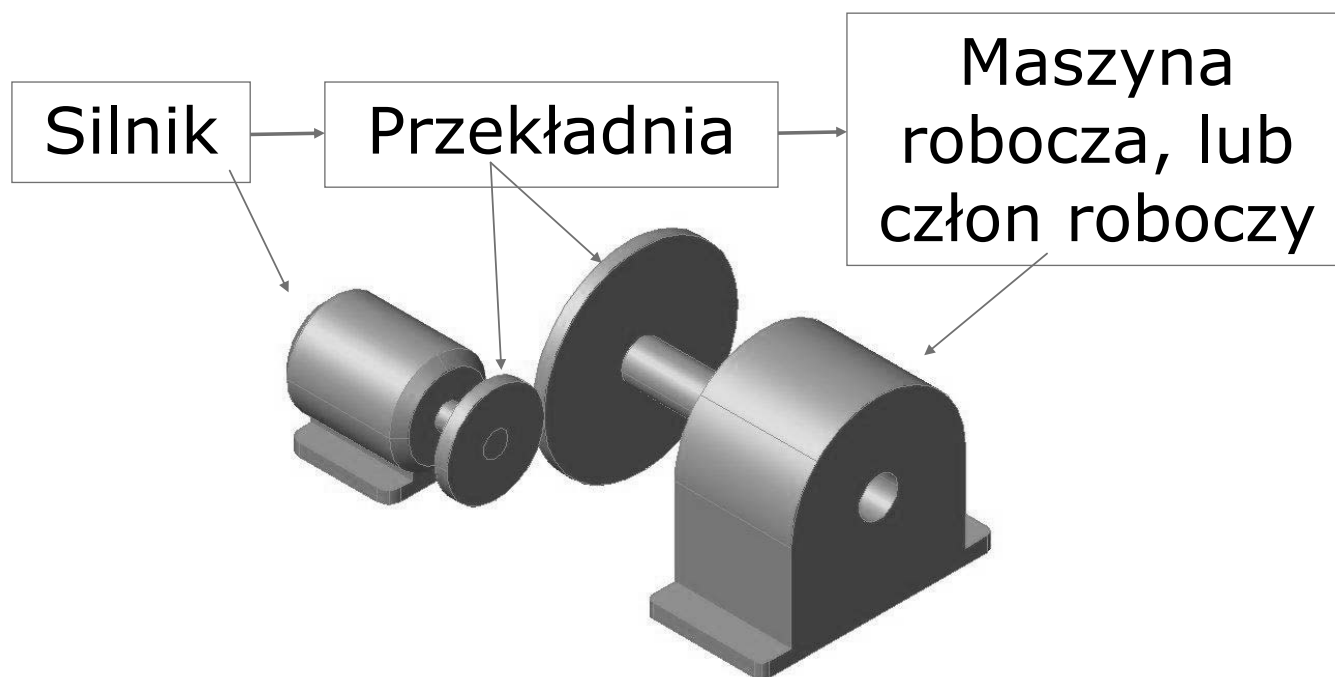
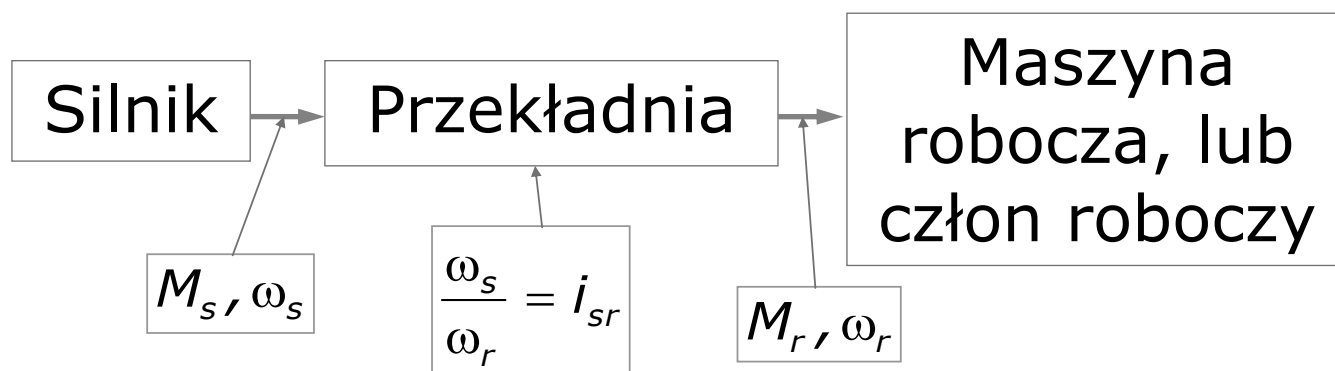


CZ.1. PODSTAWY ANALIZY KINEMATYCZNEJ PRZEKŁADNI



Rys. 1. Układ napędowy S-silnik, P-przekładnia, M-maszyna robocza

Opracował: J. Felis



Jeżeli sprawność przekładni wynosi
to wówczas

$$\eta = \frac{N_r}{N_s} = 1$$

$$N_s = N_r = \bar{M}_s \cdot \bar{\omega}_s = \bar{M}_r \cdot \bar{\omega}_r$$

$$\frac{M_r}{M_s} = \frac{\omega_s}{\omega_r}$$

$$M_r = M_s \frac{\omega_s}{\omega_r}$$

Gdzie: N_s - moc momentu na wale silnika,

N_r - moc momentu na wale maszyny roboczej

ANALIZA KINEMATYCZNA MECHANIZMÓW KOŁOWYCH (PRZEKŁADNI)

Przekładnie kołowe są mechanizmami kołowymi przeznaczonymi zwykle do przeniesienia napędu od wału silnika wykonującego ruch obrotowy do członu napędowego maszyny roboczej, mechanizmu wykonawczego lub wprost członu roboczego.

Przekładnie kołowe zwykłe - przekładnie o osiach geometrycznych kół nieruchomych względem podstawy. Rozróżniamy przekładnie zwykłe jednostopniowe i wielostopniowe (szeregowe, równoległe, szeregowo-równoległe),

Przekładnie obiegowe lub inaczej planetarne - przekładnie o osiach geometrycznych kół ruchomych względem podstawy.

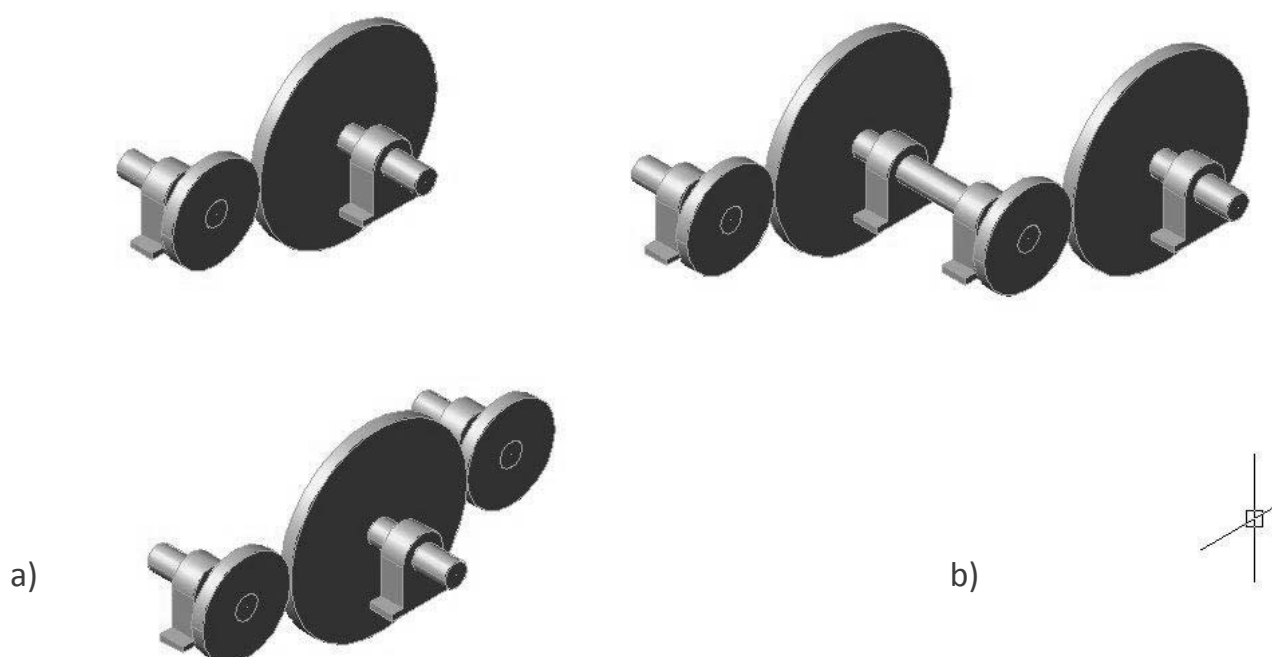
W zależności kontaktu między kołami rozróżnia się przekładnie o **bezpośrednim kontakcie kół (cierne i zębate)** i **przekładnie z elementem pośrednim (ciągnem)**.

W przypadku kontaktu **pośredniego** (za pomocą cięgna) występują przekładnie cięgnowe zębate (z paskiem zębatym lub łańcuchem), przekładnie cierne z paskiem klinowym, płaskim, okrągłym itp.

Ze względu na ważne zastosowania techniczne, i złożoność konstrukcji najczęściej uwagi wymagają **przekładnie kołowe zębate a w szczególności przekładnie obiegowe**.

Opracował: J. Felis

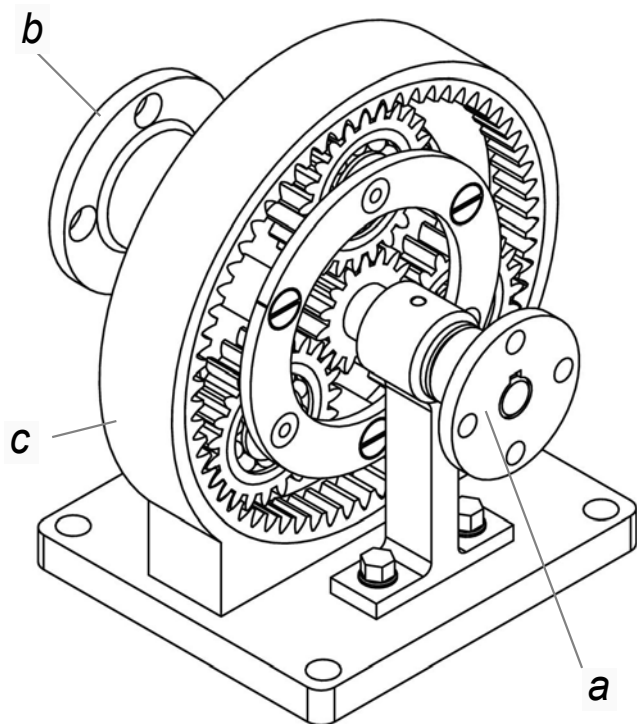
Przekładnie kołowe zwykłe - przekładnie o osiach geometrycznych kół nieruchomych względem podstawy. Rozróżniamy przekładnie zwykłe jednostopniowe i wielostopniowe (szeregowe, równoległe, szeregowo-równoległe),



Rys.2. Przekładnie zwykłe: a) szeregowe, b) dwustopniowa szeregowo-równoległa

Opracował: J. Felis

Przekładnie obiegowe lub inaczej planetarne - przekładnie o osiach geometrycznych kół ruchomych względem podstawy. Rozróżniamy przekładnie obiegowe proste, złożone, zamknięte.



Rys. 3. Przekładnie zębata obiegowa prosta

Opracował: J. Felis

W obliczeniach kinematycznych przekładni posługiwać się będziemy tzw. **przełożeniami kierunkowymi**, które ogólnie można zapisać wzorem:

$$i_{ab}^c = \frac{\omega_a^c}{\omega_b^c} \quad (1)$$

gdzie: a, b – człony ruchome;

a - napędzający (czynny) ,

b - napędzany (bierny), c – człon nieruchomy

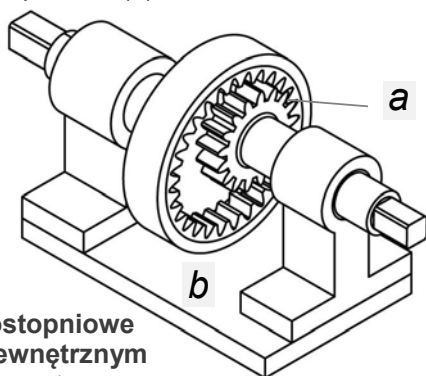
ω_a^c, ω_b^c - prędkości kątowe członów czynnego a i biernego b przy unieruchomionym członie c .

