Optyka – kurs wyrównawczy
Fotometria

2010 r.

Fotometria

F. obiektywna = radiometria:

Jaka ENERGIA dopływa ze źródła

F. subiektywna:

Jak JASNO świeci to źródło?

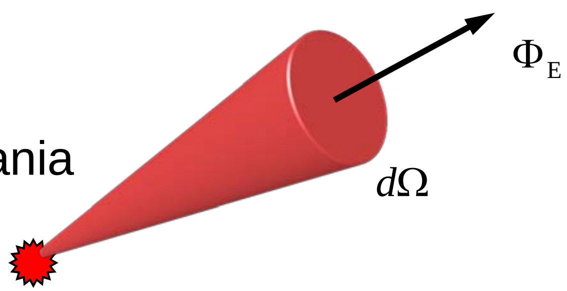
(w ocenie *przeciętnego* człowieka)

F. obiektywna = radiometria

Potrzebujemy kilku definicji:

	definicja			Gęstość spektralna (widmo)	
Moc promieniowania	$\frac{\text{emitowana energia}}{\text{jedn. czasu}}$	$\Phi_E = \frac{dQ}{dt}$	$\left[\frac{J}{s}\right] = [W]$	$\Phi_E(\lambda) = \frac{dQ}{dt \cdot d\lambda}$	$\left[\frac{W}{nm}\right]$
Natężenie promieniowania	$\frac{\text{moc}}{\text{jedn. kąt bryłowy}}$	$I_E = \frac{d\Phi_E}{d\Omega}$	$\left[\frac{W}{sr}\right]$	$I_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{d\Omega \cdot d\lambda}$	$\left[\frac{W}{sr\ nm}\right]$
Luminancja energetyczna	$\frac{\text{natężenie prom.}}{\text{pow. w kier. emisji}}$	$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos\varphi}$	$\left[\frac{W}{sr \cdot m^2}\right]$	$L_E(\lambda) = \frac{dI_E}{dAd\lambda \cdot \cos\varphi}$	$\left[\frac{W}{sr \cdot m^2 \cdot nm}\right]$
Egzytancja en. = zdolność emi-syjna	$\frac{\text{moc we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$M_E = \frac{d\Phi_E}{dA_{źr}}$	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$	$M_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{dA_{źr}\, d\lambda}$	$\left[\frac{W}{m^2 \cdot nm}\right]$

Natężenie promieniowania

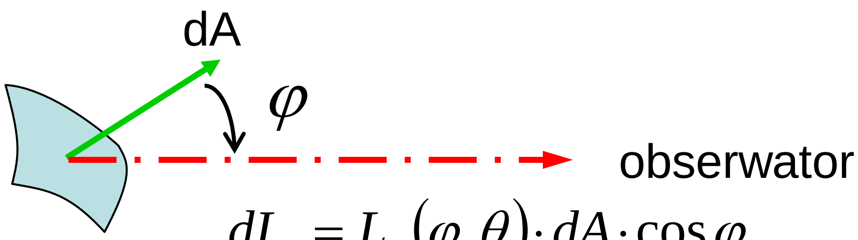


uwaga:
dobrze opisuje
- albo źródło punktowe
- albo 1 punkt źródła rozciągłego

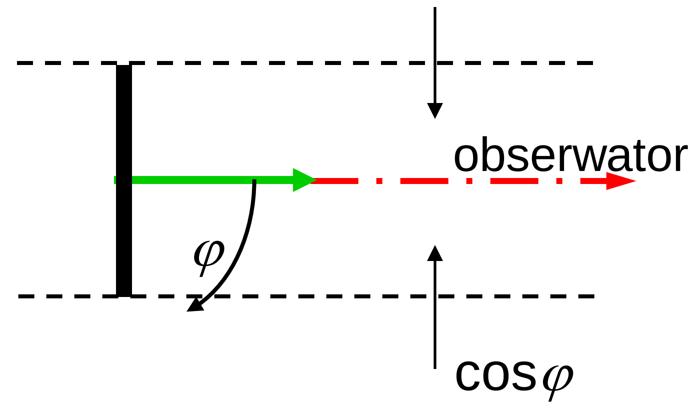
Luminancja energetyczna $L_E(\lambda) = \dfrac{\text{natężenie promieniowania}}{\text{wielkość powierzchni w kierunku emisji}}$

$$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos\varphi}$$

albo: powierzchniowa gęstość natężenia źródła światła



$$dI_E = L_E(\varphi, \theta) \cdot dA \cdot \cos\varphi$$



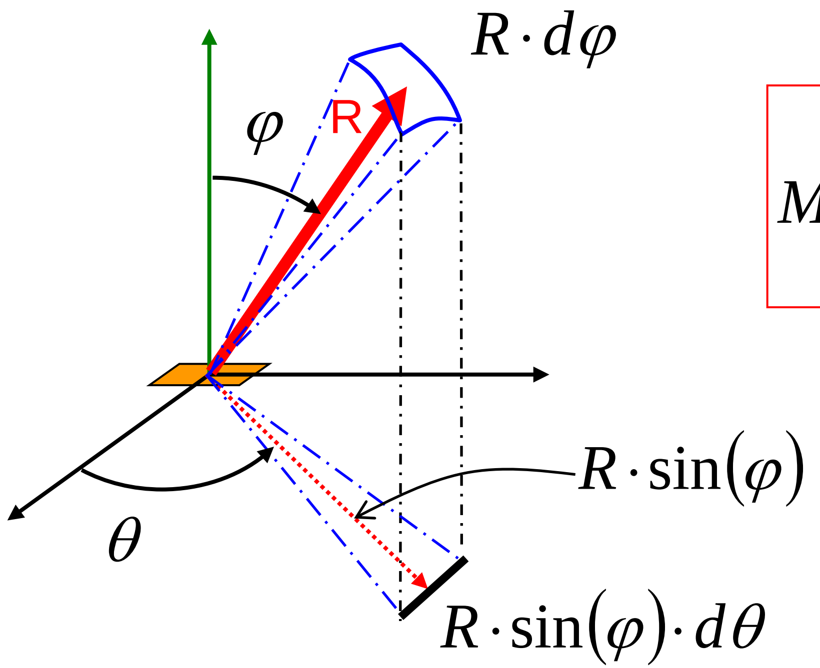
Źródło jest typu **Lamberta** gdy *L* nie zależy od θ, φ
w takim przypadku natężenie promieniowania *I* zależy od θ jak $\cos(\varphi)$

