

1 Bryła sztywna

Zad. 1.1 Obliczyć środek masy oraz moment bezwładności względem trzech osi układu współrzędnych układu trzech punktów materialnych $m_A = 6 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $m_3 = 4 \text{ kg}$ o współrzędnych $\mathbf{r}_A = (3, 2)$, $\mathbf{r}_B = (4, -4)$, $\mathbf{r}_C = (-2, 7)$. Odp. $R_{\dot{s}m} = (3/2, 16/6)$.

Zad. 1.2 Obliczyć współrzędne środka masy połówki tarczy o masie m i promieniu R oraz stałej gęstości powierzchniowej ρ umieszczonej w płaszczyźnie xy nad osią Ox . Obliczyć moment bezwładności względem osi Oz , prostopadłej do powierzchni tarczy. Odp. $\mathbf{R}_{\dot{s}m} = \left(0, \frac{4R}{3\pi}\right)$, $I = \frac{MR^2}{2}$.

Zad. 1.3 Obliczyć moment bezwładności prostokąta o bokach a i b względem boku a , przyjmując stałą gęstość powierzchniową.

Zad. 1.4 Obliczyć moment bezwładności jednorodnego cienkiego pręta o długości l względem prostopadłej osi przechodzącej przez środek pręta oraz przez jeden z jego końców.

Zad. 1.5 Obliczyć moment bezwładności jednorodnej kuli oraz jednorodnej sfery o masie M oraz promieniu R względem osi przechodzącej przez jej środek. Odp. $I_{kuli} = \frac{2}{5}MR^2$, $I_{sfery} = \frac{2}{3}MR^2$.

Zad. 1.6 Obliczyć moment bezwładności jednorodnego walca o masie M i promieniu R względem osi pokrywającej się z osią walca.

Zad. 1.7 Obliczyć moment bezwładności jednorodnego koła o promieniu R względem osi prostopadłej do powierzchni koła i przechodzącej przez krawędź koła.

Zad. 1.8 Obliczyć moment bezwładności jednorodnego stożka o masie M wysokości H oraz promieniu podstawy R względem osi pokrywającej się z osią stożka. Odp. $I = \frac{3}{10}MR^2$.

Zad. 1.9 Przez jednorodny bloczek w kształcie walca o masie M i promieniu R przewieszono zostały na nieważkiej i nierozciągliwej nici dwa ciężarki o masach m_1 oraz m_2 . Obliczyć przyspieszenie a ciężarków oraz naprężenia nici T_1 oraz T_2 . Odp. $a = \frac{m_2 - m_1}{\frac{M}{2} + m_1 + m_2}$,

$$T_1 = \frac{M + 4m_2}{M + 2m_1 + 2m_2} m_1 g, \quad T_2 = \frac{M + 4m_1}{M + 2m_1 + 2m_2} m_2 g.$$

Zad. 1.10 Na bloczek o momencie bezwładności I i promieniu R nawinięta jest nić, na końcu której zawieszony jest ciężarek o masie m . Obliczyć przyspieszenie a ciężarka oraz naprężenie nici T . Ile wynosi prędkość kątowa ω bloczka w momencie, kiedy odwinęło się l długości nici? Odp. $a = \frac{mR^2}{mR^2 + I}g$, $T = \frac{mgI}{mR^2 + I}$, $\omega = \sqrt{\frac{2mgl}{mR^2 + I}}$.

Zad. 1.11 Do osi jednorodnego koła o masie M oraz promieniu R stojącego na poziomej powierzchni przyłożona jest poziomo siła F . Obliczyć przyspieszenie kątowe α koła oraz przyspieszenie liniowe a osi koła. Jakiego uzyskamy przyspieszenie jeżeli jednorodne koło zastąpimy obręczą o tej samej masie? Jakiej maksymalnej siły możemy użyć, by koło przemieszczało się bez poślizgu, jeżeli współczynnik tarcia statycznego wynosi μ . Odp. $\alpha = \frac{2F}{3MR}$, $a = \frac{2F}{3M}$, $F_{max} = 3\mu Mg$.

Zad. 1.12 Cienki pręt o masie M i długości L przytwierdzony na jednym z końców do poziomej osi obrotu odchylany jest do poziomu i swobodnie puszcany. Obliczyć przyspieszenie liniowe swobodnego końca pręta w chwili jego zwolnienia. *Odp.* $a = \frac{2}{3}g$.

Zad. 1.13 Po równi pochyłej o kącie nachylenia θ stacza się walec o promieniu R i masie M . Obliczyć prędkość liniową v walca u podnóża równi, jeżeli długość równi wynosi d . Jaka będzie prędkość jednorodnej obręczy, kuli oraz sfery o promieniu R i masie M ? *Odp.* $v_{walca} = \sqrt{\frac{4}{3}dg \sin \theta}$.

Zad. 1.14 Na brzegach walca o promieniu R oraz masie M nawinięte zostały dwie nitki, których drugie końce przytwierdzone zostały do sufitu. Linki znajdują się w położeniu niemal pionowym i utrzymują walec w pozycji poziomej. Obliczyć przyspieszenie liniowe a walca oraz naprężenie T nici. *Odp.* $a = \frac{2}{3}g$, $T = \frac{1}{3}Mg$.

Zad. 1.15 Symetryczny bąk o masie m wiruje wokół osi, której jeden z końców jest zamocowany. Odległość środka masy od punktu zamocowania wynosi r . Oś obrotu może sama obracać się dookoła punktu zamocowania. Pokazać, że prędkość kątowna precesji jest odwrotnie proporcjonalna do wartości bezwzględnej momentu pędu bąka. Przyjąć, że prędkość kątowna osi obrotu (prędkość kątowna precesji) jest bardzo mała w porównaniu z prędkością kątowną bąka dookoła tej osi. *Odp.* $\omega = \frac{mgr}{L}$.