Dalej te prędkości kątowe będziemy oznaczać.

$$\omega_a, \omega_b$$

PRZEKŁADNIE ZWYKŁE

W przypadku analizy przekładni zwykłych ma potrzeby wprowadzania pojęcia członu nieruchomego i wzór (1) można uprościć do postaci (2):

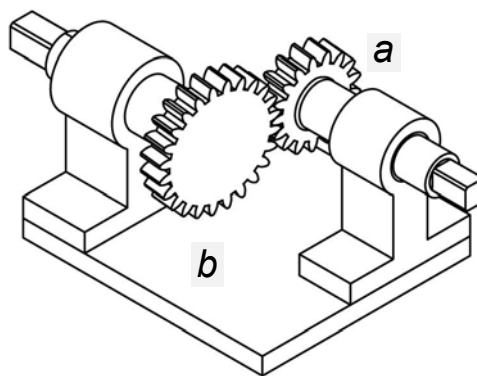


Rys. 4

Przekładnie jednostopniowe

a) o zazębieniu wewnętrznym

b) o zazębieniu zewnętrznym



$$i_{ab} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad \text{lub}$$

$$i_{ba} = \frac{\omega_b}{\omega_a} \quad (2)$$

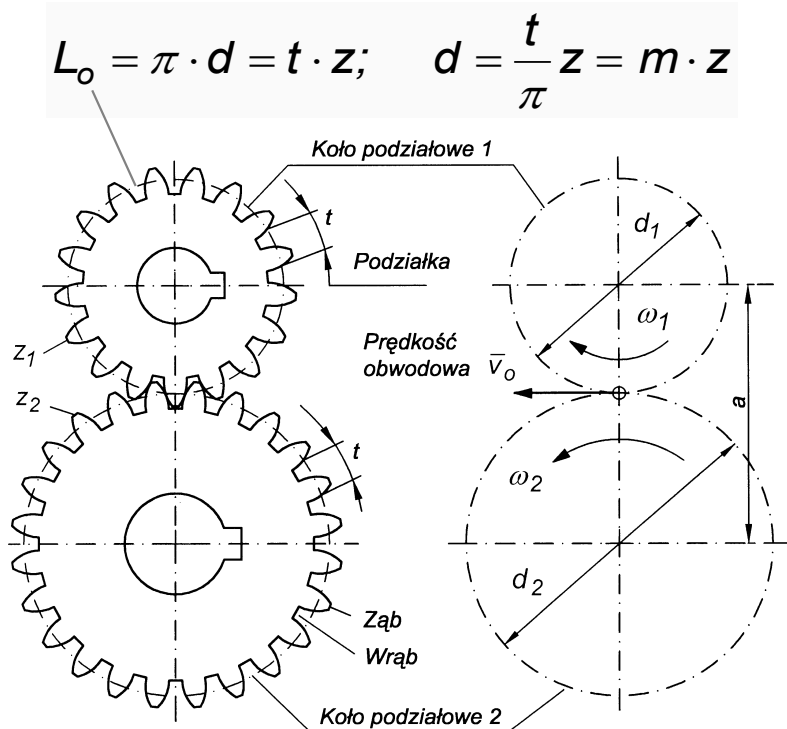
Przełożenie kierunkowe i_{ab} przyjmujemy za **ujemne** $i_{ab} < 0$, jeżeli zwroty prędkości kątowych członu a i członu b są przeciwne. Jest to **przekładnia o zazębieniu zewnętrznym**.

Przełożenie kierunkowe i_{ab} przyjmujemy za **dodatnie** $i_{ab} > 0$, jeżeli zwroty prędkości kątowych tych członów są zgodne. Jest to **przekładnia o zazębieniu wewnętrznym**.

$|i_{ab}^c| > 1$, przekładnia służy do redukcji prędkości kątowej- **reduktor**.

$|i_{ab}^c| < 1$, wówczas przekładnia służy do zwiększania prędkości kątowej - **multiplikator**.

PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE I KINEMATYCZNE DLA PRZEKŁADNI O ZAZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM



Rys. 5. Zależności geometryczne i kinematyczne dla przekładni zębatej o zazębieniu zewnętrznym

Opracował: J. Felis

moduł

$$m = \frac{t}{\pi} \quad (3)$$

średnica podziałowa

$$d = m \cdot z \quad (4)$$

prędkość obwodowa (wspólna dla kół)

$$v_0 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} = \omega_2 \cdot \frac{d_2}{2} \quad (5)$$

przełożenie kierunkowe

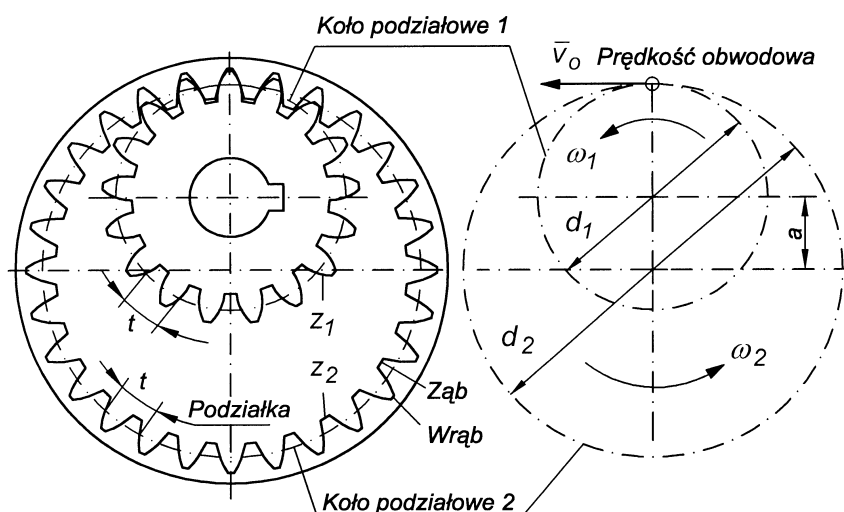
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2v_0}{d_1}}{\frac{2v_0}{d_2}} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1}$$

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (6)$$

odległość osi pary kół

$$a = (z_2 + z_1) \cdot \frac{m}{2} \quad (7)$$

PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE I KINEMATYCZNE DLA PRZEKŁADNI O ZAZĘBIENIU WEWNĘTRZNYM



Rys. 6. Zależności geometryczne i kinematyczne dla przekładni zębatej o zazębieniu wewnętrznym

moduł

$$m = \frac{t}{\pi} \quad (3)$$

średnica podziałowa

$$d = \frac{z \cdot t}{\pi} = z \cdot m \quad (4)$$

prędkość obwodowa

$$v_0 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} = \omega_2 \cdot \frac{d_2}{2} \quad (5)$$

przełożenie kierunkowe

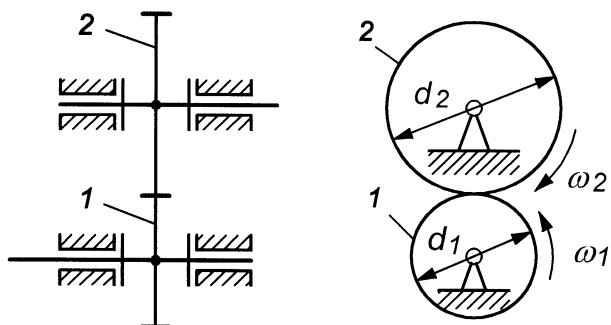
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (8)$$

odległość osi pary kół

$$a = (z_2 - z_1) \cdot \frac{m}{2} \quad (9)$$

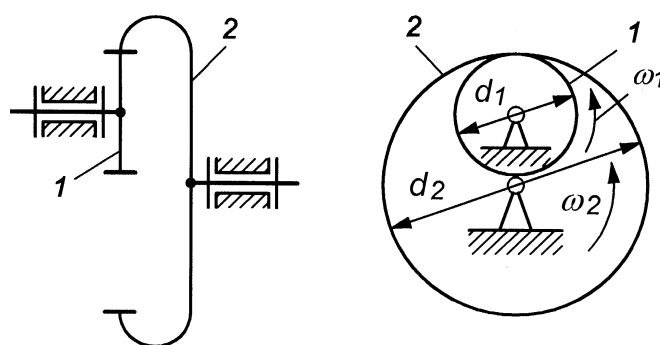
SCHEMATY KINEMATYCZE TYPOWYCH PRZEKŁADNI KOŁOWYCH O OSIACH NIERUCHOMYCH

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (10)$$



Rys. 7. Przekładnia o zazębieniu zewnętrznym

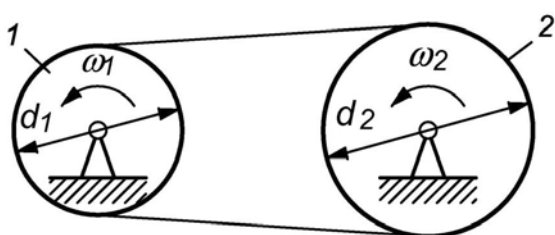
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (11)$$



Rys. 8. Przekładnia o zazębieniu wewnętrznym

Opracował: J. Felis

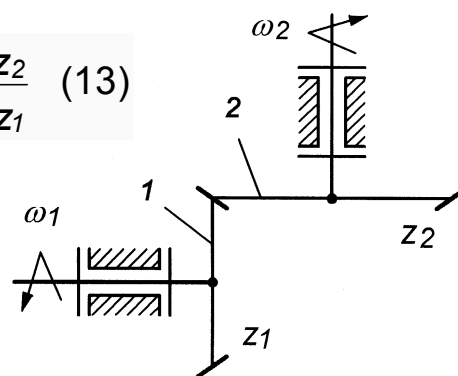
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (12)$$



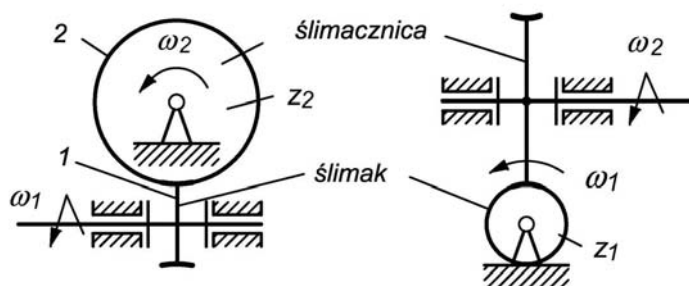
Rys. 9. Schemat przekładni cięgnowej, pasowej lub łańcuchowej

W tym przypadku nie określa się znaku przełożenia

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (13)$$



Rys. 10. Przekładnia stożkowa



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (14)$$

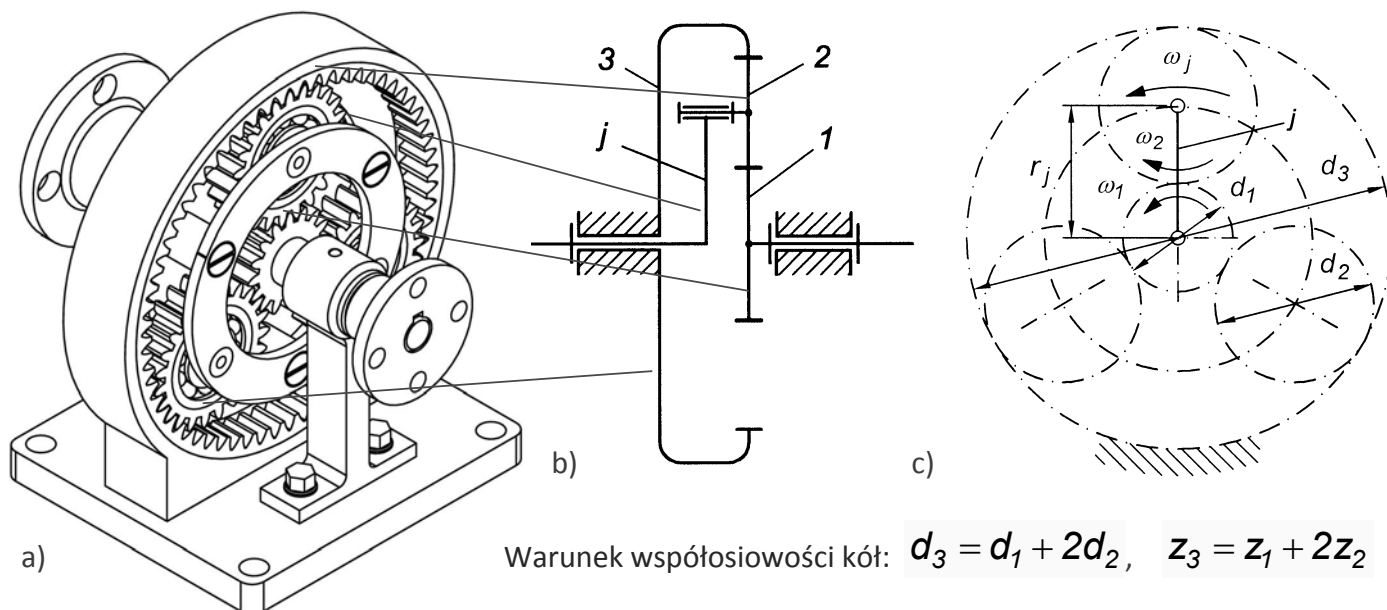
gdzie : Z_1 - zwojność ślimaka 1.

