g_2 = 1/2$:



W takim przypadku $\frac{d}{z_0} = \frac{|2g_2 - 1 - g_2|}{\sqrt{g_2(1-g_2)}} = 1; \quad \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$.

Warunek na k jest więc następujący:

$$kd - \frac{2n+m+1}{4}\pi = \pi p \quad \Rightarrow \nu_{n,m,p} = \frac{c}{2d}\left(p + \frac{1}{4} + \frac{2n+m}{4}\right)$$

Załóżmy, że generują się mody dla n i $m \leq 3$. Obliczmy możliwe przesunięcia częstości w stosunku do podstawowej $\nu_{0,0,p}$

		m			
		0	1	2	3
n	0	0	1/4	2/4	3/4
	1	2/4	3/4	1	5/4
	2	1	5/4	6/4	7/4
	3	6/4	7/4	2	9/4

Pojawiają się dodatkowe częstości oraz degeneracja:

$$\nu_{n,m,p} = \frac{c}{2d}\left(\ldots + \frac{1}{4}\right)$$

	-1/4	0	1/4	2/4	3/4	1	5/4	6/4	7/4	2	9/4
n,m,p	2,3,p-2										
	3,1,p-2	3,2,p-2	3,3,p-2								
	0,3,p-1										
	1,1,p-1	1,2,p-1	1,3,p-1								
		2,0,p-1	2,1,p-1	2,2,p-1	2,3,p-1						
				3,0,p-1	3,1,p-1	3,2,p-1	3,3,p-1				
		0,0,p	0,1,p	0,2,p	0,3,p						
				1,0,p	1,1,p	1,2,p	1,3,p				
						2,0,p	2,1,p	2,2,p	2,3,p		
								3,0,p	3,1,p	3,2,p	3,3,p
						0,0,p+1	0,1,p+1	0,2,p+1	0,3,p+1		
								1,0,p+1	1,1,p+1	1,2,p+1	1,3,p+1
										2,0,p+1	2,1,p+1
										0,0,p+2	0,1,p+2