Egzytancja energetyczna, albo zdolność emisyjna = $\dfrac{\text{moc emitowana we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$

$$M_{\mathrm{E}} = \frac{d\Phi_{\mathrm{E}}}{dA_{źr}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

$$M_{\mathrm{E}} = \int L_E(\varphi,\theta)\cos(\varphi)\,d\Omega$$

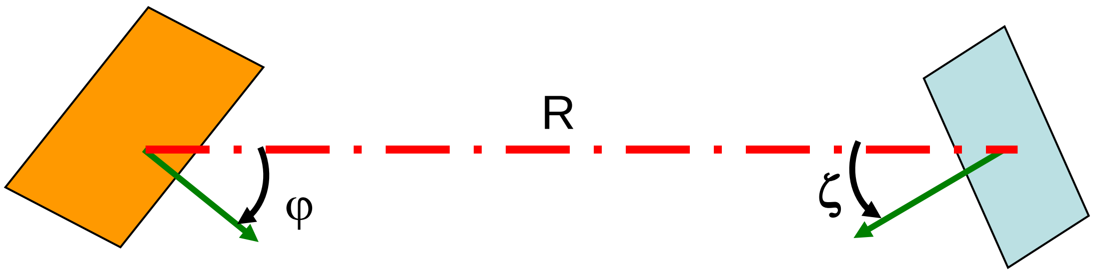
$$d\Omega = \frac{R\cdot\sin(\varphi)\cdot d\theta\cdot R\cdot d\varphi}{R^2}$$



$$\boxed{M_{\mathrm{E}} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi\left[L_E(\varphi,\theta)\cos(\varphi)\sin(\varphi)\right]}$$

Natężenie napromienienia

$$\frac{\text{moc dopływająca ze wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni oświetlanej}} = E_E = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw}} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right] \qquad E_E(\lambda) = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw}\, d\lambda}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$



element dA powierzchni źródła

element dS powierzchni oświetlanej

$$E_E = \frac{d\Phi_E}{dS_{osw}} = \frac{I_E d\Omega}{dS_{osw}} = \frac{I_E \dfrac{dS_{osw}\cos(\varsigma)}{R^2}}{dS_{osw}} = \frac{I_E \cos(\varsigma)}{R^2} = \left[\int L_E(\varphi,\theta) dA_{\acute{z}r} \cos(\varphi)\right]\frac{\cos(\varsigma)}{R^2}$$

$$\boxed{dE_E = L_E(\varphi,\theta)\frac{\cos(\varphi)\cos(\varsigma)}{R^2} dA_{\acute{z}r}}$$

podstawowe prawo fotometrii

Fotometria subiektywna

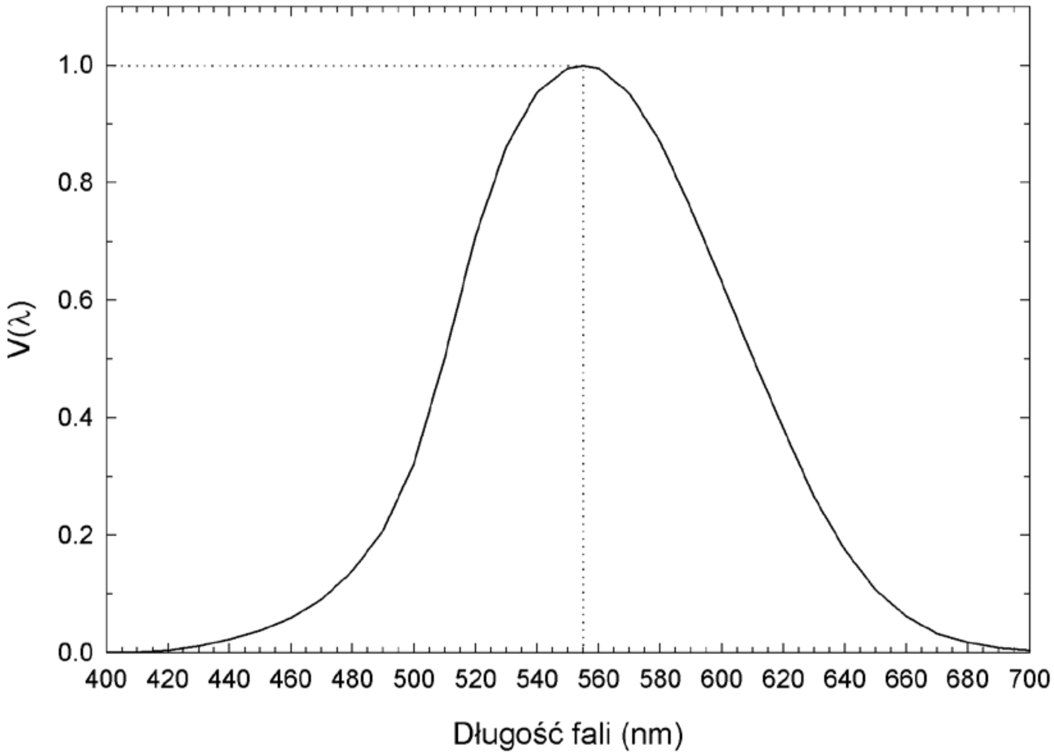
Jak jasno?