Rys. 11. Przekładnia ślimakowa

Opracował: J. Felis

ANALIZA KINEMATYCZNA PRZEKŁADNI OBIEGOWYCH (PLANETARNYCH)

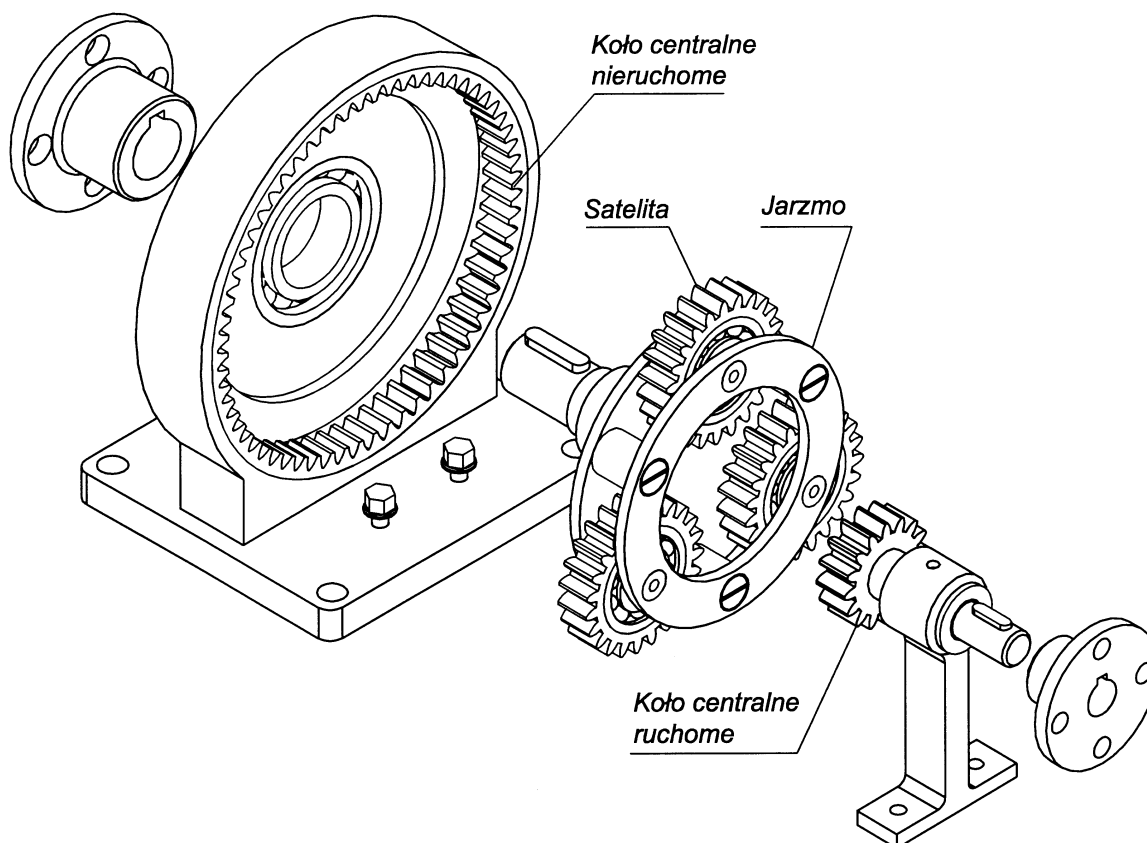
Przekładnie obiegowe cechują się tym, że środki niektórych kół zwanych dalej satelitami poruszają się po torach kołowych wokół osi geometrycznej przekładni z tym, że środki tych torów leżą w geometrycznej osi przekładni. Koła przekładni, których środki leżą w osi przekładni nazywane są **kołami centralnymi** natomiast człon, na którym osadzone są satelity nazywa się **jarzmem**.



Warunek współosiowości kół: $d_3 = d_1 + 2d_2$, $z_3 = z_1 + 2z_2$

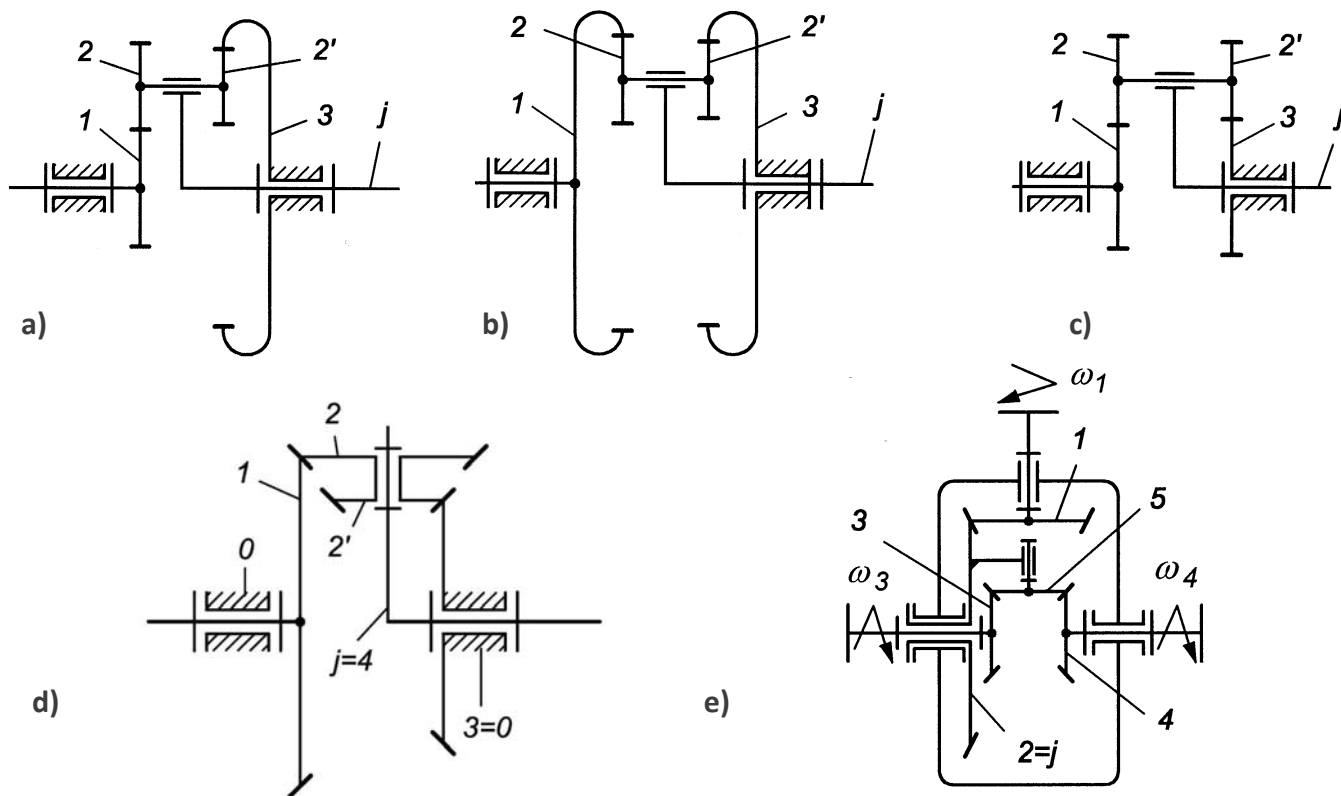
Rys. 12. Jednorzędowa przekładnia obiegowa: a) schemat konstrukcyjny, b) schemat kinematyczny, c) warunek współosiowości,

Opracował: J. Felis



Rys. 13. Jednorzędowa przekładnia obiegowa - człony mechanizmu

Opracował: J. Felis



Rys. 14. Warianty przekładni obiegowych dwurzędowych: a,b,c) przekładnie obiegowe dwurzędowe, d) przekładnia obiegowa stożkowa, e) przekładnia obiegowa o dwóch stopniach swobody (dyferencjał)

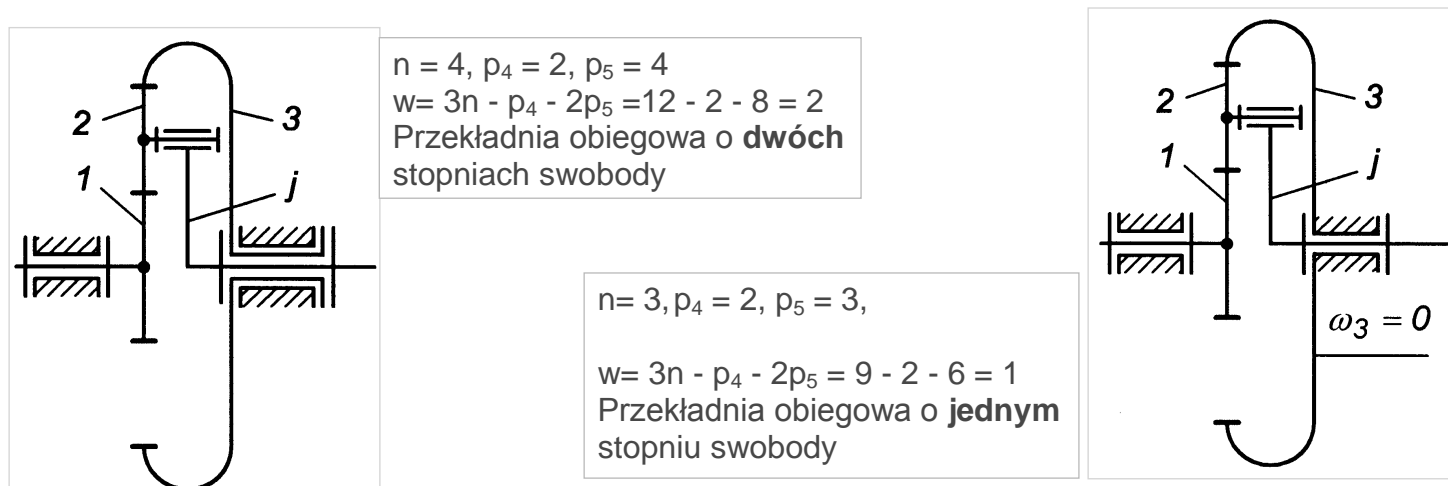
Opracował: J. Felis

PRZEŁOŻENIA PRZEKŁADNI OBIEGOWYCH

Przekładnie obiegowe mają w ogólnym przypadku dwa stopnie swobody: $w = 2$. Jeżeli jednak unieruchomimy względem podstawy jeden z członów np. koło centralne lub jarzmo, to wówczas przekładnia będzie posiadać jeden stopień swobody: $w = 1$.

Przy tym należy zauważyć, że przekładnia z unieruchomionym jarzmem **nie jest już przekładnią obiegową**.

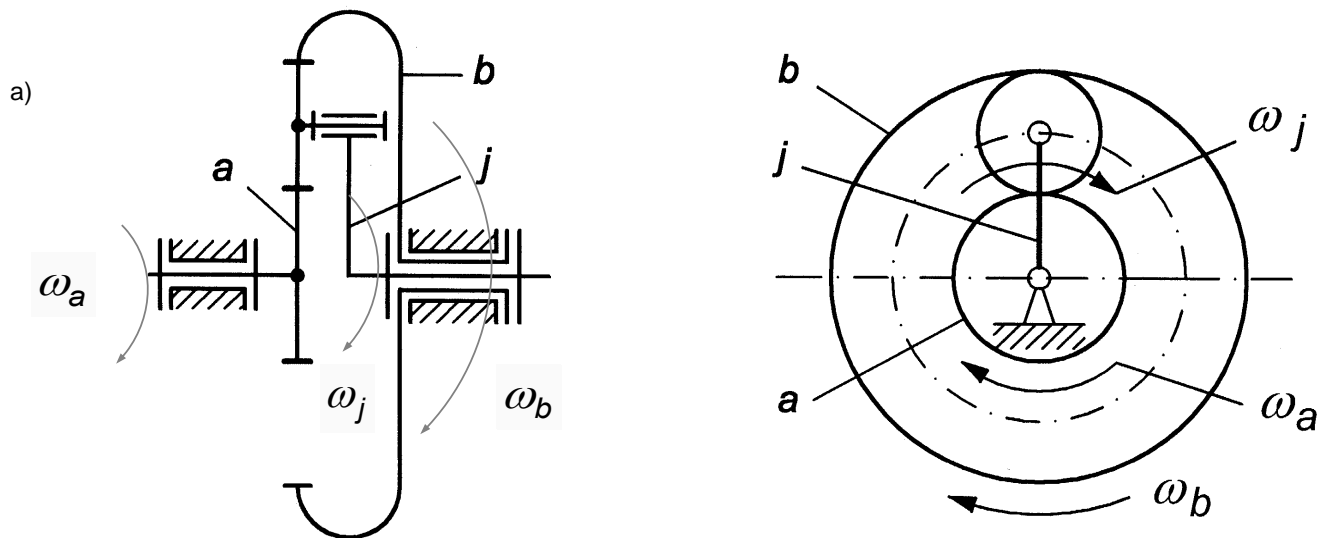
Przekładnia obiegowa o dwóch stopniach swobody jest nazywana **przekładnią różnicową lub dyferencjałem**



