Koncentracja nośników w półprzewodniku w stanie równowagi termodynamicznej

1. stosowane oznaczenia i stałe fizyczne:

h kreslone: $ł := 1.05\cdot 10^{-34}\cdot joule\cdot sec$ $\quad eV := 1.6\cdot 10^{-19}\cdot joule$ $\quad nsec := 10^{-9}\cdot sec$

masa elektronu: $m_0 := 9.1\cdot 10^{-31}\cdot kg$

stała Boltzmanna: $k_B := 1.38\cdot 10^{-23}\cdot \frac{joule}{K}$

2. wprowadźmy dane dla GaAs:

masy efektywne: $m_e := 0.067\cdot m_0$ $\quad m_h := 0.55\cdot m_0$

przerwa energetyczna: $E_g := 1.435\cdot eV$

$E_v := -E_g$ $\quad E_c := 0\cdot eV$ (0 energii przyjmujemy w dolnej krawędzi pasma przewodzenia

temperatura "pokojowa" 27 ºC : $T := 300\cdot K$ $\quad k_B\cdot T = 0.026\,eV$

3. Funkcje Fermiego-Diraca i różniczkowe gęstości stanów mają postać:

$$f_e(E,F) := \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-F}{k_B\cdot T}\right)} \qquad f_h(E,F) := \frac{1}{1+\exp\left(\frac{F-E}{k_B\cdot T}\right)}$$

$$\rho_e(E) := \frac{1}{2\cdot\pi^2}\cdot\left(\frac{2\cdot m_e}{ł^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{E-E_c} \qquad \rho_h(E) := \frac{1}{2\cdot\pi^2}\cdot\left(\frac{2\cdot m_h}{ł^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{E_v-E}$$

obliczmy wartości argumentu funkcji

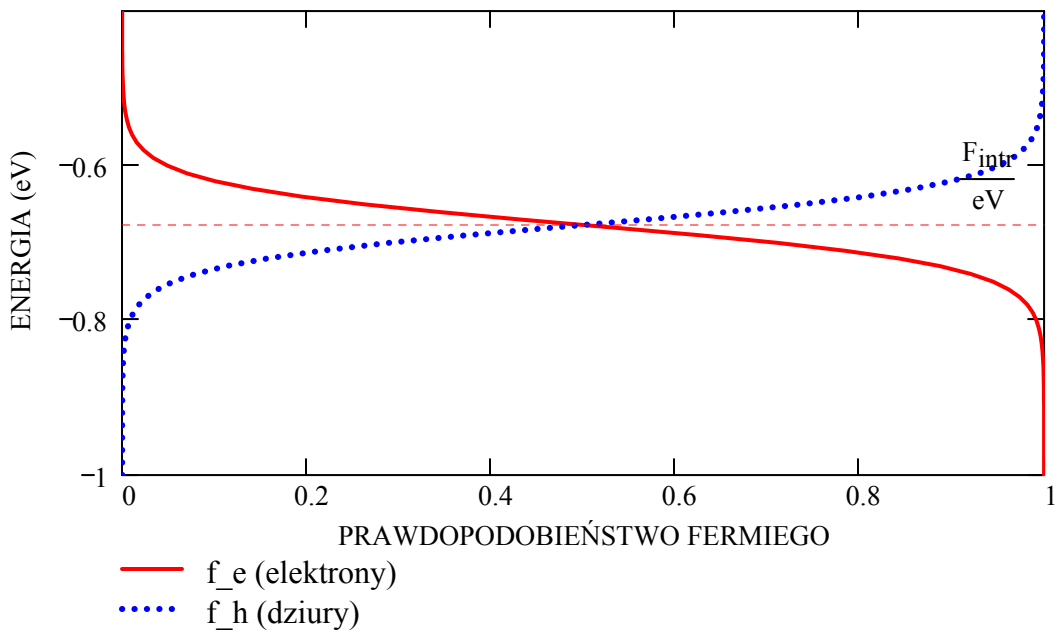
$i := 0..200$ $\quad E_i := -1\cdot eV + 2\cdot eV\cdot\frac{i}{200}$ $\quad E_{e_i} := E_c + 0.5\cdot\frac{i}{200}\cdot eV$