- te same wielkości, odnoszą się jednak do reakcji człowieka

Radiometria				Fotometria	
Energia promieniowania		[J]		Ilość światła	[lm s = talbot]
Strumień energetyczny	$\frac{\text{emitowana energia}}{\text{jedn. czasu}}$	[W]		Strumień świetlny	[lm] (*lumen*)
Natężenie promieniowania	$\frac{\text{moc}}{\text{jedn. kąt bryłowy}}$	$\left[\frac{W}{sr}\right]$	Radiant intensity	Natężenie św. a. Światłość	$\left[\frac{lm}{sr}\right]$ $(kandela)$
Luminancja energetyczna	$\frac{\text{natężenie prom.}}{\text{pow. w kier. emisji}}$	$\left[\frac{W}{sr \cdot m^2}\right]$	Radiance	Luminancja świetlna	$\left[\frac{lm}{sr \cdot m^2}\right]$
Egzytancja en. = zdolność emi-syjna	$\frac{\text{moc we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$	Exitance	Egzytancja świetlna	$\left[\frac{lm}{m^2}\right]$
Natężenie napromienienia	$\frac{\text{moc dopływająca}}{\text{jedn. powierzchni}}$	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$	Irradiance	Natężenie oświetlenia	$\left[\frac{lm}{m^2}\right]$ (lux)

Jak przeliczać?

Na przykład związek pomiędzy strumieniem świetlnym i energetycznym
Lm ↔W



Międzynarodowa krzywa czułości oka

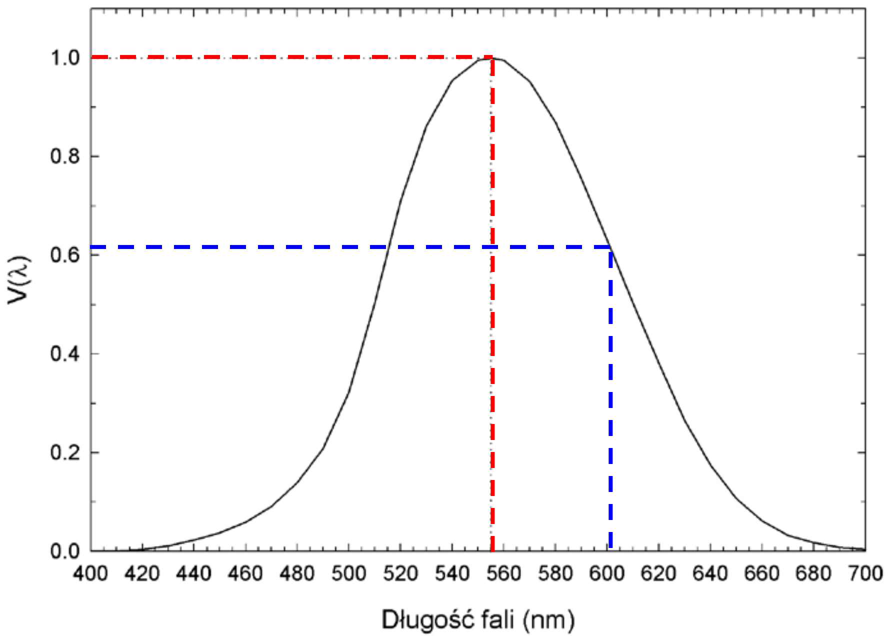
Oto co widzi oko:

$$\Phi[\mathrm{lm}] = 683\left[\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{W}}\right] \cdot \int_0^\infty V(\lambda) \cdot \Phi_E(\lambda) d\lambda$$

Tak naprawdę oko widzi natężenie światła (źrenica oka)

Oficjalna definicja kandeli (SI):
Kandela jest to światłość, jaką ma w określonym kierunku źródło emitujące promieniowanie monochromatyczne o częstości 540 1014 Hz (λ = 555 nm w próżni) i którego energetyczne natężenie promieniowania w tym kierunku wynosi 1/683 W/sr.

$$I\left[\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{sr}}\right] = 683\left[\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{W}}\right]\cdot V(\lambda)\cdot I_E(\lambda)\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{sr}}\right]d\lambda \qquad V(555\,\mathrm{nm}) = 1$$



Międzynarodowa krzywa czułości oka

przekształcenie c_D_Cz.vi

Stara definicja kandeli:

Kandela jest to światłość, jaką ma w kierunku prostopadłym pole o powierzchni 1/60 cm2 ciała doskonale czarnego, promieniującego w temperaturze krzepnięcia platyny pod ciśnieniem 101 325 Pa (2045.2 K).

$$I_E = A \cdot L_E = A \cdot \frac{M_E}{\pi}$$

$$I_E[1\,\mathrm{cd}] = \frac{1}{60}\left[\mathrm{cm}^2\right]\frac{1}{\pi\left[\mathrm{sr}\right]}\int_0^\infty V(\lambda)\cdot\left\{\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right]-1}d\lambda\right\}\left[\frac{W}{m^2}\right]$$