Rys. 15. schematy kinematyczne jednorzędowej przekładni obiegowej: 1, 3 - koła centralne, 2 - satelita, j - jarzmo

Opracował: J. Felis

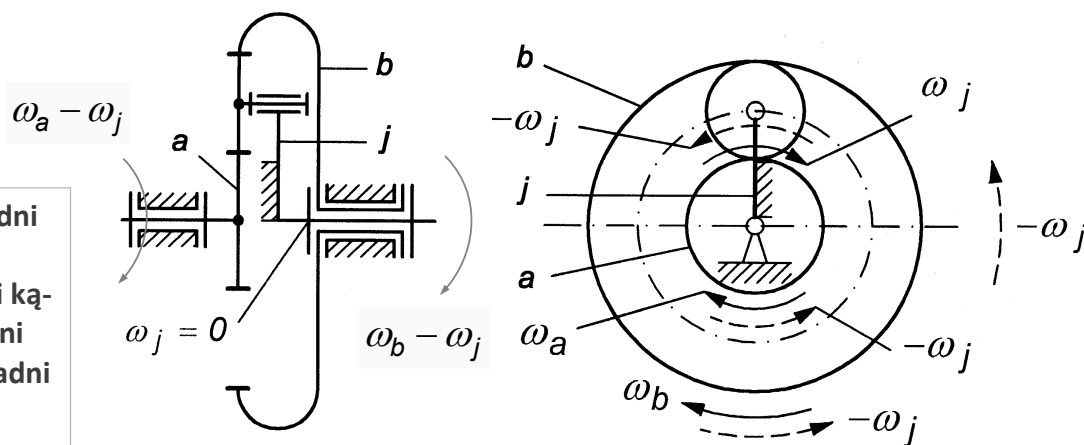
Symbolami a i b oznaczone zostały tzw. osiowe elementy przekładni obiegowej tj. koła centralne, natomiast przez j - oznaczono jarzmo. Na Rys. 15 pokazano prędkości kątowe członów ruchomych tj. ω_a , ω_b i ω_j przekładni obiegowej w przypadku kiedy posiada ona dwa stopnie swobody czyli dwa człony (np. a i b) są członami czynnymi.



Rys. 16. Schematy przekładni obiegowej z zaznaczonymi prędkościami kątowymi: bezwzględne prędkości kątowe członów przekładni o dwóch stopniach swobody tj. $\omega_a, \omega_b, \omega_j$

Opracował: J. Felis

Przyjmujemy, że cała przekładnia została wprowadzona w ruch z prędkością kątową $(-\omega_j)$. W takim przypadku prędkości kątowe kół centralnych a i b zostaną pomniejszone o wartość $(-\omega_j)$, natomiast jarzmo stanie się nieruchome $\omega_j - \omega_j = 0$



Rys. 17. Schematy przekładni obiegowej z zaznaczonymi względnymi prędkościami kątowymi członów przekładni po nadaniu całej przekładni prędkości kątowej $-\omega_j$

Przełożenie kierunkowe pomiędzy kołem a i kołem b przekładni przy unieruchomionym w ten sposób jarzmie, zapiszemy w postaci zależności zwanej **wzorem Willis'a**:

$$i_{ab}^j = \frac{\omega_a - \omega_j}{\omega_b - \omega_j} \quad (15)$$

gdzie: i_{ab}^j - przełożenie kierunkowe od członu a do b przy nieruchomym jarzmie j .

Opracował: J. Felis

Wzór Willis'a jest podstawowym wzorem, z którego można wyliczyć wszystkie możliwe przełożenia przekładni obiegowej.

Dla przekładni o jednym stopniu swobody, w której koło **b** jest nieruchome $\omega_b = 0$, natomiast koło **a** i jarzmo **j** są członami ruchomymi, wzór Willis'a przyjmie postać:

$$i_{ab}^j = \frac{\omega_a - \omega_j}{\omega_b - \omega_j} = \frac{\omega_a - \omega_j}{0 - \omega_j} = 1 - \frac{\omega_a}{\omega_j} = 1 - i_{aj}^b \quad (16)$$

Zauważymy jednak, że w rzeczywistości poszukiwanym przełożeniem przekładni o jednym stopniu swobody jest przełożenie pomiędzy kołem **a** i jarzmem **j** przy nieruchomym kole **b** czyli i_{aj}^b .

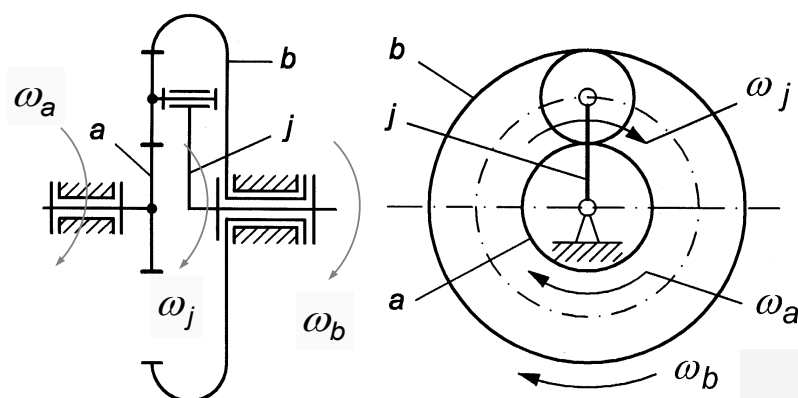
Wyznamy to przełożenie przekształcając wzór (16):

$$i_{aj}^b = 1 - i_{ab}^j \quad (17)$$

Przełożenie i_{ab}^j to bardzo łatwo wyznaczyć ponieważ dotyczy przekładni zwykłej szeregowej lub równoległej o osiach nieruchomych, powstałej poprzez **myślone unieruchomienie jarzma oraz myślowe uruchomienie koła w rzeczywistości nieruchomego**.

Opracował: J. Felis

Dla przekładni **o dwóch stopniach swobody**, w której dwa człony są członami napędzającymi np. koła **a** i **b** natomiast jarzmo **j** jest członem biernym, wyznaczymy wpływ prędkości ω_a i ω_b na prędkość ω_j korzystając ze wzoru Willis'a:



$$i_{ab}^j = \frac{\omega_a - \omega_j}{\omega_b - \omega_j} \quad (18)$$

$$(\omega_b - \omega_j) \cdot i_{ab}^j = \omega_a - \omega_j \quad (19)$$

Rys. 18. Przekładnia o dwóch stopniach swobody

$$\omega_j = \frac{1}{1 - i_{ab}^j} \omega_a - \frac{i_{ab}^j}{1 - i_{ab}^j} \omega_b \quad (20)$$

ponieważ zachodzą związki: $\frac{1}{1 - i_{ab}^j} = \frac{1}{i_{aj}^b} = i_{ja}^b$, $\frac{i_{ab}^j}{1 - i_{ab}^j} = \frac{1 - i_{aj}^b}{i_{aj}^b} = \frac{1}{i_{aj}^b} - 1 = i_{ja}^b - 1 = -i_{jb}^a$ (21)

$$\omega_j = i_{ja}^b \omega_a + i_{jb}^a \omega_b \quad (22)$$

to ostatecznie możemy zapisać:

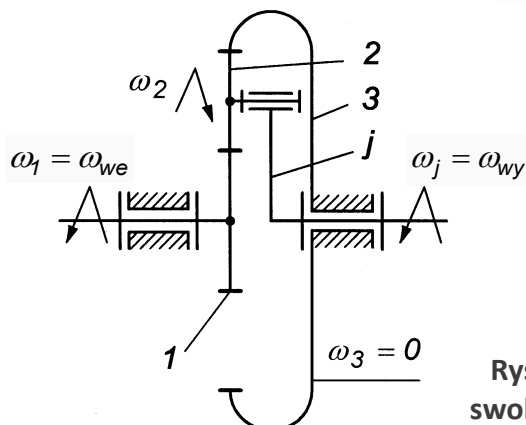
Opracował: J. Felis

PRZYKŁAD 1. ANALIZA KINEMATYCZNA JEDNORZĘDOWEJ PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ

Schemat przekładni pokazano na Rys. 18a.

Dane: $\omega_1, z_1, z_3, \omega_3 = 0$, ponieważ koło 3 jest członem nieruchomym.

Szukane: przełożenie przekładni $i_{1j}^3 = \frac{\omega_1}{\omega_j}$ oraz ω_j, ω_2 .



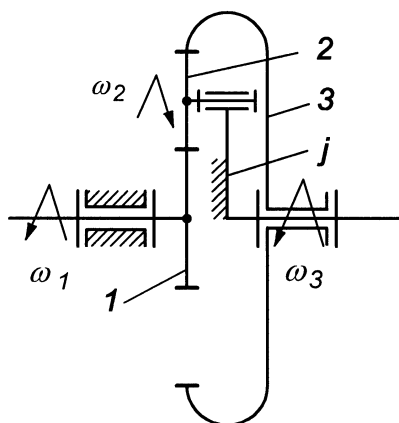
Liczby zębów koła 2 nie podano, gdyż wynika ona z tzw. warunku współosiowości przekładni. Warunek ten określa związek geometryczny pomiędzy średnicami kół zębatach przekładni, które leżą w rozważanym przypadku w jednej płaszczyźnie, mają wspólny moduł a ponadto dwa z nich mają wspólną oś obrotu.

Rys. 19a. Przekładnia obiegowa jednorzędowa o jednym stopniu swobody schemat kinematyczny przekładni o ruchomym jarzmie

Dla rozważanej przekładni obiegowej warunek współosiowości można zapisać:

$$\frac{d_1}{2} + d_2 = \frac{d_3}{2}; \quad \frac{m \cdot z_1}{2} + m \cdot z_2 = \frac{m \cdot z_3}{2} \quad \text{czyli:} \quad z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} \quad (\text{P1.1})$$

Opracował: J. Felis



Przełożenie przekładni $i_{1j}^3 = \frac{\omega_1}{\omega_j}$ wyznaczmy korzystając ze wzoru Willisa przyjmując: $\omega_3 = 0$

$$i_{1j}^j = \frac{\omega_1 - \omega_j}{\omega_3 - \omega_j} = \frac{\omega_1 - \omega_j}{0 - \omega_j} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_j} = 1 - i_{1j}^3$$

Po przekształceniu otrzymamy: $i_{1j}^3 = 1 - i_{1j}^j \quad (\text{P1.2})$

Rys. 19b. Przekładnia obiegowa jednorzędowa o jednym stopniu swobody.

Schemat kinematyczny przekładni z unieruchomionym jarzmem

Przełożenie i_{13}^j przekładni z myślowo unieruchomionym jarzmem z Rys. 18b wyznaczmy z prostych związków obowiązujących dla przekładni szeregowej o osiach nieruchomych.

$$i_{13}^j = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(+\frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1} \quad (\text{P1.3})$$

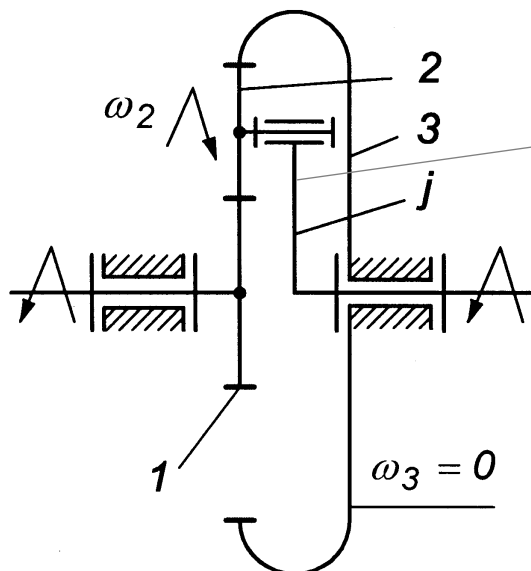
Ostatecznie przełożenie przekładni obiegowej wyniesie:

$$i_{1j}^3 = 1 - i_{13}^j = 1 - \left(-\frac{z_3}{z_1} \right) = \frac{z_1 + z_3}{z_1} \quad (\text{P1.4})$$

Opracował: J. Felis

Poszukiwaną prędkość kątową ω_j wyznaczamy z prostego przekształcenia:

$$i_{1j}^3 = \frac{z_1 + z_3}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_j}$$



$$\omega_j = \frac{z_1}{z_1 + z_3} \omega_1 \quad (P1.5)$$

Opracował: J. Felis

W celu obliczenia prędkości kątowej satelity 2 również wykorzystamy związki wynikające ze wzoru Willisa:

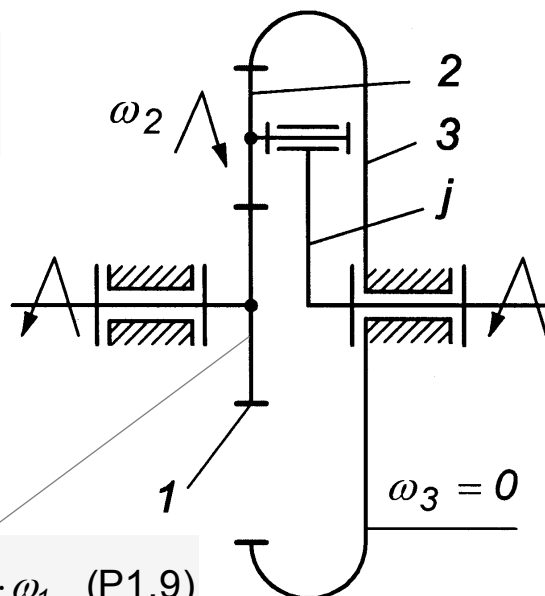
$$i_{23}^j = \frac{\omega_2 - \omega_j}{\omega_3 - \omega_j} = \frac{\omega_2 - \omega_j}{0 - \omega_j} = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_j} = 1 - i_{2j}^3 \quad (P1.6)$$

$$i_{2j}^3 = 1 - i_{23}^j = 1 - \frac{z_3}{z_2} = \frac{z_2 - z_3}{z_2} \quad (P1.7)$$

Ponieważ $i_{2j}^3 = \frac{\omega_2}{\omega_j} \Rightarrow \omega_2 = \omega_j \cdot i_{2j}^3 \quad (P1.8)$

to po podstawieniu uprzednio wyprowadzonego wzoru na prędkość jarzma

otrzymamy: $\omega_2 = \frac{z_2 - z_3}{z_2} \cdot \frac{z_1}{z_1 + z_3} \cdot \omega_1 \quad (P1.9)$



Po podstawieniu $\omega_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}$ i prostych przekształceniach prędkość kątowa satelity:

Znak (-) w powyższym wzorze oznacza, że zwrot prędkości kątowej satelity 2 jest przeciwny do zwrotu koła napędzającego 1.

$$\omega_2 = -\frac{z_1}{z_3 - z_1} \cdot \omega_1 \quad (P1.10)$$

Opracował: J. Felis

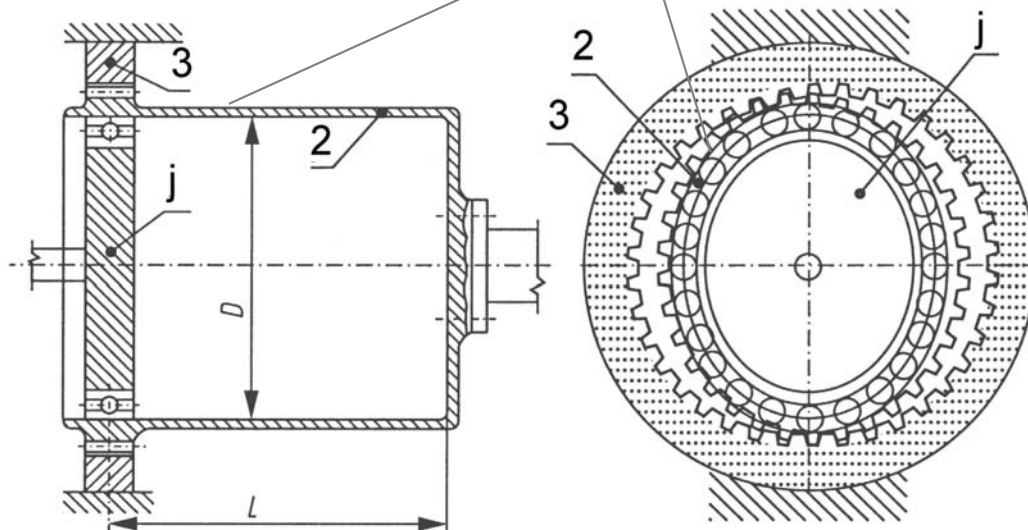
PRZYKŁAD 2. ANALIZA KINEMATYCZNA PRZEKŁADNI FALOWEJ

Dane: $z_2 = 100$, $z_3 = 102$, członem napędzającym jest jarzmo j , członem wyjściowym elastyczny pierścień zębata 2 (w zwykłej przekładni obiegowej jest to satelita) Rys. 20.

Obliczyć przełożenie przekładni:

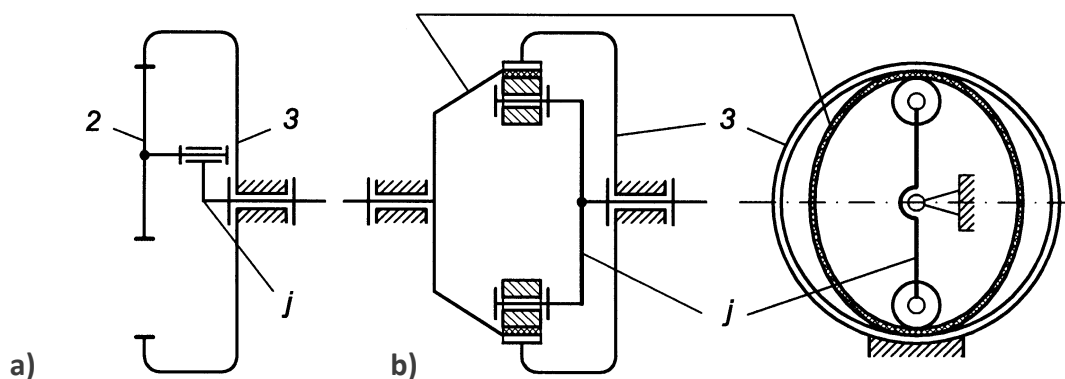
$$i_{j2}^1 = \frac{\omega_j}{\omega_2}$$

Elastyczny pierścień zębata 2



Rys. 20. Schemat konstrukcyjny przekładni falowej

Opracował: J. Felis



Rys. 21. Schemat przekładni falowej: a) schemat obliczeniowy przekładni falowej, b) schemat kinematyczny przekładni falowej

Przełożenie przekładni i_{23}^j obliczamy korzystając ze wzoru Willis'a.

$$i_{23}^j = \frac{\omega_2 - \omega_j}{\omega_3 - \omega_j} = \frac{\omega_2 - \omega_j}{0 - \omega_j} = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_j} = 1 - i_{2j}^3 \quad (\text{P2.1})$$

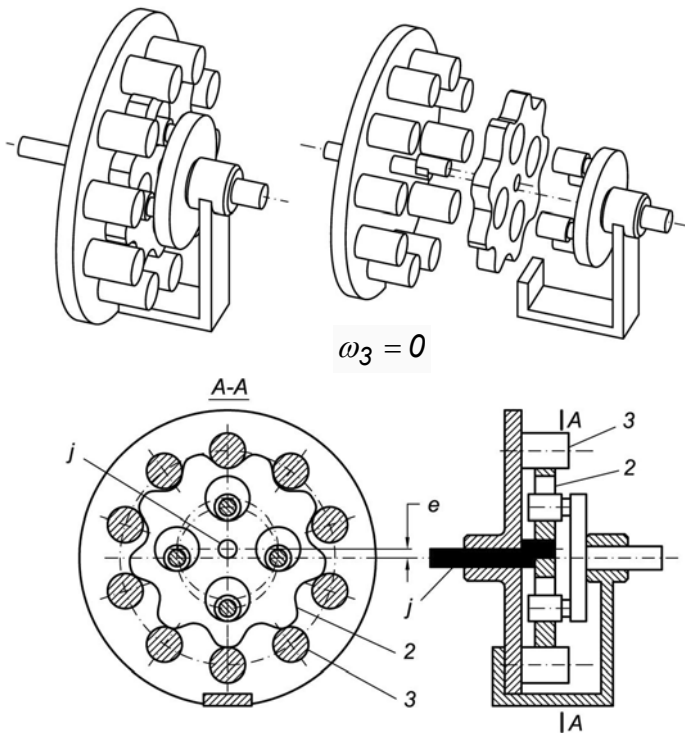
$$i_{2j}^3 = 1 - i_{23}^j = 1 - \frac{z_3}{z_2} = \frac{z_2 - z_3}{z_2} \quad (\text{P2.2})$$

Poszukiwane przełożenie wynosi:

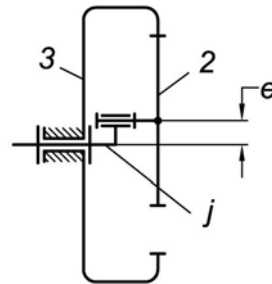
$$i_{j2}^3 = \frac{z_2}{z_2 - z_3} = \frac{100}{100 - 102} = -50$$

Opracował: J. Felis

PRZYKŁAD 3. PRZEKŁADNIA KSZTAŁTOWO-TOCZNA (CYKLOIDALNA)



Dane: Z_3 - liczba palców koła 3,
 Z_2 - liczba zębów cykloidalnych satelity 2.
 Obliczyć przełożenie przekładni:



$$i_{j2}^3 = \frac{\omega_j}{\omega_2}$$

$$i_{23}^j = \frac{\omega_2 - \omega_j}{\omega_3 - \omega_j} = \frac{\omega_2 - \omega_j}{0 - \omega_j} = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_j} = 1 - i_{2j}^3 \quad (P3.1)$$

$$i_{2j}^3 = 1 - i_{23}^j = 1 - \frac{Z_3}{Z_2} = \frac{Z_2 - Z_3}{Z_2};$$

$$i_{j2}^3 = -\frac{Z_2}{Z_3 - Z_2} \quad (P3.2)$$

Rys. 22. Schematy konstrukcyjne i schemat obliczeniowy przekładni kształtowo-tocznej

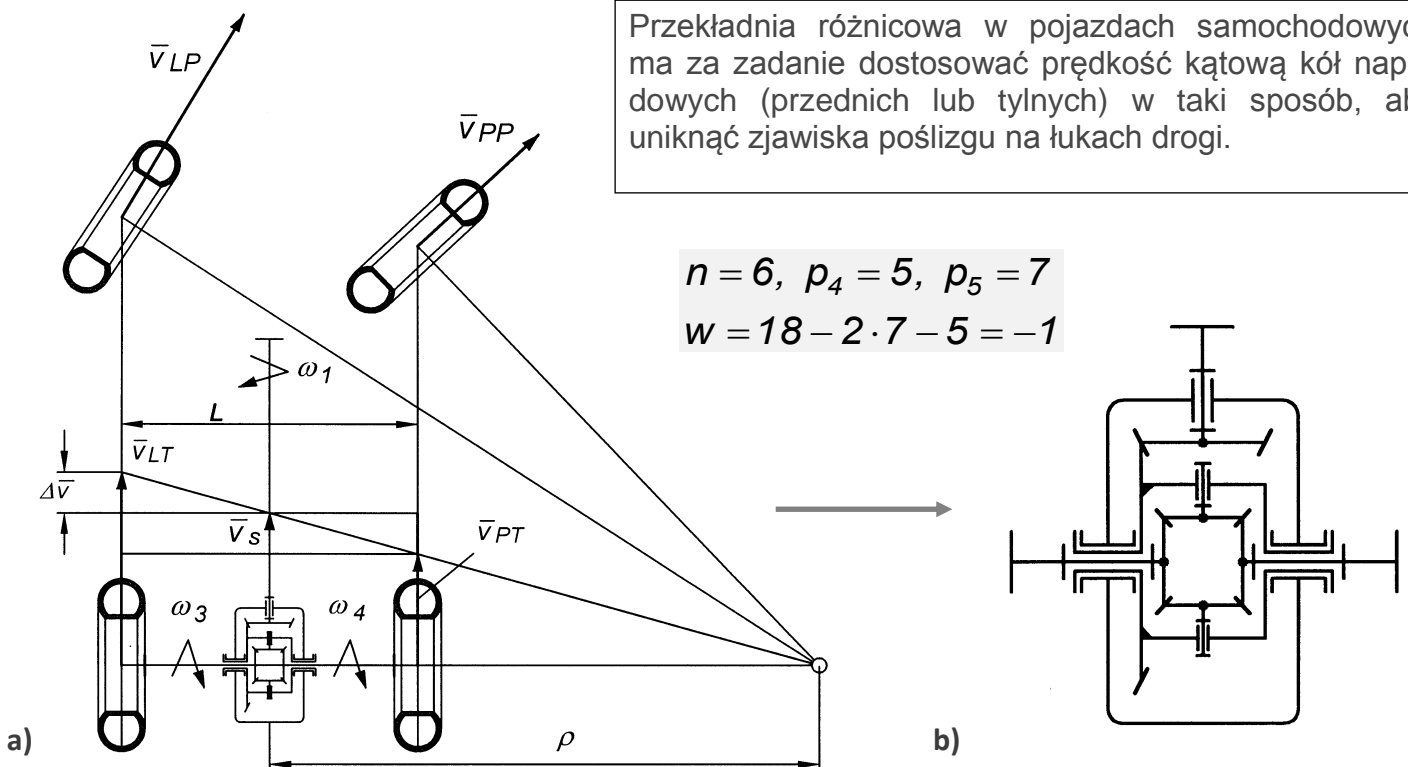
Opracował: J. Felis

PRZYKŁAD 4. ANALIZA KINEMATYCZNA STOŻKOWEJ PRZEKŁADNI RÓŻNICOWEJ.

