

Fotometria

F. obiektywna = radiometria:

Jaka ENERGIA dopływa ze źródła

F. subiektywna:

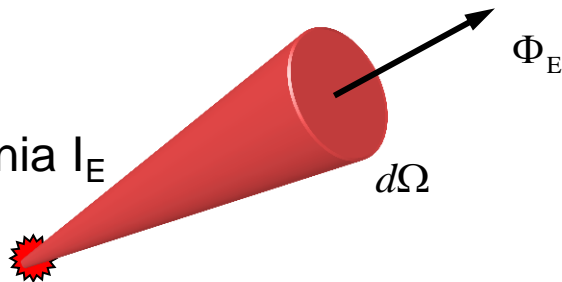
Jak JASNO świeci to źródło?

(w ocenie *przeciętnego* człowieka)

Potrzebujemy kilku definicji:

	definicja			Gęstość spektralna (widmo)	
Moc promieniowania	$\frac{\text{emitowana energia}}{\text{jedn. czasu}}$	$\Phi_E = \frac{dQ}{dt}$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{s}}\right] = [\text{W}]$	$\Phi_E(\lambda) = \frac{dQ}{dt \cdot d\lambda}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{nm}}\right]$
Natężenie promieniowania	$\frac{\text{moc}}{\text{jedn. kąta bryłowy}}$	$I_E = \frac{d\Phi_E}{d\Omega}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr}}\right]$	$I_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{d\Omega \cdot d\lambda}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr nm}}\right]$
Luminancja energetyczna	$\frac{\text{natężenie prom.}}{\text{pow. w kier. emisji}}$	$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos \varphi}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2}\right]$	$L_E(\lambda) = \frac{dI_E}{dA d\lambda \cdot \cos \varphi}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{nm}}\right]$
Egzytancja en. = zdolność emisyjna	$\frac{\text{moc we wszystkich kier.}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$M_E = \frac{d\Phi_E}{dA_{\text{źr}}}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]$	$M_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{dA_{\text{źr}} d\lambda}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{nm}}\right]$

Natężenie promieniowania I_E

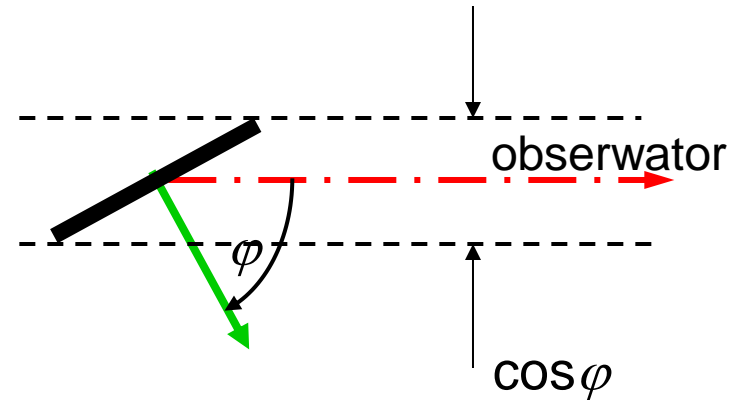
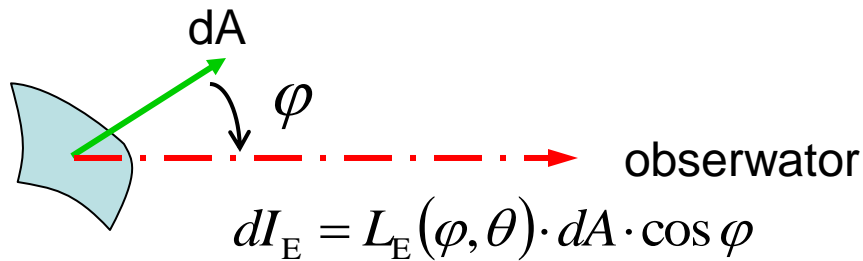


uwaga:
dobrze opisuje
albo źródło punktowe
albo 1 punkt źródła rozciągniętego

Luminancja energetyczna $L_E(\lambda) = \frac{\text{natężenie promieniowania}}{\text{wielkość powierzchni w kierunku emisji}}$