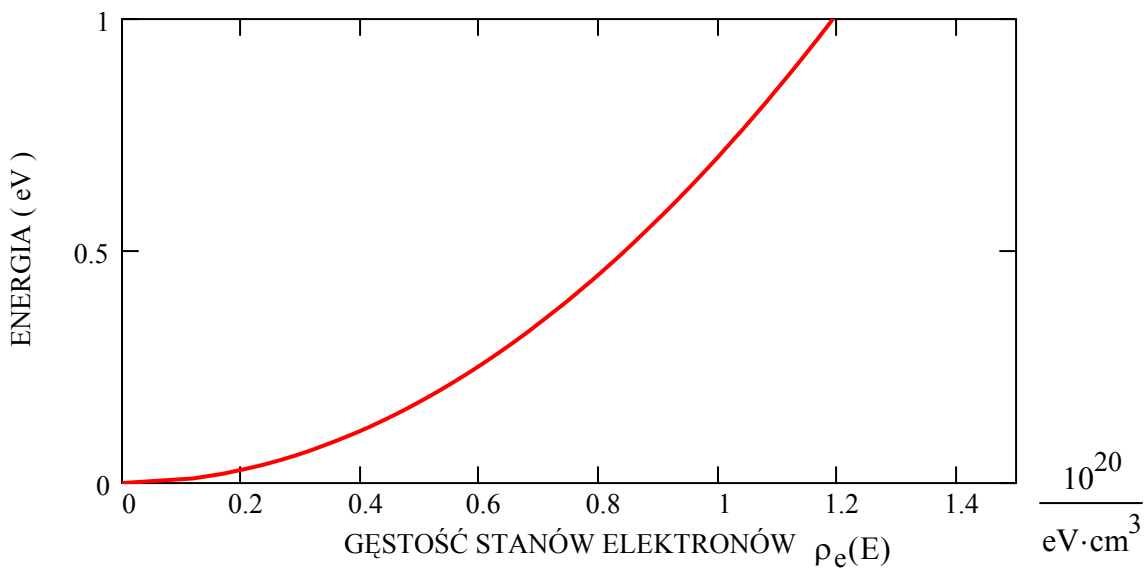
$E_{h_i} := E_v - 0.2\cdot\frac{i}{200}\cdot eV$

W półprzewodniku samoistnym:

$$F_{intr} := \frac{1}{2}\cdot\left(E_c + E_v\right) + \frac{3}{4}\cdot k_B\cdot T\cdot \ln\left(\frac{m_h}{m_e}\right)$$ a więc: $F_{intr} = -0.677\,eV$