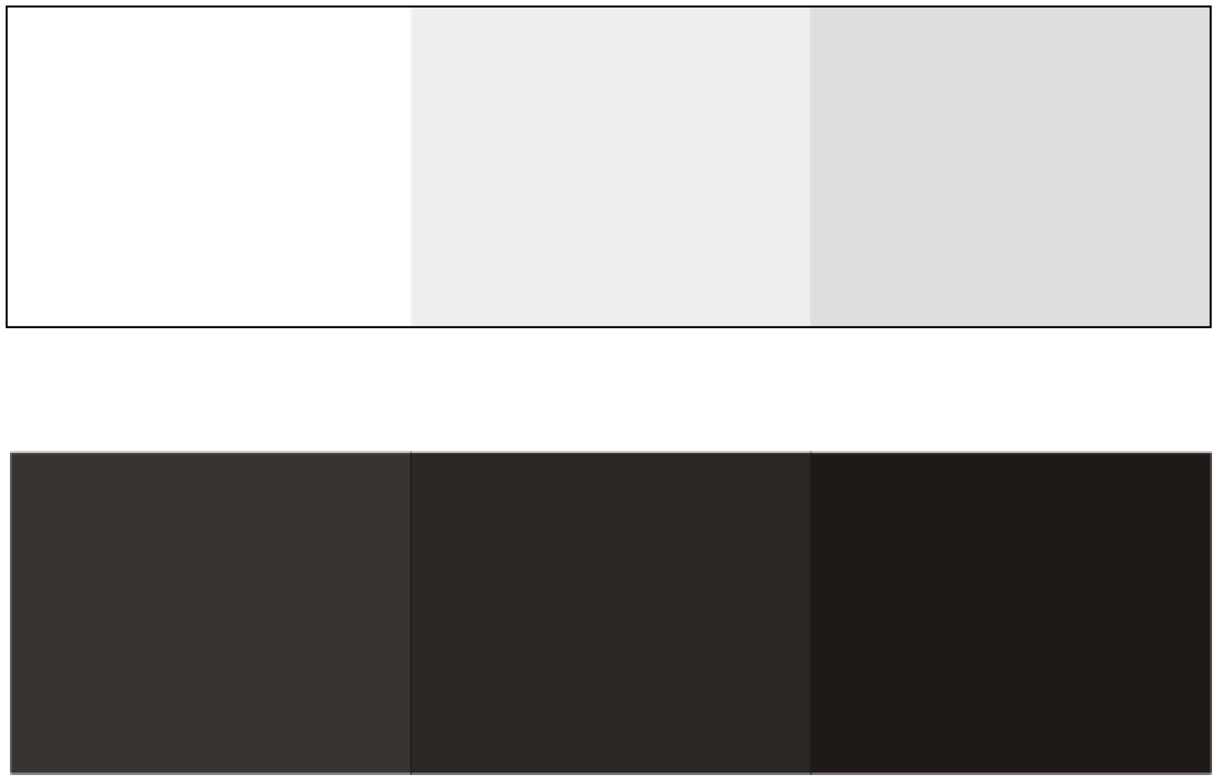
To wszystko można obliczyć dla danego T.

Dla T=2045.2 K wychodzi 1/683 W/sr

Co to jest ansi-lumen?

- Wystandaryzowana metoda pomiaru strumienia świetlnego np. projektorów:
  - Regulacja projektora do właściwych poziomów szarości
  - Pomiar właściwy oświetlenia.

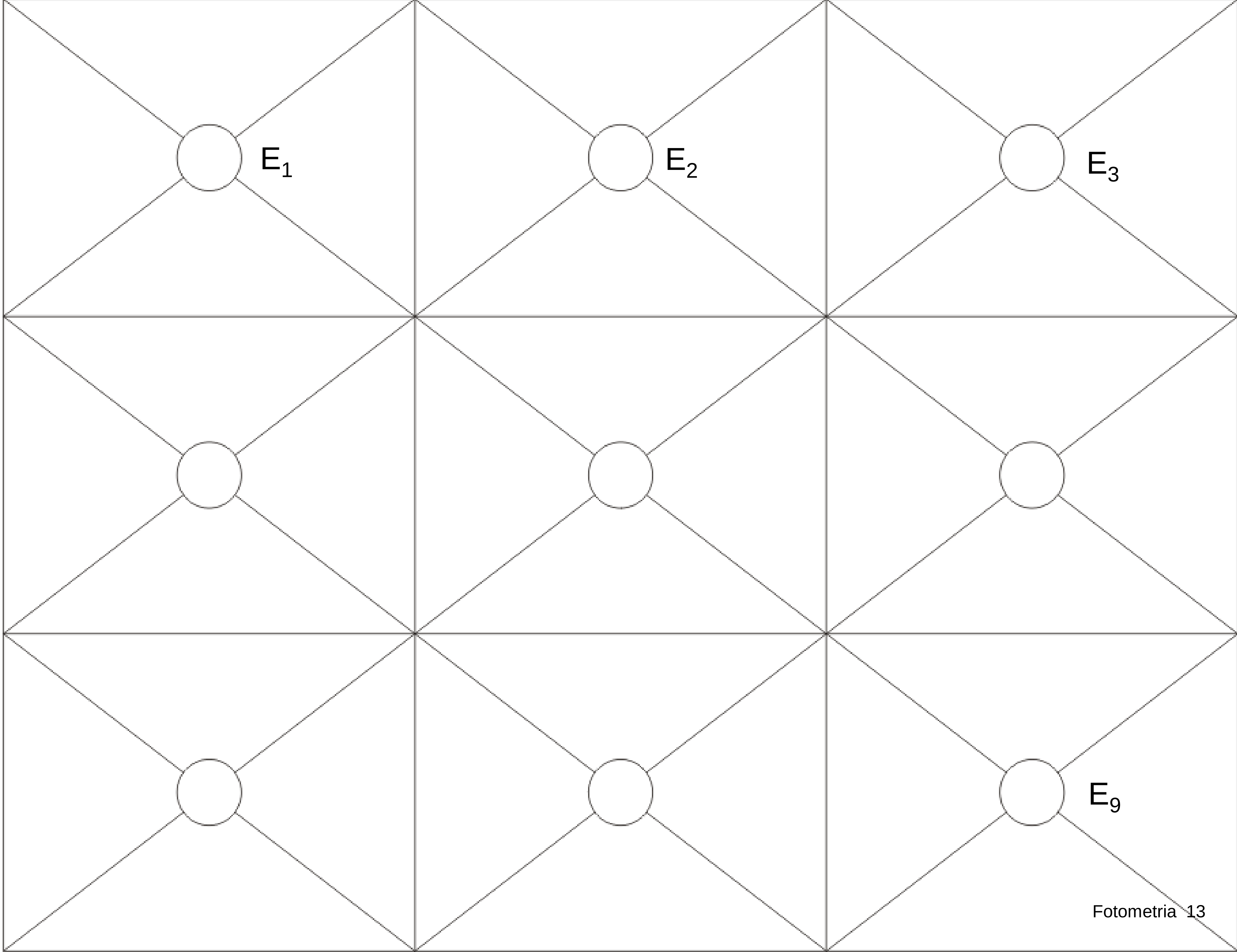
0% 5% 10%



jasność

kontrast

90% 95% 100%


E1
E2
E3
E9

$$\Phi = \left(\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{9} E_i \right) \cdot S_{ekran} \qquad [lm]$$