$$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos \varphi}$$

albo: powierzchniowa gęstość natężenia źródła światła



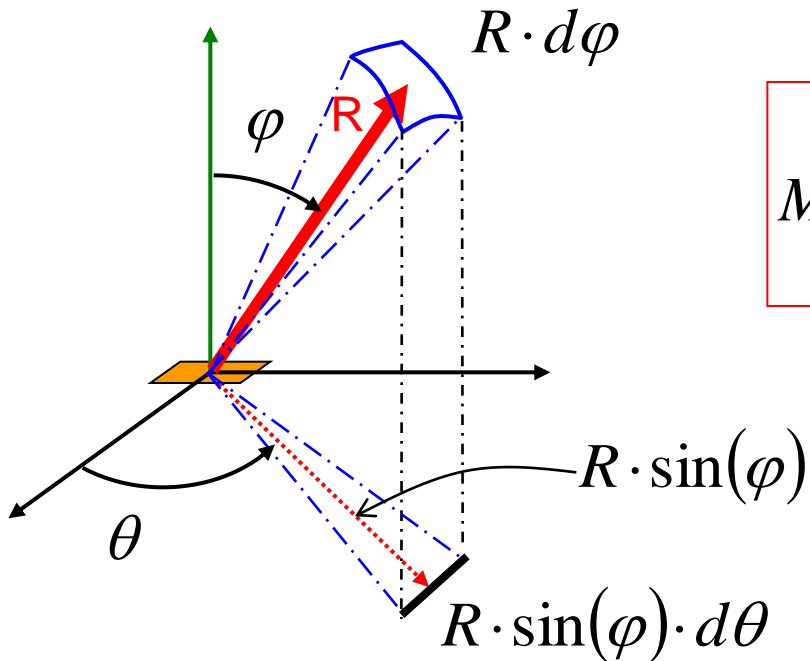
Źródło jest typu **Lamberta** gdy L nie zależy od θ, φ
 w takim przypadku natężenie promieniowania I_E zależy od φ jak $\cos(\varphi)$

Egzytancja energetyczna, albo zdolność emisyjna = $\frac{\text{moc emitowana we wszystkich kierunkach}}{\text{jednostka powierzchni}}$

$$M_E = \frac{d\Phi_E}{dA_{zr}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$M_E = \int L_E(\varphi, \theta) \cos(\varphi) d\Omega$$

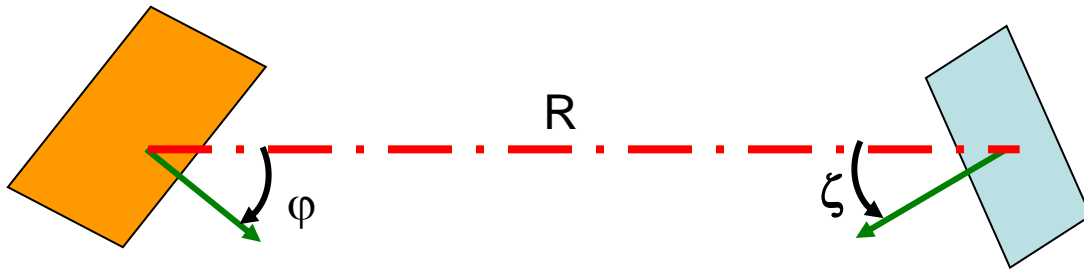
$$d\Omega = \frac{R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\theta \cdot R \cdot d\varphi}{R^2}$$



$$M_E = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi [L_E(\varphi, \theta) \cos(\varphi) \sin(\varphi)]$$

Natężenie napromienienia

$$\frac{\text{moc dopływająca ze wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni oświetlanej}} = E_E = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw}} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad E_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw} d\lambda} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{nm}} \right]$$



element dA powierzchni źródła

element dS powierzchni oświetlanej

$$E_E = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw}} = \frac{I_E d\Omega}{dS_{osw}} = \frac{I_E \frac{dS_{osw} \cos(\zeta)}{R^2}}{dS_{osw}} = \frac{I_E \cos(\zeta)}{R^2} = \left[\int L_E(\varphi, \theta) dA_{zr} \cos(\varphi) \right] \frac{\cos(\zeta)}{R^2}$$

$$dE_E = L_E(\varphi, \theta) \frac{\cos(\varphi) \cos(\zeta)}{R^2} dA_{zr}$$

podstawowe prawo fotometrii

Ciało doskonale czarne

= otwór w pewnej wnęce z promieniowaniem charakteryzowanej przez 1 parametr - **temperaturę**

1. Gęstość energii wewnątrz wnęki z promieniowaniem (RM)
 2. Emisja przez dziurkę tak małą, że nie zaburza pola wewnątrz
- ← $w(T)$