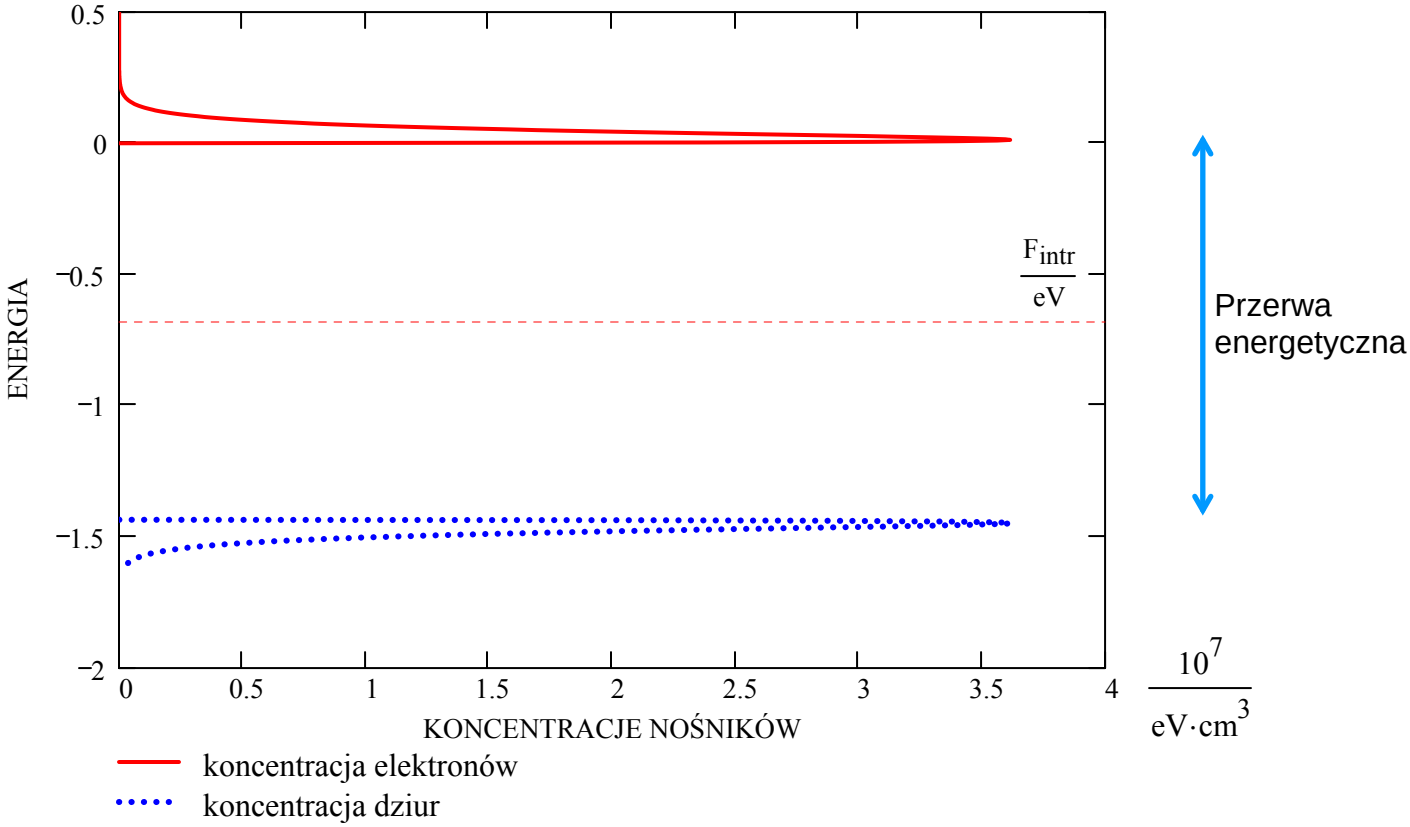
$$\left(\frac{E_c + E_v}{2} = -0.718\,eV \right)$$





4. Obliczmy różniczkowe koncentracje nośników:

$$n(E,F) := \rho_e(E)\cdot f_e(E,F) \qquad p(E,F) := \rho_h(E)\cdot f_h(E,F)$$



Całkowitą koncentrację elektronów możemy obliczyć ze wzoru przybliżonego:

$$N_c := 4.26\cdot 10^{17}\cdot cm^{-3} \quad n_{intr} := N_c\cdot \exp\left(-\frac{E_c - F_{intr}}{k_B\cdot T}\right) \quad \Rightarrow \quad n_{intr} = 1.872\times 10^6\, cm^{-3}$$

albo przez całkowanie:

$$\int_{E_c}^{10\cdot eV} n\left(E, F_{intr}\right) dE = 1.933\times 10^6\, cm^{-3}$$

(Uwaga: całkowanie do nieskończonosci ograniczono do 10 eV ze względów numerycznych)

5. Półprzewodnik domieszkowany

Przykład: domieszkowanie donorowe takie, że koncentracja domieszek jest 2 x większe od koncentracji samoistnej n_{intr}.