Przekładnia różnicowa w pojazdach samochodowych ma za zadanie dostosować prędkość kątową kół napędowych (przednich lub tylnych) w taki sposób, aby uniknąć zjawiska poślizgu na łukach drogi.

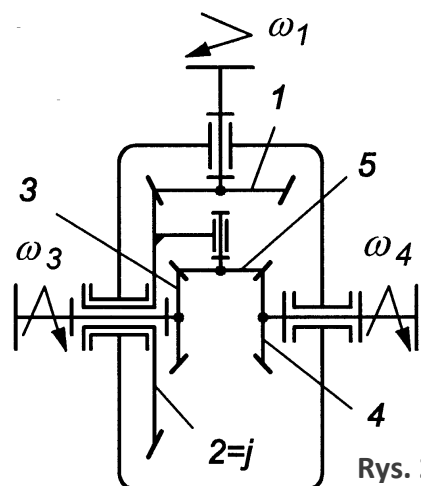
$$n = 6, p_4 = 5, p_5 = 7$$

$$w = 18 - 2 \cdot 7 - 5 = -1$$



Rys. 23. Zastosowanie przekładni obiegowej różnicowej do napędu kół pojazdu samochodowego.
 a) Zasada poruszania się pojazdu po łuku drogi, b) przekładnia różnicowa (dyferencjał)

Opracował: J. Felis



$$n = 5, p_4 = 3, p_5 = 5$$

$$w = 15 - 2 \cdot 5 - 3 = 2$$

Jeżeli samochód porusza się po prostej drodze, prędkości kątowne kół jezdnych są równe $\omega_3 = \omega_4$. Koło stożkowe 5 nie obraca się względem własnej osi. Wówczas prędkość kątowna kół jezdnych wynika wyłącznie z przełożenia przekładni stożkowej (1, 2).

Rys. 24. Schemat przekładni różnicowej bez członów kinematycznie zbędnych

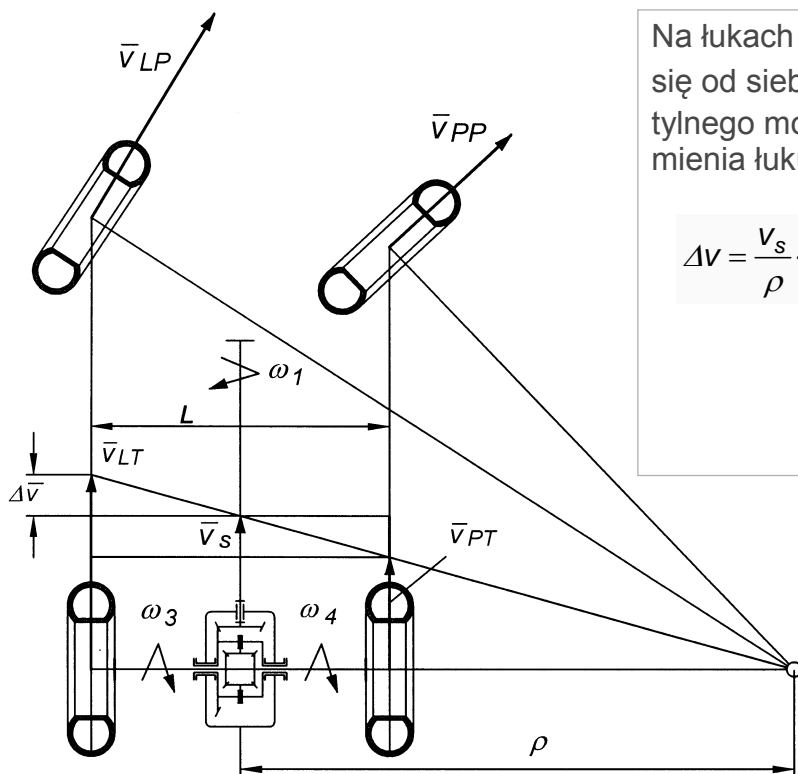
Ponieważ koło 2 jest zarazem jazdym j przekładni to możemy napisać: $i_{1j} = i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_j} = \frac{z_2}{z_1}$

oraz $\omega_j = \omega_1 \frac{z_1}{z_2}$ (P4.1)

Samochód uzyskuje prędkość: $v_s = \omega_j \frac{d_k}{2} = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} \frac{d_k}{2}$, gdzie d_k - średnica koła jezdnego.

W ten sposób realizowany jest jeden stopień swobody.

Opracował: J. Felis



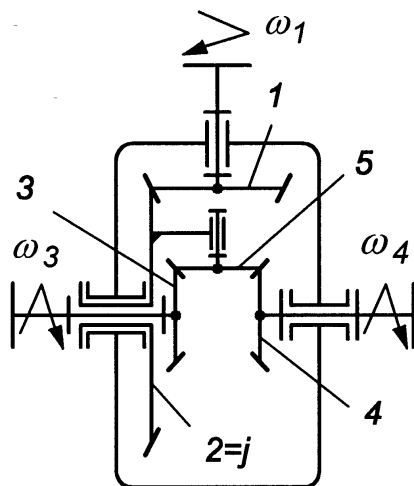
Na łukach drogi prędkości liniowe kół jezdnych różnią się od siebie o $2\Delta v$, oraz o Δv od prędkości środka tylnego mostu przy czym wartość Δv zależy od promienia łuku i rozstawu kół. (Rys. 23).

$$\Delta v = \frac{v_s}{\rho} \cdot \frac{L}{2}$$
 (P4.2)

gdzie: L - rozstaw kół jezdnych,
 ρ - promień łuku drogi

Rys. 25. Schemat przekładni różnicowej bez członów kinematycznie zbędnych

Opracował: J. Felis



Zróżnicowanie prędkości kół umożliwiła przekładnia stożkowa złożona z kół 3, 4 i 5, której przełożenie wynosi:

$$i_{43}^j = \frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} \quad (\text{P4.3})$$

Zgodnie z wzorem Willisa $\omega_2 = 0$.

Zatem
$$\frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{\omega_4}{\omega_5} \cdot \frac{\omega_5}{\omega_3} = -\frac{z_5 \cdot z_3}{z_4 \cdot z_5} = -\frac{z_3}{z_4} = -1 \quad (\text{P4.4})$$

Ponieważ przełożenie pomiędzy kołami napędowymi wynosi dokładnie $i = -1$ to oznacza, że na łuku drogi koła 3 i 4 będą napędzane od drogi i gdy prędkość kątowna jednego z kół wzrośnie o $\Delta\omega$ to drugiego zmniejszy się o $\Delta\omega$.

$$\Delta\omega = \frac{2\Delta v}{d_k} = \frac{v_s \cdot L}{\rho \cdot d_k} \quad (\text{P4.5})$$

W ten sposób realizowany jest **drugi stopień swobody**.

Opracował: J. Felis

Prędkość kątowna tylnych kół napędowych wyniesie odpowiednio:

lewego
$$\omega_{LT} = \omega_3 = \omega_j + \Delta\omega = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} + \Delta\omega \quad (\text{P4.6})$$

prawego
$$\omega_{PT} = \omega_4 = \omega_j - \Delta\omega = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} - \Delta\omega \quad (\text{P4.7})$$

CZ.2. PODSTAWY SYNTEZY KINEMATYCZNEJ PRZEKŁADNI

Warianty struktury przekładni

Synteza kinematyczna przekładni zwykłych (o osiach nieruchomych) o wymaganych przełożeniach sprowadza się do doboru odpowiednich średnic współpracujących kół lub liczby ich zębów. Zwykle przełożenie przekładni jednostopniowej o zazębieniu zewnętrznym nie przekracza 7. Jeżeli wymagane jest większe przełożenie wówczas stosujemy przekładnię wielostopniową. Należy również pamiętać o minimalnej liczbie zębów koła zębatego, która dla kół niekorygowanych wynosi 17 oraz o innych wymaganych parametrach konstrukcyjnych przekładni, które zapewnią ich poprawną pracę. Te zagadnienia będą podejmowane w ramach przedmiotów konstrukcyjnych.

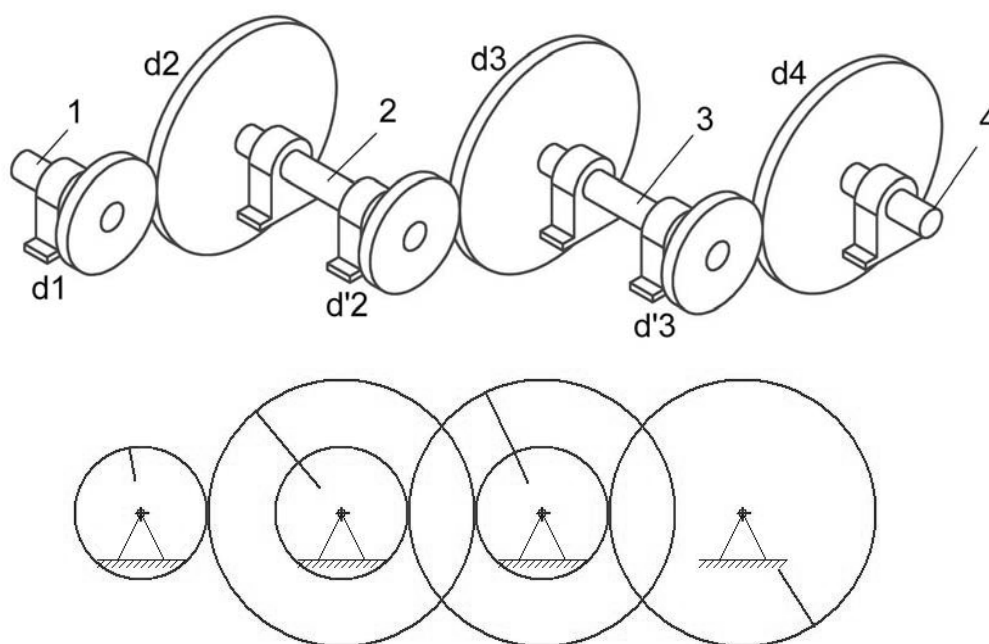
W przypadku przekładni zwykłych wielostopniowych przełożenie całkowite od koła a do koła k będzie iloczynem przełożeń poszczególnych par kół.

Np. dla przekładni trójstopniowej rys. 26 jest:

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = i_{12} i_{23} i_{34} = \left(-\frac{d_2}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d_3}{d'_2}\right) \cdot \left(-\frac{d_4}{d'_3}\right) = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z'_2}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z'_3}\right)$$

Opracował: J. Felis

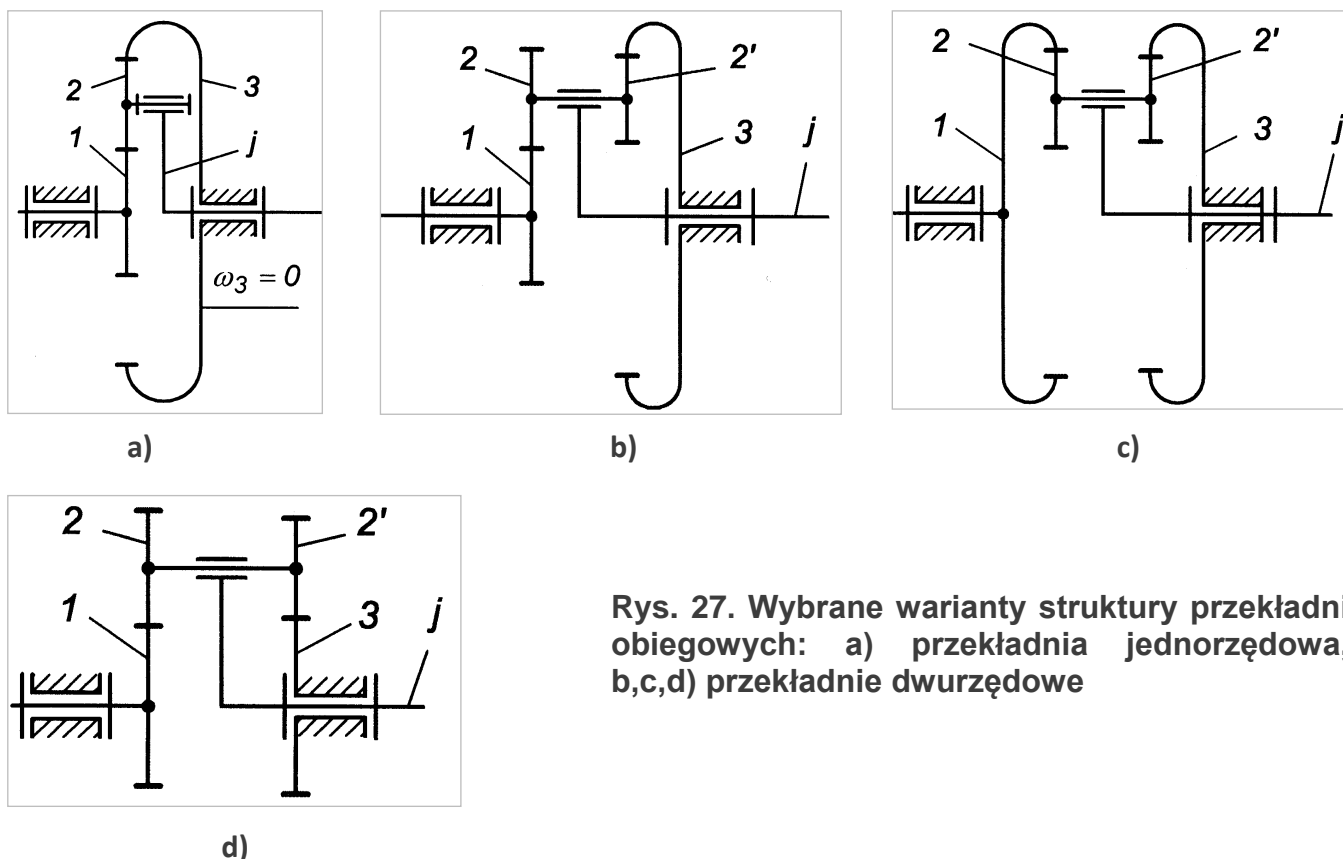
$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = i_{12} i_{23} i_{34} = \left(-\frac{d_2}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d_3}{d'_2}\right) \cdot \left(-\frac{d_4}{d'_3}\right) = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z'_2}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z'_3}\right)$$