Ad1. a) gęstość modów:

Równanie falowe:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

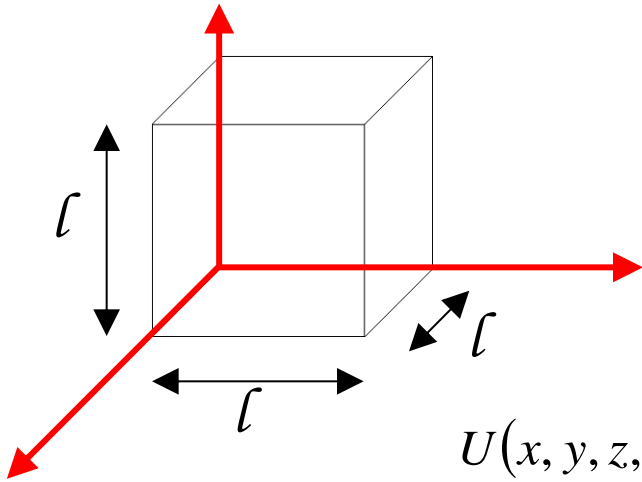
Warunki brzegowe: $U(x, y, z=0) \equiv 0$

Rozwiązanie (jednoznaczne dla fali monochromat. o częstotliwości ν):

$$U(x, y, z, t) = U_0 \cdot \sin\left(2\pi\nu_x \frac{x}{c}\right) \cdot \sin\left(2\pi\nu_y \frac{y}{c}\right) \cdot \sin\left(2\pi\nu_z \frac{z}{c}\right) \cdot \sin(2\pi\nu t)$$

przy czym:

$$\nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2 = \nu^2$$

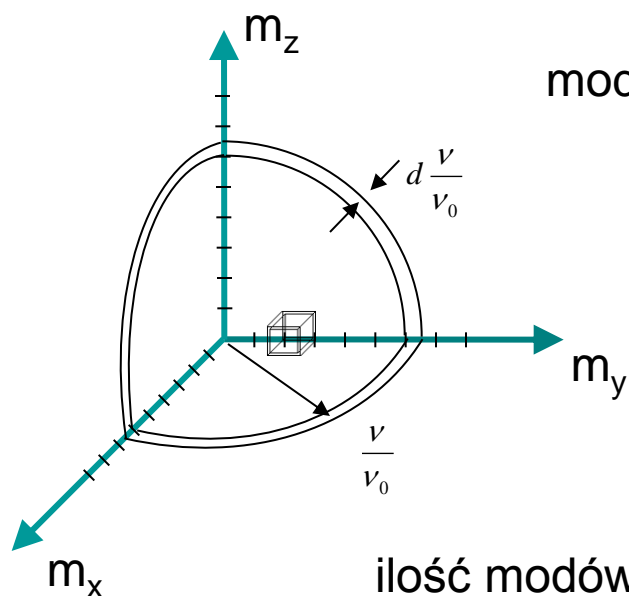


Warunki brzegowe: $U(x,y,z=l) \equiv 0$ wstawiając otrzymujemy:

$$\sin\left(2\pi\nu_x \frac{l}{c}\right) = 0 \quad \text{czyli:} \quad 2\pi\nu_x \frac{l}{c} = m_x \pi \quad \text{albo} \quad \nu_x = \frac{c}{2l} m_x$$

$$\text{wówczas:} \quad \nu^2 = \nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2 = \left(\frac{c}{2l}\right)^2 (m_x^2 + m_y^2 + m_z^2) = \nu_0^2 (m_x^2 + m_y^2 + m_z^2)$$

mod opisujemy 3 liczbami naturalnymi: (m_x, m_y, m_z)



$$\text{ilość modów o częstotliwości } \nu \dots \nu + d\nu = \frac{\text{objętość warstwy o promieniu } \nu \text{ i grubości } d\nu}{\text{objętość komórki 1 modu} = 1}$$

$$\text{ilość modów o częstotliwości } \nu \dots \nu + d\nu = \frac{1}{8} 4\pi \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 d\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} d\nu \cdot l^3$$

$$\text{gęstość modów o 2 polaryzacjach:} \quad N_\nu \cdot d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad [\text{m}^{-3}]$$