$$n_d := 2 \cdot n_{intr}$$

Położenie energii Fermiego można wyznaczyć rozwiązując równanie:

$$n_d + n_{intr} = N_e \cdot \exp\left(-\frac{E_c - F}{k_B \cdot T}\right)$$

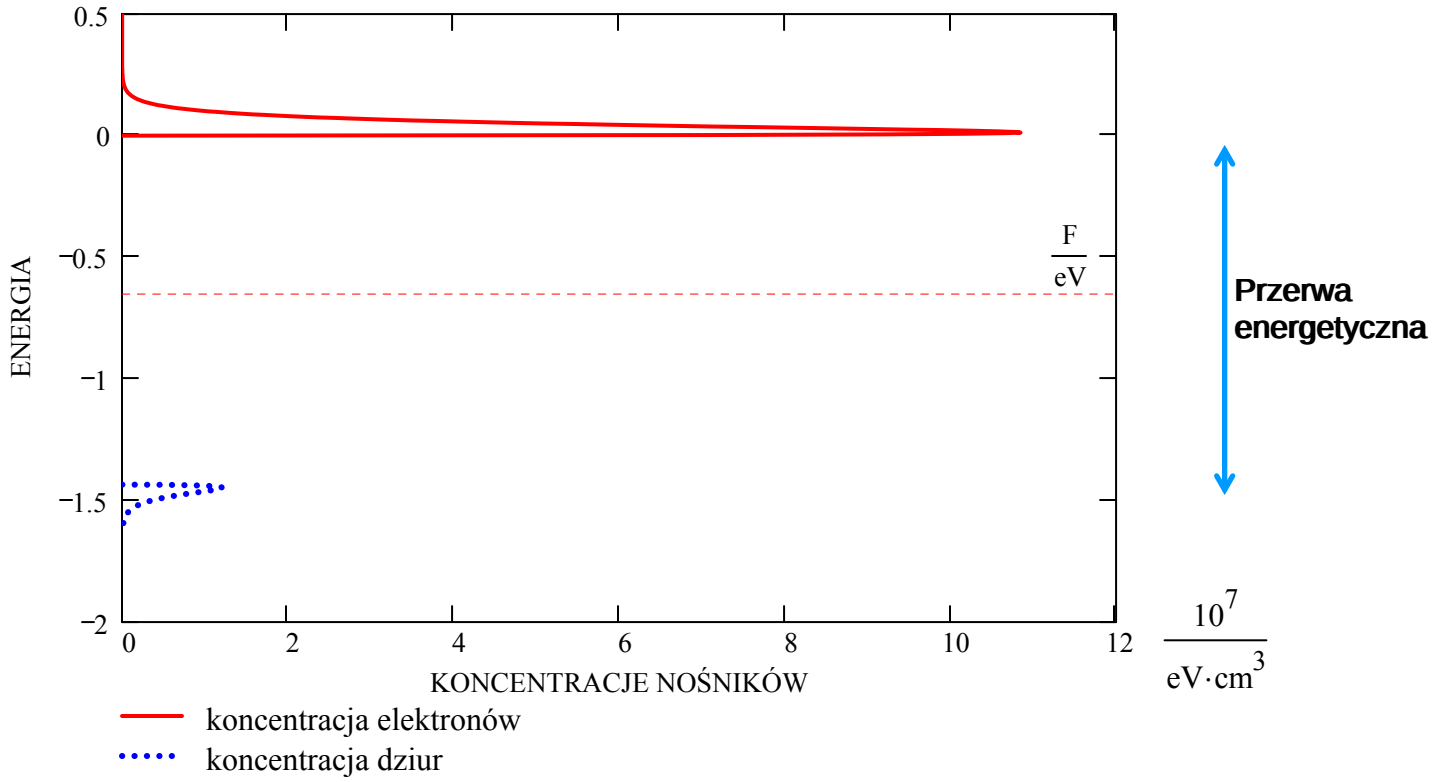
uzyskuje się wówczas:

$$F := \ln\left(\frac{n_{intr} + n_d}{N_c}\right) \cdot k_B \cdot T + E_c \quad F = -0.648\,eV$$

Uwaga: dla półprzewodnika samoistnego było $F_{intr} = -0.677\,eV$

Znając położenie energii Fermiego można obliczyć koncentracje różniczkowe ze wzoru:

$$n(E,F) := \rho_e(E) \cdot f_e(E,F) \qquad p(E,F) := \rho_h(E) \cdot f_h(E,F)$$



Jak zależy położenie energii Fermiego od domieszkowania?

- zakładamy, że poziom donorowy (akceptorowy) leży na tyle blisko krawędzi pasma, że wszystkire domieszki sa zjonizowane.

