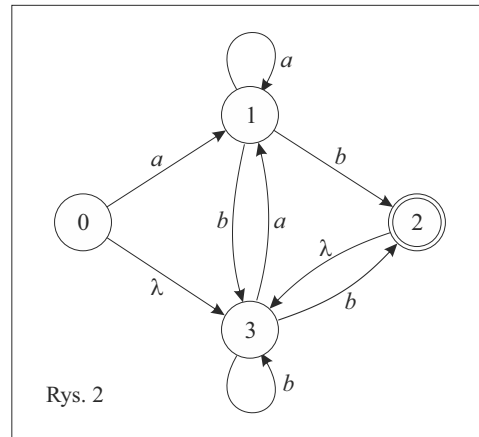
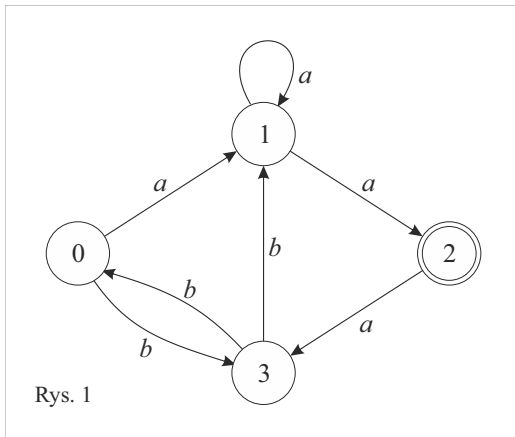


Języki formalne i automaty

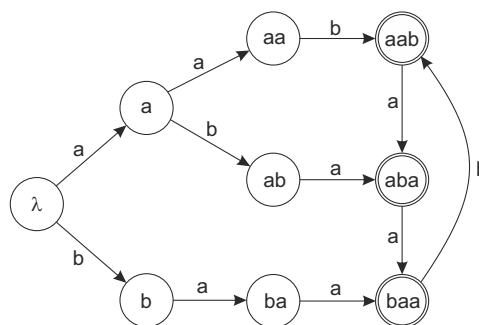
kolokwium 1 (28.11.2024)

1. Narysuj skończony automat deterministyczny dla języka L złożonego z tych słów nad alfabetem $A = \{a, b\}$, w których każdy trójliterowy fragment zawiera dokładnie 2 litery a . Słowami w L są np. $aabaab$, $abaabaa$, $baaba$, ale nie $aababa$ ponieważ zawiera ono 3-literowe podśłowo bab .
Wskazówka: narysuj najpierw automat akceptujący tylko dopuszczalne słowa długości 3, a potem uzupełnij go o odpowiednie przejścia między jego stanami końcowymi. Można także dodać stan pułapkowy.
2. Zbuduj wyrażenie regularne równoważne automатовi niedeterministycznemu z Rys. 1.
3. Podaj opis automatu deterministycznego równoważnego automатовi z Rys. 2.
4. Napisz gramatykę regularną dla języka opisanego wyrażeniem $(a + ab)(aa + bab)^*bb + bab$.
5. Udowodnij, że język $L = \{\alpha c \beta : \alpha, \beta \in \{a, b\}^*, \alpha \neq \beta\}$ nie jest regularny.