Ad1. b) **średnia energia modu** o danej częstotliwości ν $= \overline{Q_\nu}$

mody różnią się ilością fotonów: wszystkie ilości są możliwe, ale

- liczba fotonów n nie może być ułamkowa
- mody nie występują równocześnie: (albo jest n_1 albo n_2 fotonów)

$$\overline{Q_\nu} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} Q_n \cdot P(Q_n)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(Q_n)} \quad Q_\nu = n \cdot h\nu$$

$P(Q_n)$ = względne (nieunormowane) prawdopodobieństwo wystąpienia modu o n fotonach

założenie: prawdopodobieństwo opisuje Rozkład Boltzmann'a

$$P(Q_n) = \exp\left[-\frac{Q_n}{k_B T}\right]$$

$$\overline{Q_\nu} = h\nu \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]} = h\nu \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \quad [\text{J s Hz}]$$

średnia gęstość energii we wnętrzu

= gęstość modów

· średnia energia modu

$$\bar{w}(\nu) = N_\nu \cdot \bar{Q}_\nu \quad [\text{m}^{-3}/\text{Hz}] \quad [\text{J}]$$

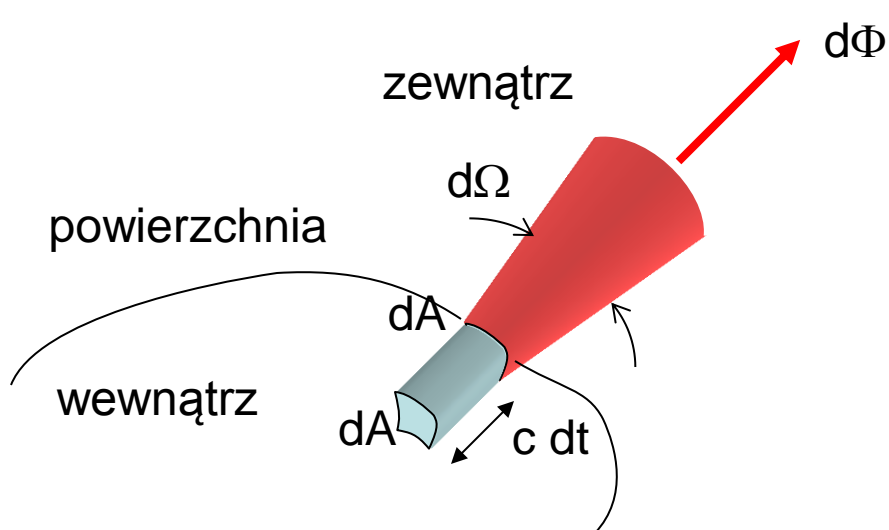
$$\bar{w}(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{Hz}} \right]$$

Jak to przeliczyć na skalę długości fali:

$$\bar{w}(\nu) d\nu = \bar{w}[\nu(\lambda)] d\lambda \frac{d\nu}{d\lambda} \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \quad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$\bar{w}(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{nm}} \right]$$

2. Emisja przez dziurkę tak **małą**, że nie zaburza pola wewnątrz



energia dopływa z
objętości $dV = dA \cdot c \cdot dt$
widzianej pod kątem $d\Omega$:

$$\frac{d^3 Q}{dV} = dw_E = \frac{1}{c} L_E \cdot d\Omega$$

Uwzględniamy tylko te
mody, które rozchodzą
się w kącie $d\Omega$

$$\frac{dw_E}{w_E} = \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$$w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_E$$

$$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos \varphi} = \frac{d \frac{dQ}{dt}}{dA \cdot \cos \varphi}$$