Ciało doskonale czarne

= otwór w pewnej wnęce z promieniowaniem charakteryzowanej przez 1 parametr - temperaturę

1. Gęstość energii wewnątrz wnęki z promieniowaniem (RM) $\leftarrow w(T)$

Ad1. a) gęstość modów: $N_\nu \cdot d\nu = \dfrac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad \left[\dfrac{1}{\mathrm{m}^3}\right]$

Ad1. b) średnia energia modu o danej częstości ν

$$\overline{Q_\nu} = h\nu \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]} = h\nu \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$

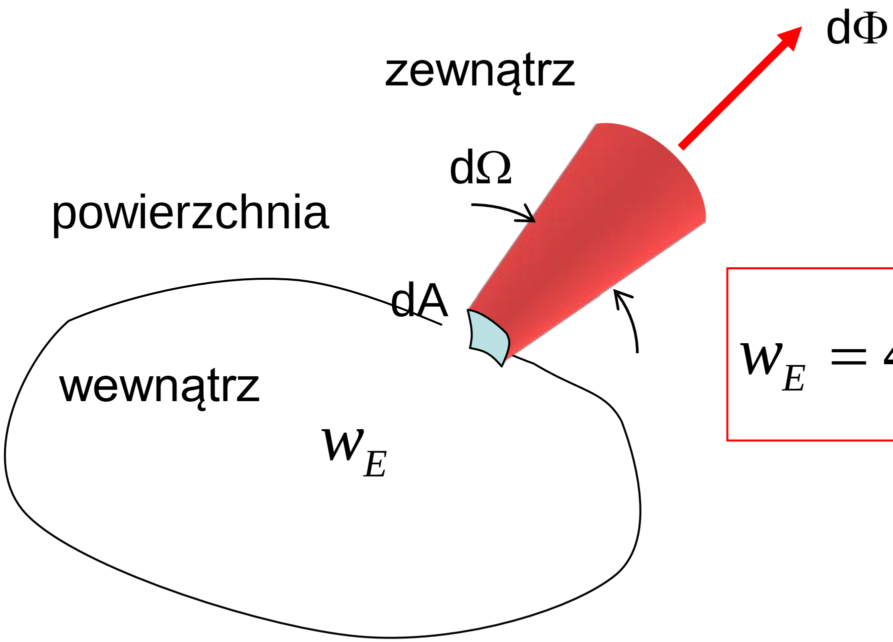
średnia gęstość energii we wnęce = gęstość modów · średnia energia modu

$$\overline{w}(\nu, T) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{Hz}}\right]$$

$$\overline{w}(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$

2. Emisja przez dziurkę tak małą, że nie zaburza pola wewnątrz

2. Emisja przez dziurkę tak **małą**, że nie zaburza pola wewnątrz



$$\boxed{w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_E}$$

3. Egzytancja energetyczna, albo
. zdolność emisyjna ciałą doskonale czarnego = $\dfrac{\text{moc emitowana we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$

$$M_E = \frac{d\Phi_E}{dA_{źr}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

$$M_E = \int L_E(\varphi,\theta)\cos(\varphi)d\Omega$$

$$M_E = \pi\, L_E$$ dla źródła typu Lamberta = CDC

Ekzytancja ciała doskonale czarnego:

$$w_E(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}$$

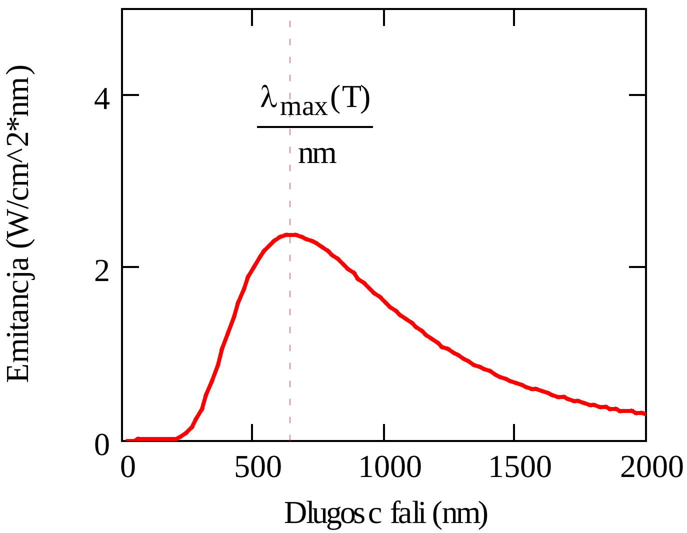
$$w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_E$$

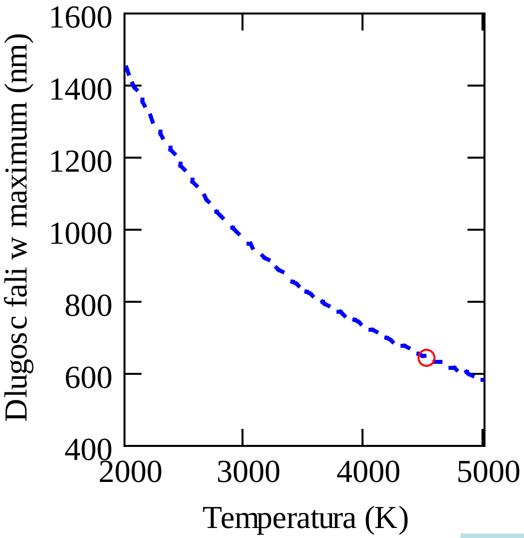
$$M_E = L_E \pi$$

$$\boxed{M_E(\nu) = 2\pi \frac{h}{c^2} \nu^3 \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{Hz}}\right]$$

$$\boxed{M_E(\lambda) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$

$T = 4500\,\mathrm{K}$ $\qquad \lambda_{max}(T) = 644\,\mathrm{nm}$





ciało_dosk_czarne.avi

Ciało doskonale czarne

= otwór w pewnej wnęce z promieniowaniem charakteryzowanej przez 1 parametr - temperaturę