Rys. 26. Przekładnia wielostopniowa (trójstopniowa) szeregowo-równoległa:
a) schemat konstrukcyjny, b) model w programie SAM

Opracował: J. Felis

PRZEKŁADNIE OBIEGOWE



Rys. 27. Wybrane warianty struktury przekładni obiegowych: a) przekładnia jednorzędowa, b,c,d) przekładnie dwurzędowe

Opracował: J. Felis

W przypadku przekładni obiegowych przełożenie przekładni wynika ze wzoru Willisa

$$i_{ab}^j = \frac{\omega_a - \omega_j}{\omega_b - \omega_j}$$

$$i_{aj}^b = 1 - i_{ab}^j, \quad i_{bj}^a = 1 - i_{ba}^j$$

Dla przekładni o jednym stopniu swobody

Co oznacza, że całkowite przełożenie przekładni obiegowej zależy od struktury przekładni i jest wyrażone poprzez przełożenie przekładni przy nieruchomym jarzmie i_{ab}^j zwane również przełożeniem bazowym.

Określenie liczby zębów kół przekładni

Po wyborze struktury (np. jednego z wariantów wg rys. 26), należy ustalić liczbę zębów poszczególnych kół przekładni.

Zagadnienie doboru liczby zębów zostanie przedstawione na przykładzie przekładni wg rys. 26a.

Przyjmijmy konkretne wymagane przełożenie A przekładni obiegowej o jednym stopniu swobody, wówczas wyznaczmy

$$A = i_{1j}^3 = 1 - i_{13}^j$$

Stąd

$$A = 1 - i_{13}^j = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right) = 1 - \left(-\frac{z_3}{z_1}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

$$z_3 = z_1(A - 1)$$

Opracował: J. Felis

Nie można jednak liczby zębów pozostałych kół (koło satelitarne 2) przyjmować dowolnie ani też przyjmować dowolnej liczby satelitów.

Muszą być spełnione trzy warunki konstrukcyjne:

- warunek współosiowości,
- warunek sąsiedztwa satelitów,
- warunek montażowy.

Warunek współosiowości

Spełnienie tego warunku oznacza, że osie kół centralnych (koła 1 i koła 3) znajdują się na tej samej prostej, czyli koła centralne są współosiowe. Warunek ten wyraża się wzorem

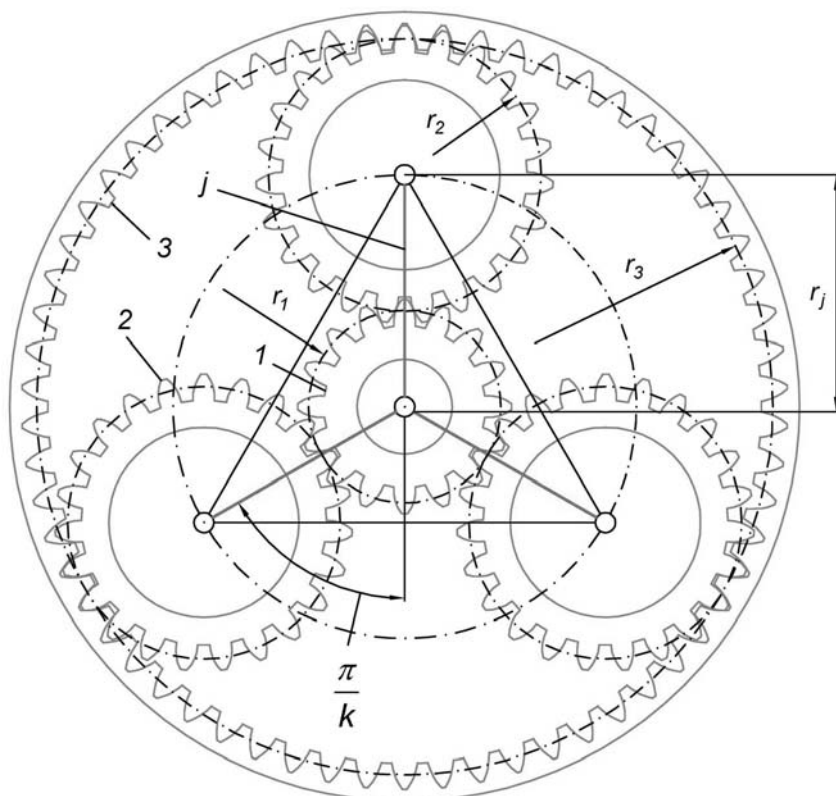
$$r_3 = r_1 + d_2, \text{ lub } d_3 = d_1 + 2d_2,$$

Ponieważ moduł zęba dla wszystkich kół jest jednakowy to mamy

$$z_3 = z_1 + 2z_2$$

Analogicznie wyrażamy warunek współosiowości dla innych wariantów przekładni obiegowych pokazanych na rys. 26

Opracował: J. Felis



$$z_3 = 62$$

$$z_1 = 16$$

$$z_2 = 23$$

Warunek współosiowości jest spełniony

$$z_3 = z_1 + 2z_2$$

$$62 = 16 + 2 \cdot 23$$

Warunek sąsiedztwa jest spełniony

$$r_j \sin \frac{\pi}{k} > r_s + h$$

Rys. 28. Graficzna ilustracja warunku współosiowości i warunku sąsiedztwa (czerwone

Opracował: J. Felis

Warunek sąsiedztwa

Spełnienie tego warunku oznacza, że koła satelitarne zazębiające się z kołami centralnymi nie zaczepiają o siebie.

Warunek ten można wyrazić wzorem

$$r_j \sin \frac{\pi}{k} > r_s + h$$

gdzie: k -liczba satelitów, r_j -promień jarzma, r_s - promień koła podziałowego satelity, h -wysokość głowy zęba

Przyjmując zazębienie normalne (niekorygowane $h=m$) warunek sąsiedztwa można wyrazić

$$m \left(\frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{2} \right) \sin \frac{\pi}{k} > m \frac{z_2}{2} + m, \quad (z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2$$

Warunek sprawdzimy dla $k=3$, $k=4$, $k=5$

$$(16 + 23) \sin \frac{\pi}{3} > 23 + 2$$

$$33,8 > 25$$

$$(16 + 23) \sin \frac{\pi}{4} > 23 + 2$$

$$27,57 > 25$$

$$(16 + 23) \sin \frac{\pi}{5} > 23 + 2$$

$$22,92 < 25$$

Warunek sąsiedztwa jest spełniony tylko w dwóch pierwszych przypadkach trzech i czterech satelitów dla pięciu satelitów nie jest spełniony.

Opracował: J. Felis

Warunek montażowy

Warunek ten wyraża możliwość zmontowania przekładni, w której liczba satelitów jest większa niż 1. Istota montażu polega na tym aby po zmontowaniu kół centralnych i pierwszego satelity, możliwe było osadzenie drugiego i trzeciego tak aby zęby kół satelitarnych znalazły się w odpowiednich wrębach kół centralnych.

Na podstawie [7] warunek montażowy dla przekładni na rys. 28 ma postać

$$\frac{z_1 + z_3}{k} = m + n$$

Gdzie: m i n liczby całkowite

Dla przekładni (rys. 27) jest

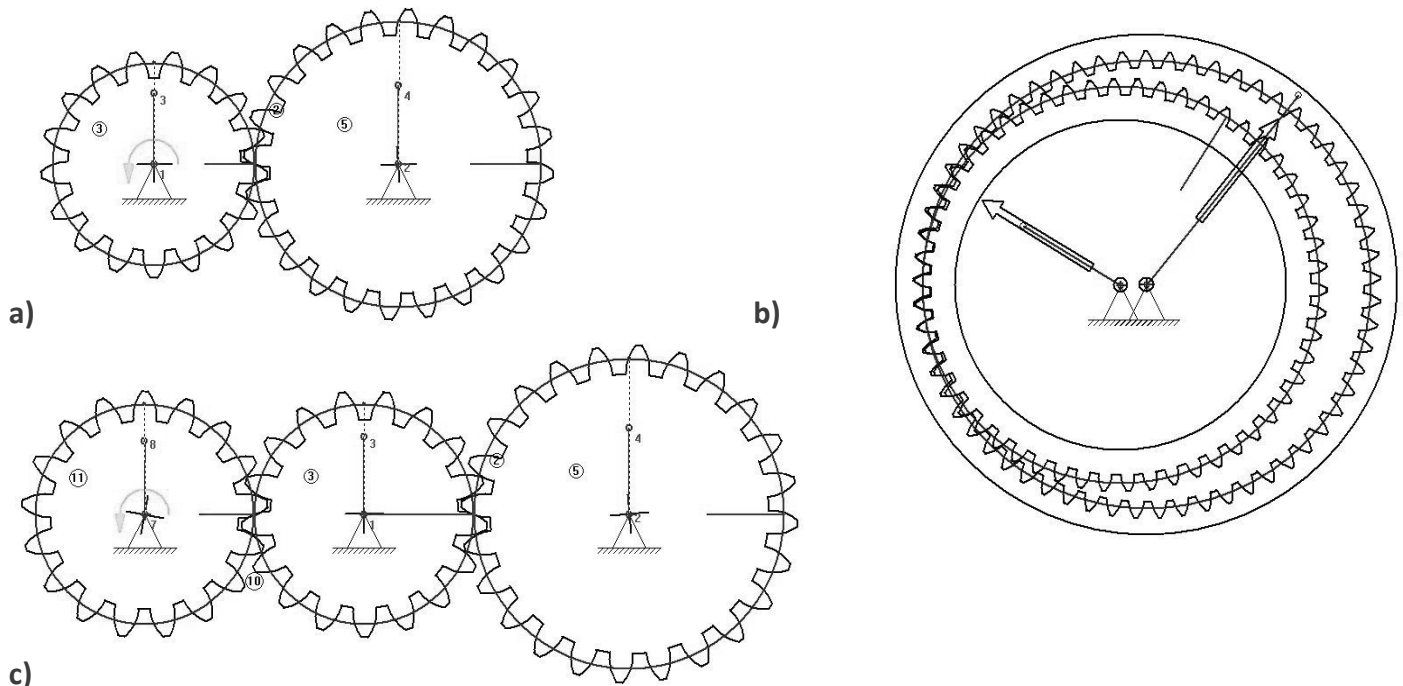
$$\frac{z_1 + z_3}{k} = \frac{16 + 62}{3} = \frac{78}{3} = 26 = m + n$$