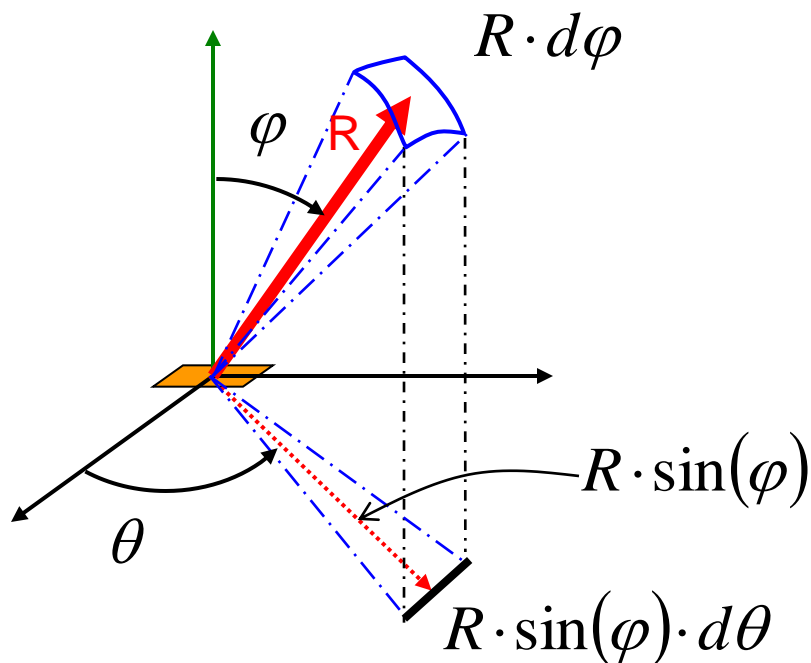
$$L_E = \frac{d^3 Q}{dA \cdot d\Omega \cdot dt} \quad \cos \varphi = 1$$

$$d^3 Q = L_E \cdot \underbrace{dA \cdot dt \cdot d\Omega}_{\frac{dV}{c}}$$

Egzytancja energetyczna, albo
zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego

= $\frac{\text{moc emitowana we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$

$$M_E = \frac{d\Phi_E}{dA_{zr}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad M_E = \int L_E(\varphi, \theta) \cos(\varphi) d\Omega$$



$$d\Omega = \frac{R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\theta \cdot R \cdot d\varphi}{R^2}$$

$$M_E = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi [L_E(\varphi, \theta) \cos(\varphi) \sin(\varphi)] = L_E(0,0) \cdot \pi$$

dla źródła typu
Lamberta

Ekzytancja ciała doskonale czarnego:

$$w_E(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}$$

$$w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_E$$

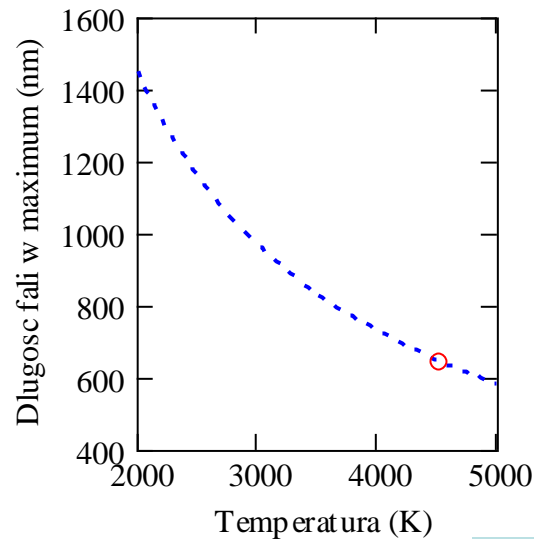
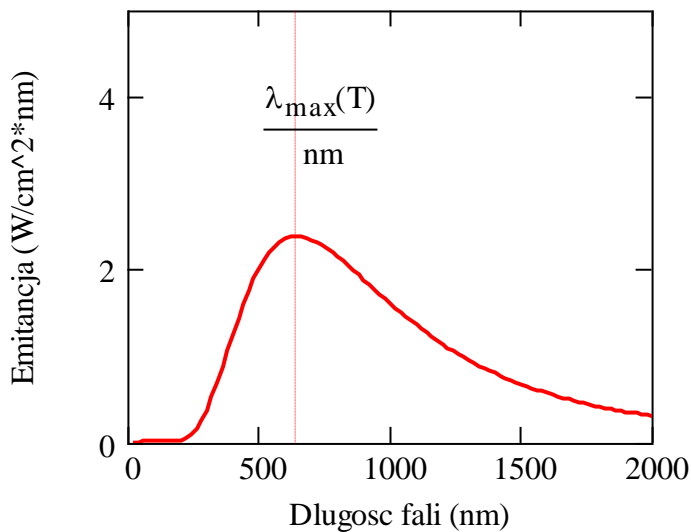
$$M_E = L_E \pi$$

$$M_E(\nu) = 2\pi \frac{h}{c^2} \nu^3 \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{Hz}} \right]$$

$$M_E(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{nm}} \right]$$

T = 4500K

$\lambda_{\max}(T) = 644\text{nm}$



Fotometria subiektywna

Jak jasno?