- jeżeli domieszkowanie jest nieznaczne, to energia Fermiego leży głęboko wewnątrz przerwy energetycznej. wowczas można stosować rozwiązania przybliżone:

$N_c := 4.26 \cdot 10^{17} \cdot cm^{-3}$ $\quad F_e(n_d) := \ln\left(\frac{n_{intr} + n_d}{N_c}\right) \cdot k_B \cdot T + E_c$ elektrony

$N_v := 8.87 \cdot 10^{18} \cdot cm^{-3}$ $\quad F_h(p_d) := -\ln\left(\frac{n_{intr} + p_d}{N_v}\right) \cdot k_B \cdot T + E_v$ dziury

- jeżeli F lezy blisko krawędzi pasm, to już nie. Należy rozwiązać (numerycznie) ze wzgledu na F odpowiednie równanie całkowe:

$$\int_{E_c}^{10 \cdot eV} n(E, F)\, dE = n_d + n_{intr}$$ dla domieszkowania elektronami

$$\int_{E_v - 10 \cdot eV}^{E_v} p(E, F)\, dE = p_d + p_{intr}$$ dla domieszkowania dziurami

Procedure tę przeprowadzamy rekurencyjnie, wychodząc od półprzewodnika samoistnego: ($n_{d0}=n_{intr}$)

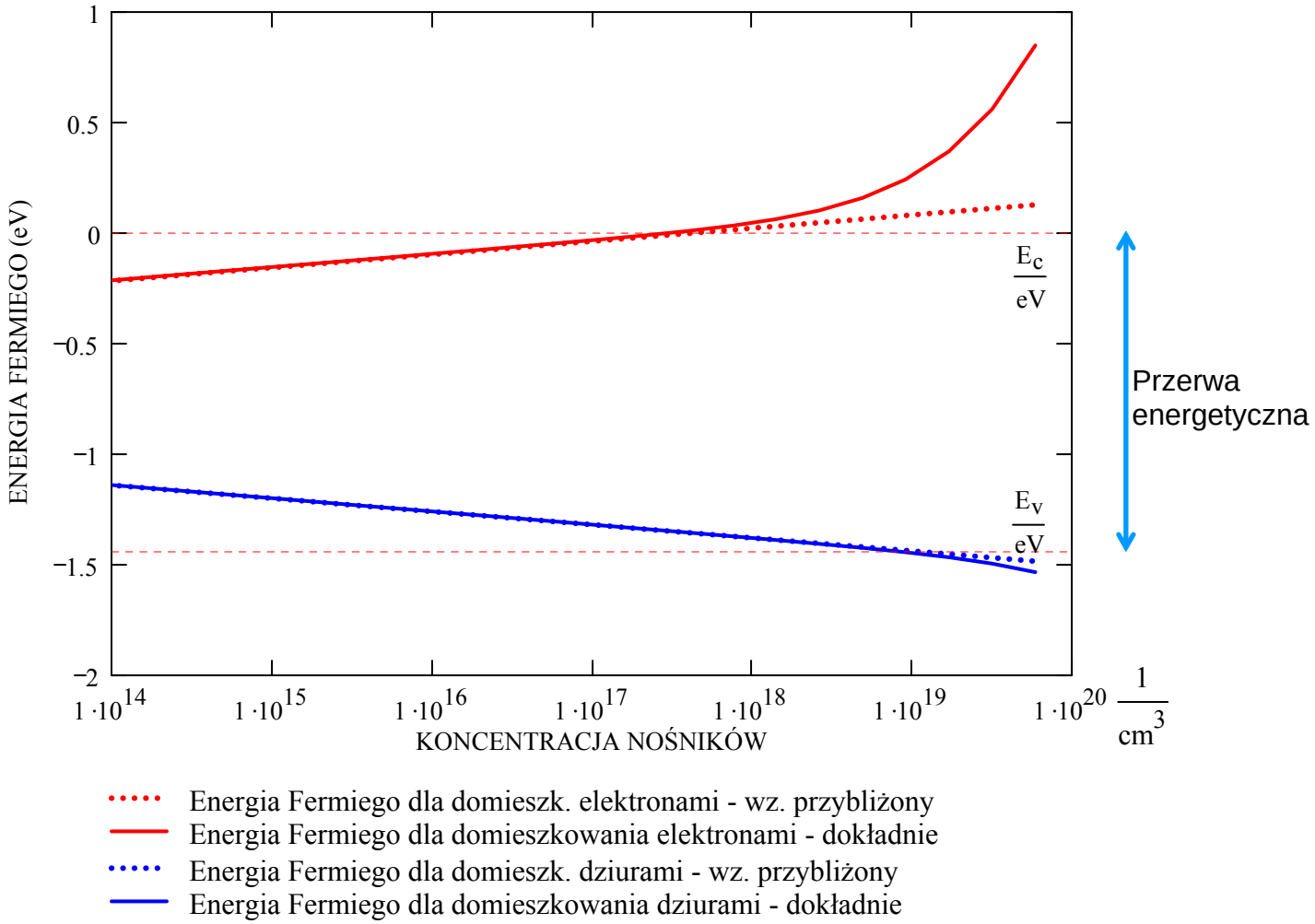
$M := 50 \quad j := 0..M \qquad n_{d_j} := n_{intr} \cdot 10^{13.5 \cdot \frac{j}{M}} \quad p_{d_j} := n_{d_j}$