Warunek montażowy jest spełniony

Opracował: J. Felis

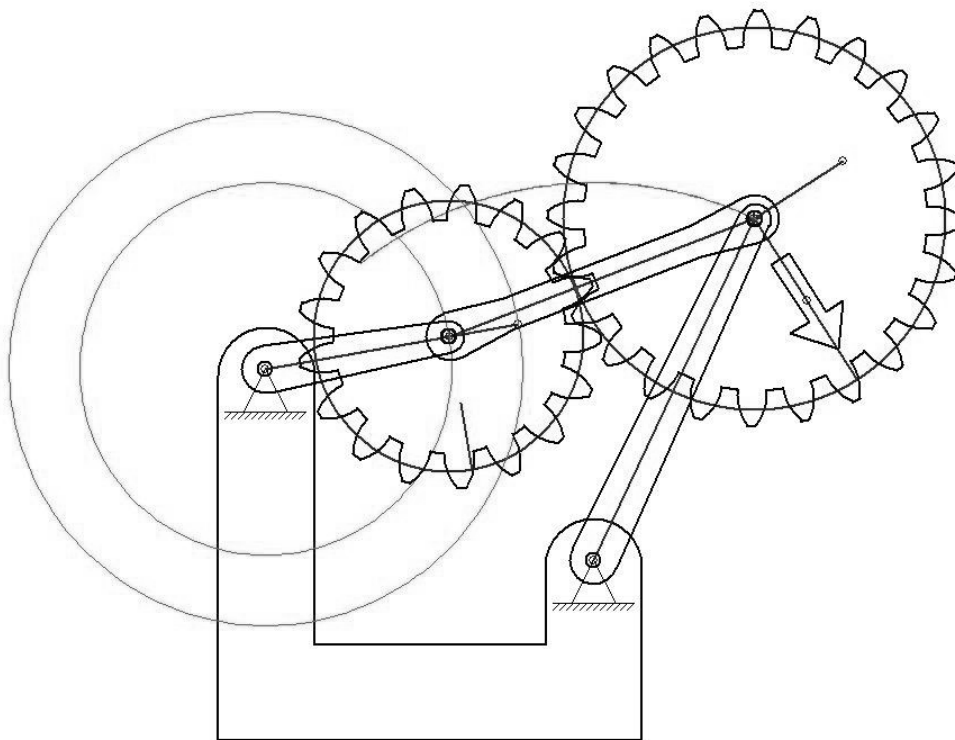
MODELOWANIE PRZEKŁADNI

Modele przekładni zwykłych w programach komputerowych



Rys. 29. Modelowanie przekładni zwykłych w programie SAM: a) przekładnia zwykła szeregową z zazębieniem zewnętrznym, b) przekładnia zwykła szeregową z zazębieniem wewnętrznym, c) przekładnia zwykła z kołem pośrednim

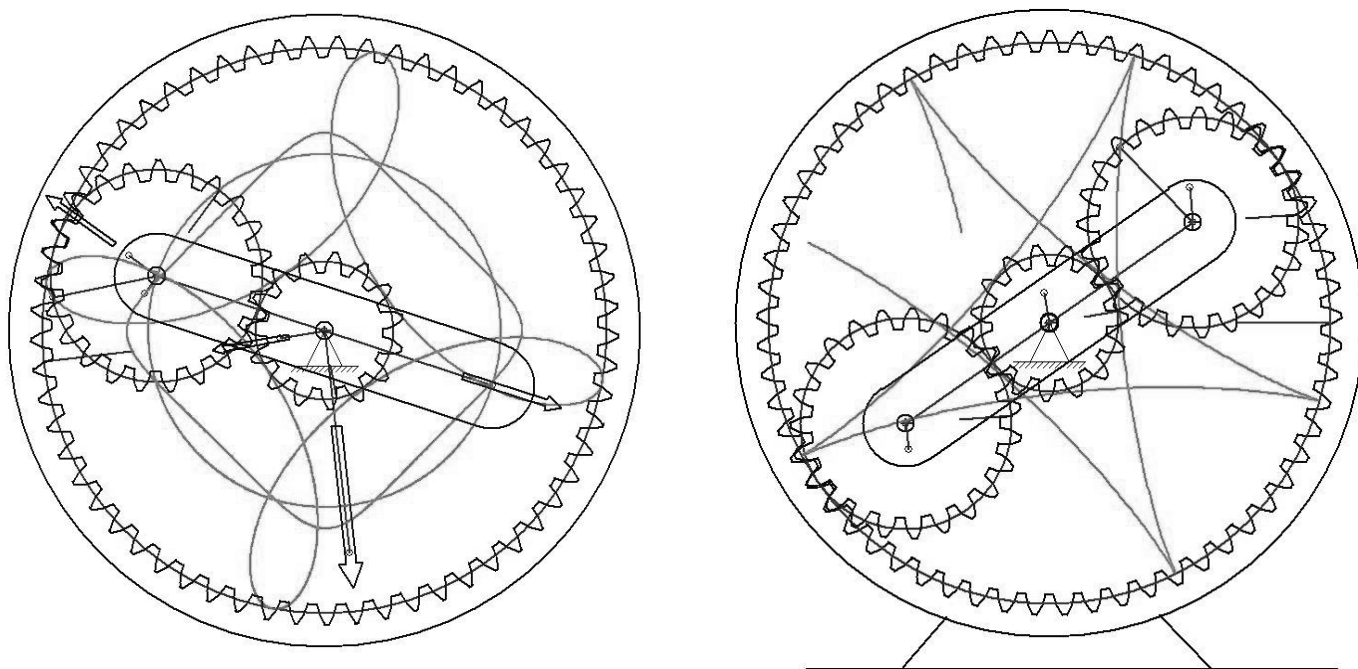
Opracował: J. Felis



Rys. 30. Modelowanie mechanizmu dźwigniowo-zębatego w programie SAM (Model mechanizmu czworoboku zintegrowanego z przekładnią zębatą)

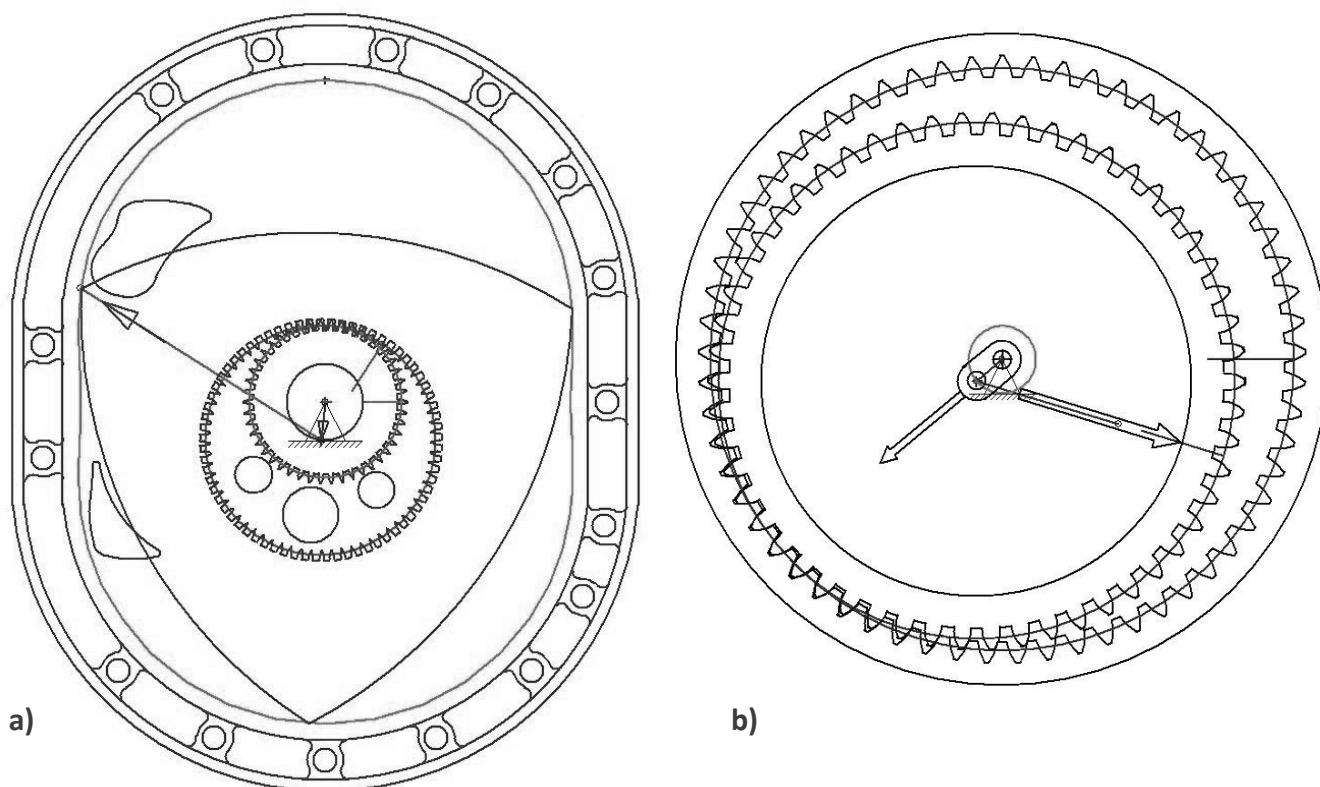
Opracował: J. Felis

Modele przekładni obiegowych w programach komputerowych



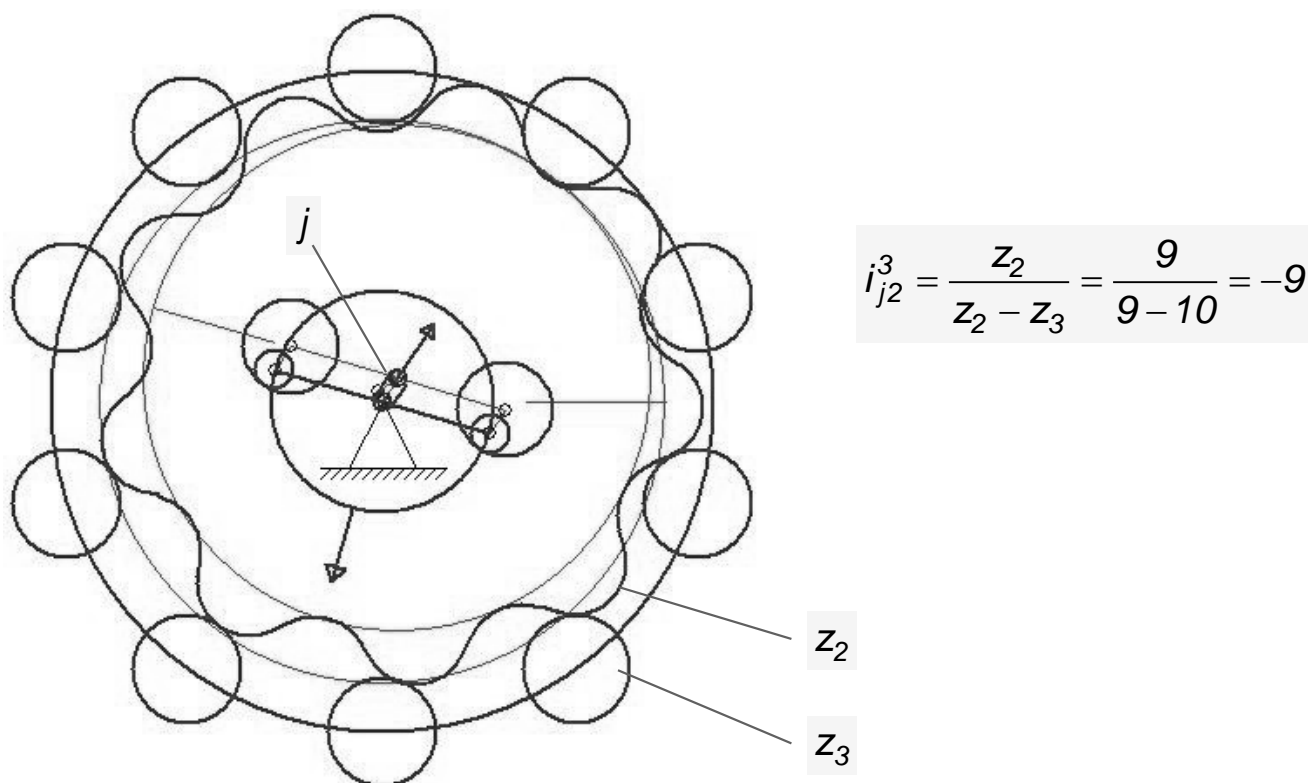
Rys. 31. Modele przekładni obiegowych w programie SAM:
a) mechanizm przekładni o dwóch stopniach swobody, b) przekładnia o jednym stopniu swobody

Opracował: J. Felis



Rys. 32. Modele przekładni obiegowych w programie SAM, w których satelita współpracuje tylko z jednym kołem centralnym: a) członem napędzającym jest satelita a członem napędzanym jest jarzmo (przekładnia w silniku Wankla, b) członem napędzającym jest jarzmo a członem napędzanym jest satelita

Opracował: J. Felis



Rys. 33. Model przekładni cykloidalnej w programie SAM

Opracował: J. Felis

Literatura:

1. Felis J., Jaworowski., Cieślak J.: Teoria Mechanizmów i Maszyn. Część 1. Analiza Mechanizmów. AGH, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 2008.
2. Felis J., Jaworowski H.: Teoria Mechanizmów i Maszyn. Część 2. Przykłady i zadania. AGH, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 2011.
4. Gronowicz A., Miller S.: Mechanizmy, Metody tworzenia zbiorów rozwiązań alternatywnych, Katalog schematów strukturalnych i kinematycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997.
6. Morecki A., Oderfeld J.: Teoria maszyn i mechanizmów. PWN, Warszawa 1987.
7. Miller S.: Układy kinematyczne, Podstawy projektowania, WNT, Warszawa 1988.
8. Olędzki A.: Podstawy Teorii Maszyn i Mechanizmów. WNT, Warszawa 1987.
9. SAM (Simulation and Analysis of Mechanisms), opis programu.
10. Working Model, opis programu.
11. www.mekanizalar.com