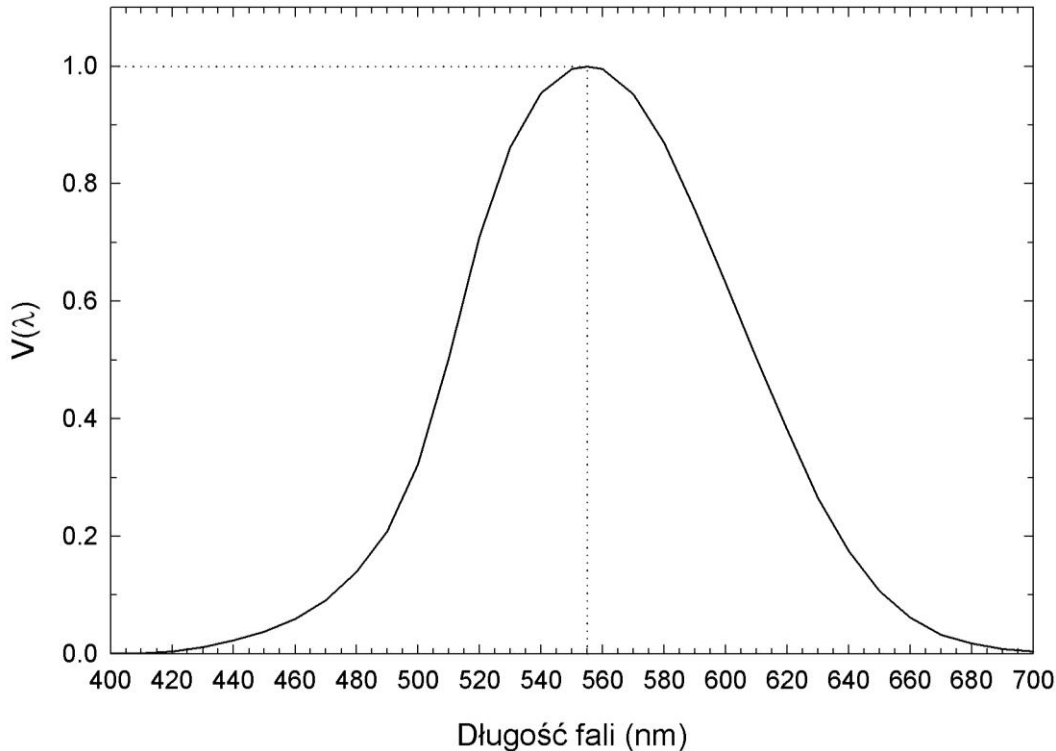


-te same wielkości, odnoszą się jednak do reakcji człowieka

Radiometria			Fotometria		
Energia promieniowania		[J]		Ilość światła	[lm s]
Strumień energetyczny	$\frac{\text{emitowana energia}}{\text{jedn. czasu}}$	[W]		Strumień świetlny	[lm] (<i>lumen</i>)
Natężenie promieniowania	$\frac{\text{moc}}{\text{jedn. kąt bryłowy}}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr}} \right]$	Radiant intensity	Natężenie św. a. Światłość	$\left[\frac{\text{lm}}{\text{sr}} \right]$ (<i>kandela</i>)
Luminancja energetyczna	$\frac{\text{natężenie prom.}}{\text{pow. w kier. emisji}}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2} \right]$	Radiance	Luminancja świetlna	$\left[\frac{\text{lm}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2} \right]$
Egzytancja en. = zdolność emisyjna	$\frac{\text{moc we wszystkich kier.}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$	Exitance	Egzytancja świetlna	$\left[\frac{\text{lm}}{\text{m}^2} \right]$
Natężenie napromienienia	$\frac{\text{moc dopływająca}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$	Irradiance	Natężenie oświetlenia	$\left[\frac{\text{lm}}{\text{m}^2} \right]$ (<i>lux</i>)

Jak przeliczać?