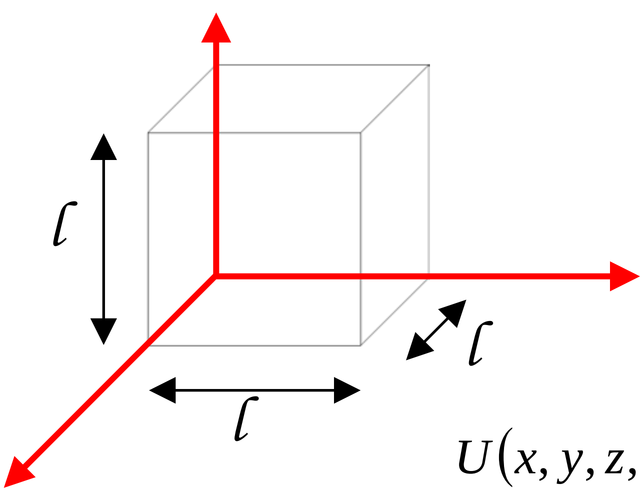
1. Gęstość energii wewnątrz wnęki z promieniowaniem (RM)
2. Emisja przez dziurkę tak małą, że nie zaburza pola wewnątrz

$\leftarrow w(T)$

Ad1. a) gęstość modów:

Równanie falowe:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=0$$



Warunki brzegowe: U(x,y,z=0) ≡ 0
Rozwiązanie (jednoznaczne dla fali mochromat.
o częstości ν):

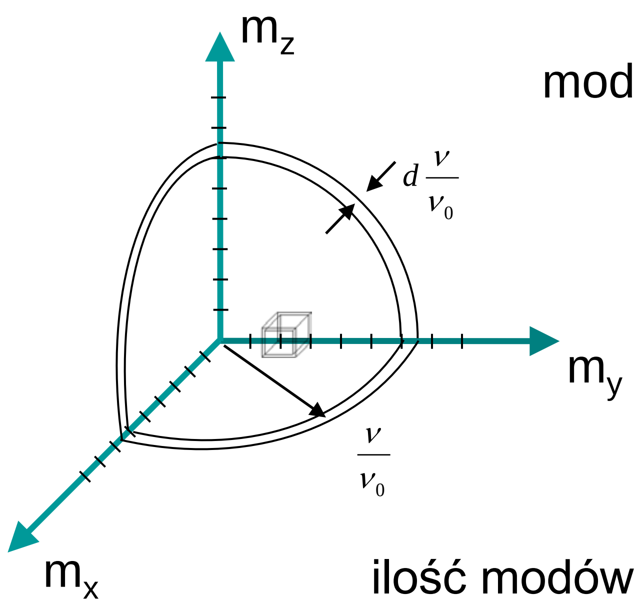
$$U(x,y,z,t)=U_0\cdot\sin\left(2\pi\nu_x\frac{x}{c}\right)\cdot\sin\left(2\pi\nu_y\frac{y}{c}\right)\cdot\sin\left(2\pi\nu_z\frac{z}{c}\right)\cdot\sin(2\pi\nu t)$$

przy czym: $\nu_x^2+\nu_x^2+\nu_x^2=\nu^2$

Warunki brzegowe: U(x,y,z=l) ≡ 0   wstawiając otrzymujemy:

$$\sin\left(2\pi\nu_x\frac{l}{c}\right)=0 \quad czyli: \quad 2\pi\nu_x\frac{l}{c}=m_x\pi \quad albo \quad \nu_x=\frac{c}{2l}m_x$$

wówczas: $$\nu^2=\nu_x^2+\nu_x^2+\nu_x^2=\left(\frac{c}{2l}\right)^2\left(m_x^2+m_y^2+m_z^2\right)=\nu_0^2\left(m_x^2+m_y^2+m_z^2\right)$$



mod opisujemy 3 liczbami naturalnymi: (m_x, m_y, m_z)

ilość modów o częstości ν .. $\nu+d\nu$ = $\dfrac{\text{objętość warstwy o promieniu } \nu \text{ i grubości } d\nu}{\text{objętość komórki 1 modu =1}}$

ilość modów o częstości ν .. $\nu+d\nu$ = $$\frac{1}{8}4\pi\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 d\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)=\frac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu\cdot l^3$$

gęstość modów o 2 polaryzacjach: $$N_\nu\cdot d\nu=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}d\nu$$ [m^{-3}]

Ad1. b) średnia energia modu o danej częstości ν $= \overline{Q_\nu}$

mody różnią się ilością fotonów: wszystkie ilości są możliwe, ale

- liczba fotonów n nie może być ułamkowa
- mody nie występują równocześnie: (albo jest n_1 albo n_2 fotonów)

$$\overline{Q_\nu} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} Q_n \cdot P(Q_n)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(Q_n)}$$

$$Q_\nu = n \cdot h\nu$$

$P(Q_n) =$ względne (nieunormowane) prawdo-podobieństwo wystąpienia modu o n fotonach

założenie: prawdopodobieństwo opisuje Rozkład Boltzmann'a

$$P(Q_n) = \exp\left[-\frac{Q_n}{k_B T}\right]$$

$$\overline{Q_\nu} = h\nu \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{nh\nu}{k_B T}\right]} = h\nu \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}$$

[J s Hz]

średnia gęstość energii we wnęce = gęstość modów · średnia energia modu

$$\overline{w}(\nu) = N_\nu \cdot \overline{Q_\nu}$$

[m^{-3}/Hz] [J]