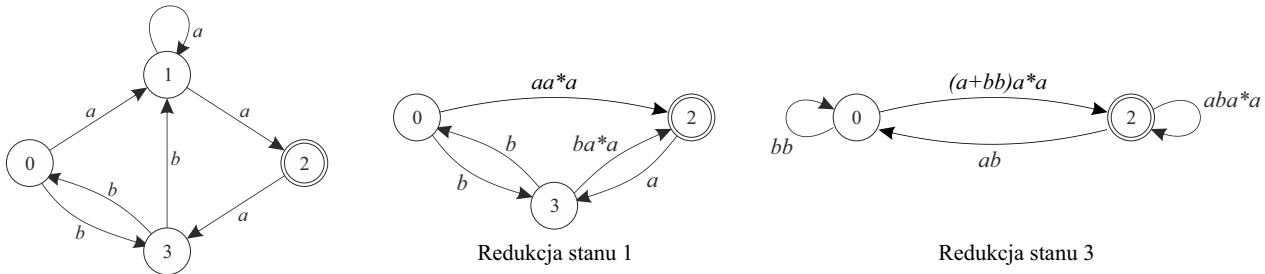


ROZWIĄZANIA

1. Na rysunku oznaczyłem stany automatu wczytanymi wcześniej sekwencjami liter. Np. przejście $\pi(aab, a) = aba$ odpowiada sytuacji, gdy dodanie litery a do przeczytanego ciągu aab tworzy w nim kolejną trójkę liter aba : $aab\underline{a}$. Podobnie dla innych przejść. Dla czytelności rysunku funkcja przejścia jest częściowa, nieprzedstawione strzałki prowadzą do wspólnego stanu pułapkowego.



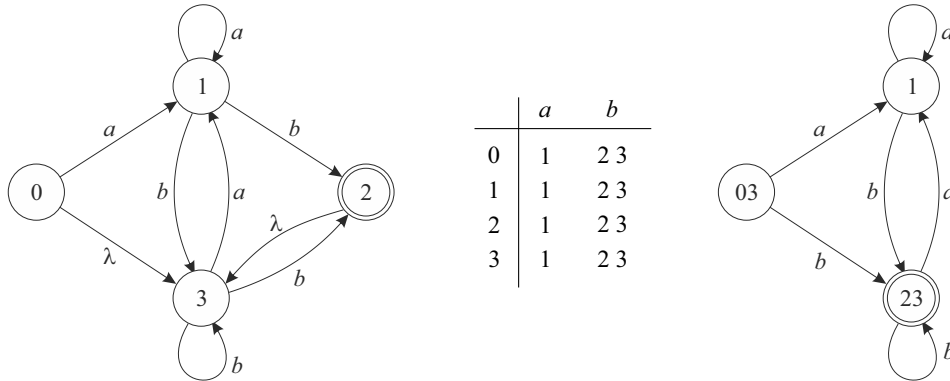
2. Kolejne kroki redukcji automatu przedstawia rysunek:



Stąd odczytujemy postać równoważnego automatu wyrażenia regularnego jako

$$(bb)^*(a + bb)a^*a(aba^*a + ab(bb)^*(a + bb)a^*a)^*.$$

3. Przejścia automatu niedeterministycznego zebrane są w tabelce. Automat deterministyczny zbudowany na jej podstawie przedstawiony jest po prawej stronie. Nowy stan początkowy to $\{0, 3\}$, ponieważ automat niedeterministyczny może rozpocząć działanie zmieniając stan z 0 na 3 przez puste przejście.



4. Gramatyka regularna (prawostronnie liniowa)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aX \mid abX \mid bab \\ X &\rightarrow aaX \mid babX \mid bb \end{aligned}$$

5. Rozwiązanie 1 (stosując Tw. Myhill-Nerode'a). Oznaczmy przez L_k język postaci

$$L_k = \frac{dL}{da^k} = \{\beta c \gamma : a^k \beta \neq \gamma\}.$$

W szczególności (biorąc $\beta = \lambda$) L_k zawiera wszystkie słowa $c\gamma$, w których $\gamma \neq a^k$. Widać więc, że $L_k \neq L_j$ dla $k \neq j$, ponieważ $ca^k \in L_j$ lecz $ca^k \notin L_k$ i odwrotnie dla ca^j . Zatem liczba języków L_k jest nieskończona.

Rozwiązanie 2 (stosując Lemat o pompowaniu). Niech m oznacza stałą z lematu. Weźmy $\omega = a^m ca^{m+m!} \in L$. Rozkład $\omega = \phi\chi\psi$ musi spełniać warunki $|\phi\chi| \leq m$ i $|\chi| \geq 1$, a zatem $\chi = a^r$ dla pewnego $1 \leq r \leq m$. Pompowanie produkuje wówczas słowa $\omega_k = a^{m+(k-1)r} ca^{m+m!}$ dla $k = 0, 1, 2, \dots$. Biorąc $k = \frac{m!}{r} + 1$, otrzymujemy $\omega_k = a^{m+m!} ca^{m+m!}$, które nie jest elementem L .