Na przykład związek pomiędzy strumieniem świetlnym i energetycznym
 $\text{lm} \leftrightarrow \text{W}$



Międzynarodowa
krzywa czułości oka

Oto co widzi oko:

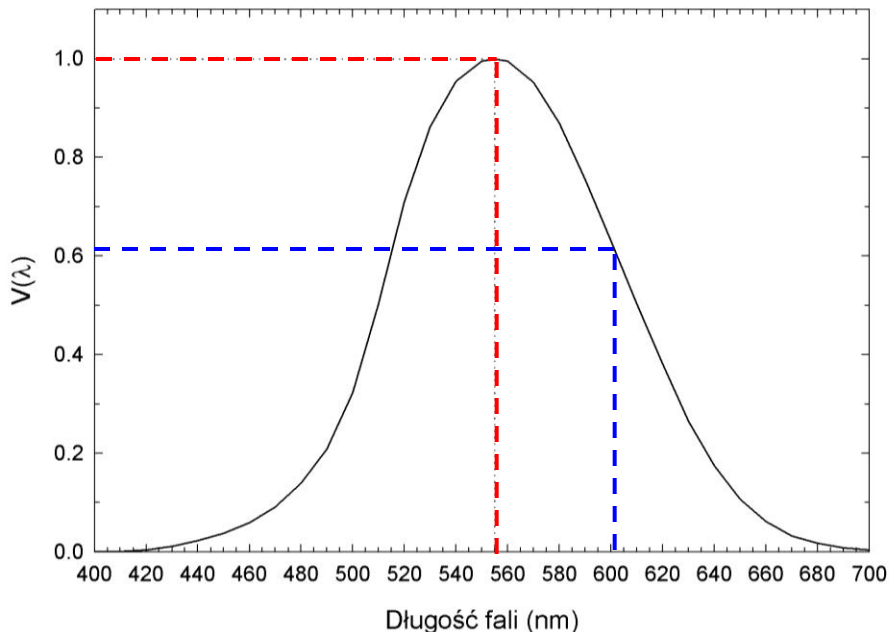
$$\Phi[\text{lm}] = 683 \left[\frac{\text{lm}}{\text{W}} \right] \cdot \int_0^{\infty} V(\lambda) \cdot \Phi_E(\lambda) d\lambda$$

Tak naprawdę oko widzi natężenie światła (żrenica oka)

Oficjalna definicja kandeli (SI):

Kandela jest to światłość, jaką ma w określonym kierunku źródło emitujące promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości 540 1014 Hz ($\lambda = 555 \text{ nm}$ w próżni) i którego energetyczne natężenie promieniowania w tym kierunku wynosi $1/683 \text{ W/sr}$.

$$I \left[\frac{\text{lm}}{\text{sr}} \right] = 683 \left[\frac{\text{lm}}{\text{W}} \right] \cdot V(\lambda) \cdot I_E(\lambda) \left[\frac{\text{W}}{\text{sr}} \right] d\lambda \quad \text{---} \quad V(555 \text{ nm}) = 1$$



Międzynarodowa
krzywa czułości oka

Stara definicja kandeli:

Kandela jest to światłość, jaką ma w kierunku prostopadłym pole o powierzchni $1/60 \text{ cm}^2$ ciała doskonale czarnego, promieniującego w temperaturze krzepnięcia platyny pod ciśnieniem $101\,325 \text{ Pa}$ (2045.2 K).

$$I_E = A \cdot L_E = A \cdot \frac{M_E}{\pi}$$

$$I_E [1 \text{ cd}] = \frac{1}{60} [\text{cm}^2] \frac{1}{\pi [\text{sr}]} \int_0^\infty V(\lambda) \cdot \left\{ \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1} d\lambda \right\} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

To wszystko można obliczyć dla danego T .
Dla $T=2045.2 \text{ K}$ wychodzi $1/683 \text{ W/sr}$

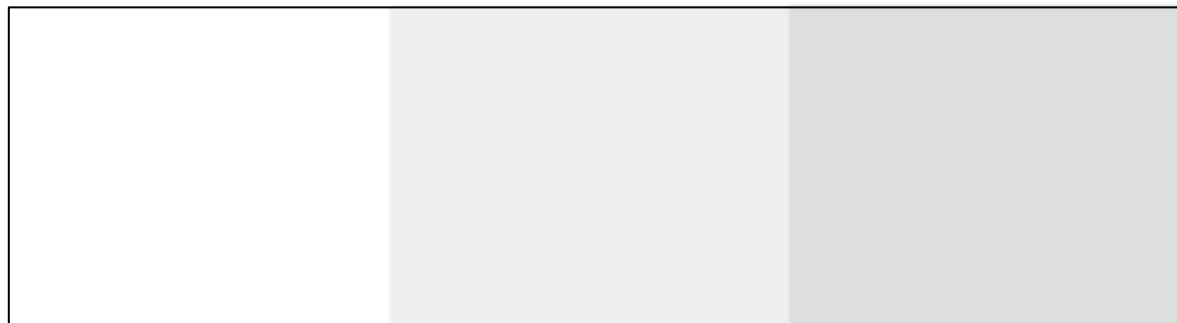
Co to jest ansi-lumen?