$k_B \cdot T = 0.026\, eV$

$$F_n := \left| \begin{array}{l} F_0 \leftarrow \dfrac{F_{intr}}{eV} \\ \text{for } k \in 1..M \\ \quad \left| \begin{array}{l} y \leftarrow \dfrac{n_{d_k} + n_{intr}}{\dfrac{1}{2\cdot\pi^2}\cdot\left(\dfrac{2\cdot m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \\ x \leftarrow F_{k-1} \\ F_k \leftarrow \mathrm{root}\left[\displaystyle\int_{E_c}^{E_c+1\cdot eV} \dfrac{\sqrt{E-E_c}}{\left(1+\exp\left(\dfrac{E-x\cdot eV}{k_B\cdot T}\right)\right)}\,dE - y, x\right] \end{array} \right. \\ F\cdot eV \end{array} \right.$$

Uwaga: przeskalowujemy gęstość elektronów aby liczyć na 'rosądnych' wielkościach -
mianownik jest rzędu 10^{54}

$$F_p := \left| \begin{array}{l} F_0 \leftarrow \dfrac{F_{intr}}{eV} \\ \text{for } k \in 1..M \\ \quad \left| \begin{array}{l} y \leftarrow \dfrac{n_{d_k} + n_{intr}}{\dfrac{1}{2\cdot\pi^2}\cdot\left(\dfrac{2\cdot m_h}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \\ x \leftarrow F_{k-1} \\ F_k \leftarrow \mathrm{root}\left[\displaystyle\int_{E_v-1\cdot eV}^{E_v} \dfrac{\sqrt{E_v-E}}{\left(1+\exp\left(\dfrac{x\cdot eV-E}{k_B\cdot T}\right)\right)}\,dE - y, x\right] \end{array} \right. \\ F\cdot eV \end{array} \right.$$



Należy zwrócić uwagę na następujęce fakty:

1. wzory przybliżone działają dobrze w obrębie przerwy energetycznej
2. rozwiązania dokładne dają *mniejsze* koncentracje dla danej energii Fermiego - w przypadku elektronów nawet o rząd wielkości
3. rozwiązania przybliżone są więc *oszacowaniami 'z góry'*
4. na to aby wprowadzić energie Fermigo do pama przewodzenia potrzebna jest koncentracja elektronów rzędu $2*10^{17}$ cm^{-3}
5. na to aby wprowadzić energie Fermigo do pama walencyjnego potrzebna jest koncentracja dziur rzędu 10^{19} cm^{-3}
6. warunek Bernarda-Durrafourga może być spełniony również w ten sposób, że tylko energia Fermiego dla elektronów leży wewnątrz pasma (przewodnictwa), podczas gdy energia Fermiego dla dziur leży w przerwie energetycznej.