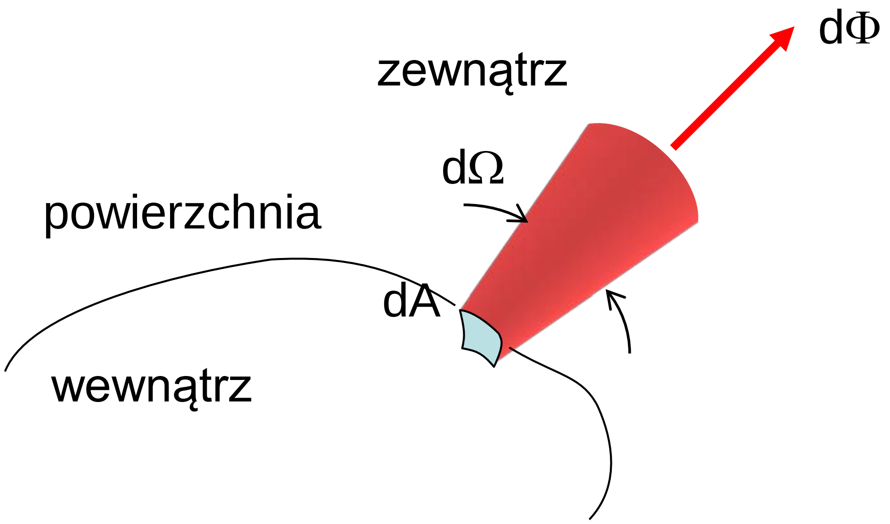
$$\overline{w}(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{Hz}}\right]$$

Jak to przeliczyć na skalę długości fali:

$$\overline{w}(\nu)d\nu = \overline{w}[\nu(\lambda)]d\lambda \frac{d\nu}{d\lambda} \qquad \nu = \frac{c}{\lambda} \qquad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$\overline{w}(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$

2. Emisja przez dziurkę tak **małą**, że nie zaburza pola wewnątrz



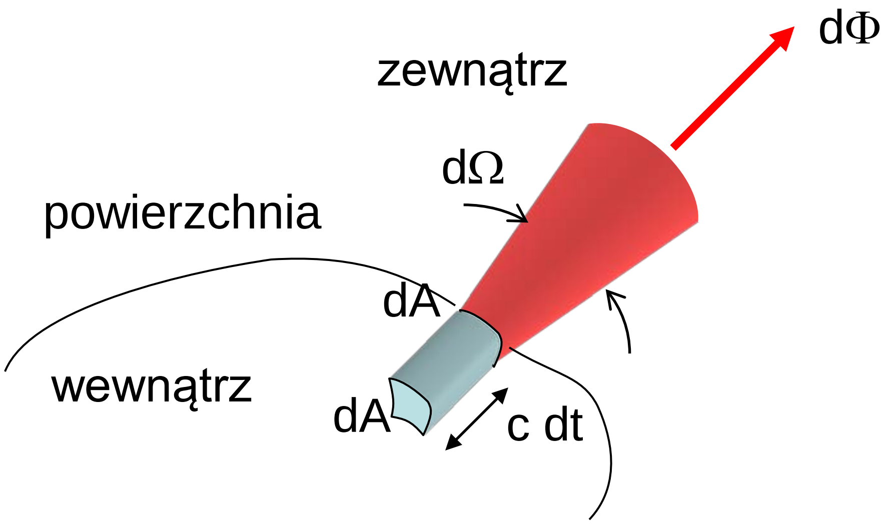
$$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos\varphi} = \frac{d\frac{d\frac{dQ}{dt}}{d\Omega}}{dA \cdot \cos\varphi}$$

cos φ =1

$$L_E = \frac{d^3Q}{dA \cdot d\Omega \cdot dt}$$

$$d^3Q = L_E \cdot dA \cdot dt \cdot d\Omega$$

2. Emisja przez dziurkę tak **małą**, że nie zaburza pola wewnątrz



energia dopływa z
objętości dV = dA c dt
widzianej pod kątem dΩ :

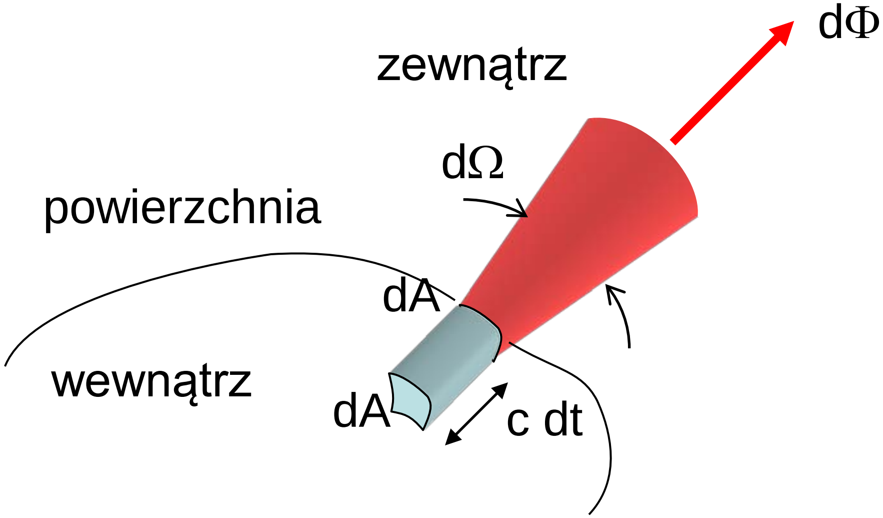
$$L_E = \frac{dI_E}{dA \cdot \cos\varphi} = \frac{d\dfrac{d\dfrac{dQ}{dt}}{d\Omega}}{dA \cdot \cos\varphi}$$

cos φ =1

$$L_E = \frac{d^3Q}{dA \cdot d\Omega \cdot dt}$$

$$d^3Q = L_E \cdot \underbrace{dA \cdot dt}_{\frac{dV}{c}} \cdot d\Omega$$

2. Emisja przez dziurkę tak **małą**, że nie zaburza pola wewnątrz



$$L_{\mathrm{E}} = \frac{dI_{\mathrm{E}}}{dA \cdot \cos\varphi} = \frac{d\dfrac{d\dfrac{dQ}{dt}}{d\Omega}}{dA \cdot \cos\varphi}$$