- Wystandardyzowana metoda pomiaru strumienia świetlnego np. projektorów:
 - Regulacja projektora do właściwych poziomów szarości
 - Pomiar właściwy oświetlenia.

0%

5%

10%



jasność

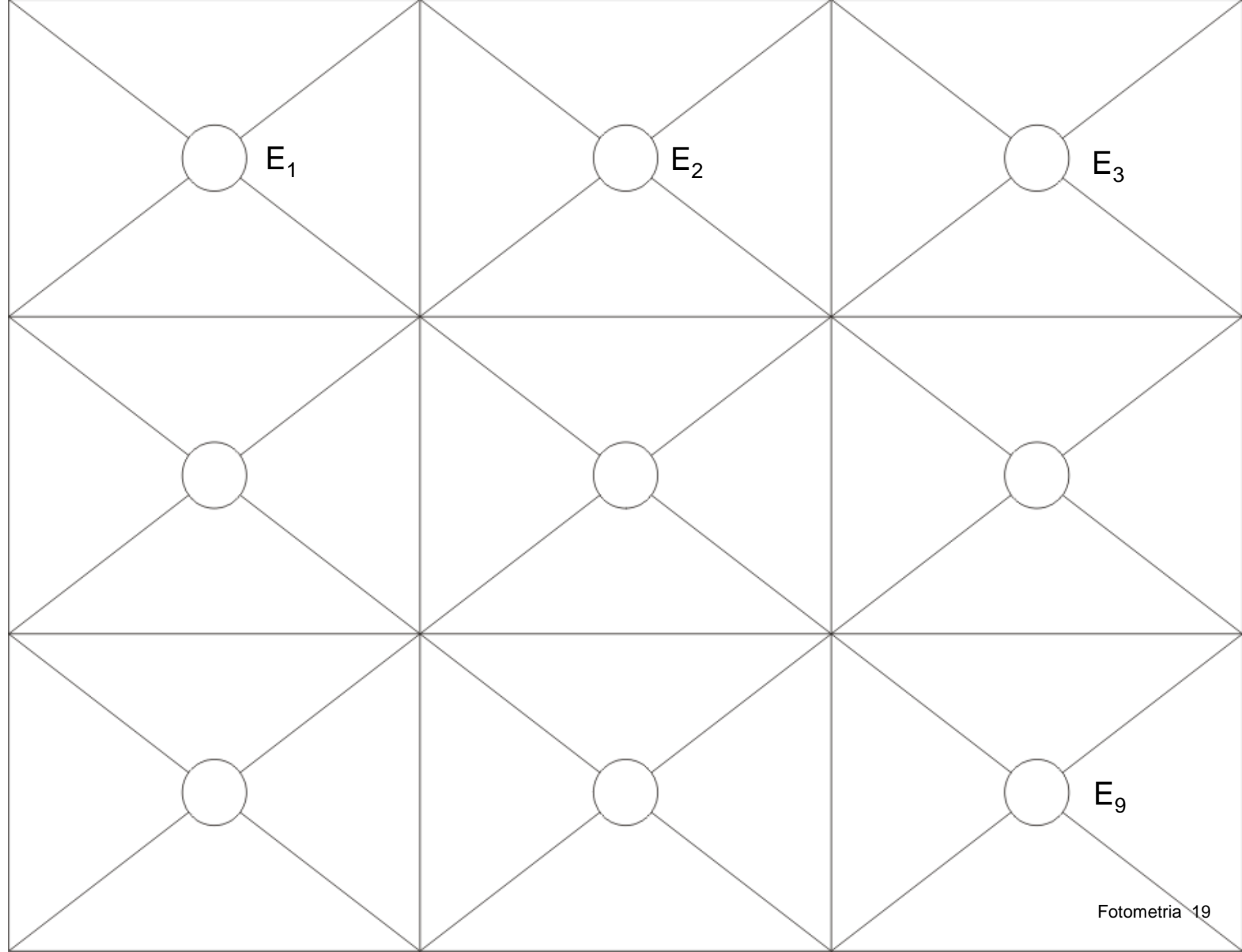


kontrast

90%

95%

100%



$$\Phi = \left(\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 E_i \right) \cdot S_{ekran} \quad [lm]$$