cos φ =1

$$L_{\mathrm{E}} = \frac{d^3 Q}{dA \cdot d\Omega \cdot dt}$$

energia dopływa z objętości dV = dA c dt widzianej pod kątem dΩ :

$$d^3 Q = L_{\mathrm{E}} \cdot \underbrace{dA \cdot dt}_{\frac{dV}{c}} \cdot d\Omega$$

$$\frac{d^3 Q}{dV} = dw_E = \frac{1}{c} L_{\mathrm{E}} \cdot d\Omega$$

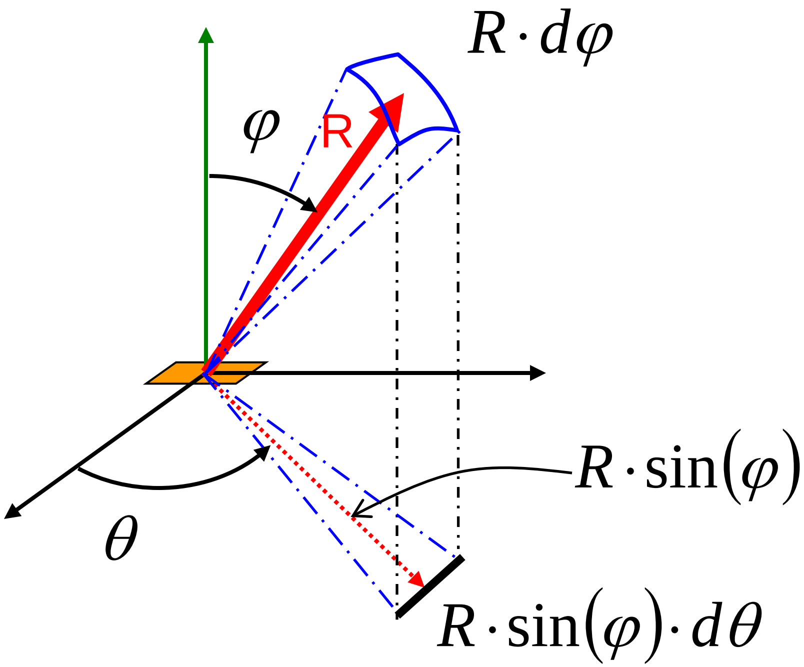
Uwzględniamy tylko te mody, które rozchodzą się w kącie dΩ

$$\frac{dw_E}{w_E} = \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$$\boxed{w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_{\mathrm{E}}}$$

Egzytancja energetyczna, albo
zdolność emisyjna ciałą doskonale czarnego = $\frac{\text{moc emitowana we wszystkich kier}}{\text{jedn. powierzchni}}$

$$M_{\mathrm{E}} = \frac{d\Phi_{\mathrm{E}}}{dA_{\acute{z}r}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right] \qquad M_{\mathrm{E}} = \int L_E(\varphi,\theta)\cos(\varphi)d\Omega$$



$$d\Omega = \frac{R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\theta \cdot R \cdot d\varphi}{R^2}$$

$$M_{\mathrm{E}} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi \left[L_E(\varphi,\theta)\cos(\varphi)\sin(\varphi)\right] = L_E(0,0)\cdot\pi$$

dla źródła typu Lamberta

Ekzytancja ciała doskonale czarnego:

$$w_E(\nu) = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}$$

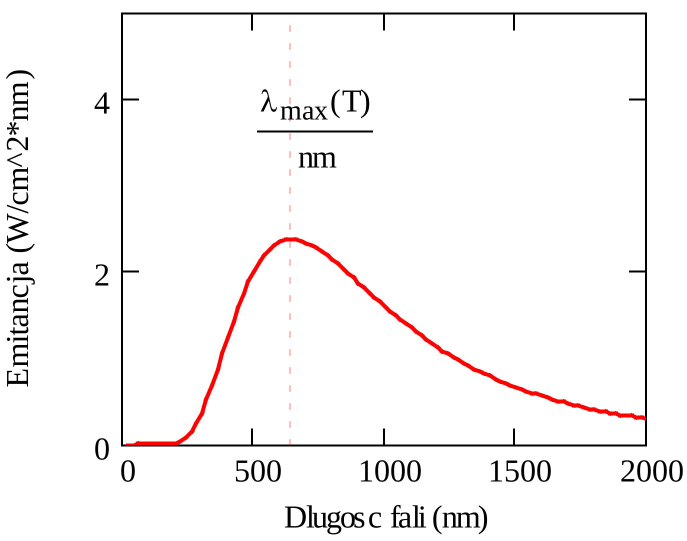
$$w_E = 4\pi \frac{dw_E}{d\Omega} = \frac{4\pi}{c} L_E$$

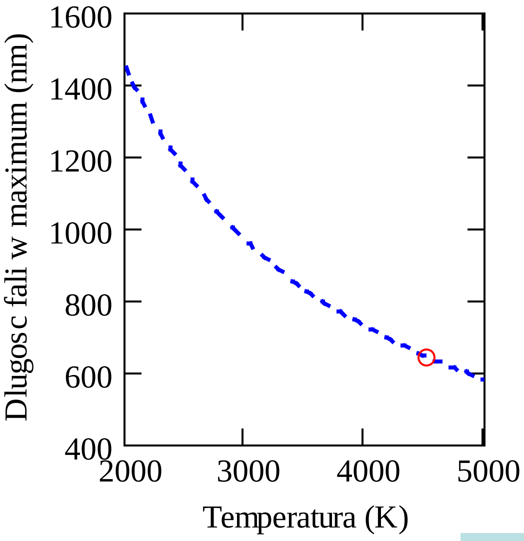
$$M_E = L_E \pi$$

$$\boxed{M_E(\nu) = 2\pi \frac{h}{c^2} \nu^3 \frac{1}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{Hz}}\right]$$

$$\boxed{M_E(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k_B T}\right] - 1}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{nm}}\right]$$

$T = 4500\,\mathrm{K}$ $\qquad$ $\lambda_{max}(T) = 644\,\mathrm{nm}$





ciało_dosk_czarne.avi