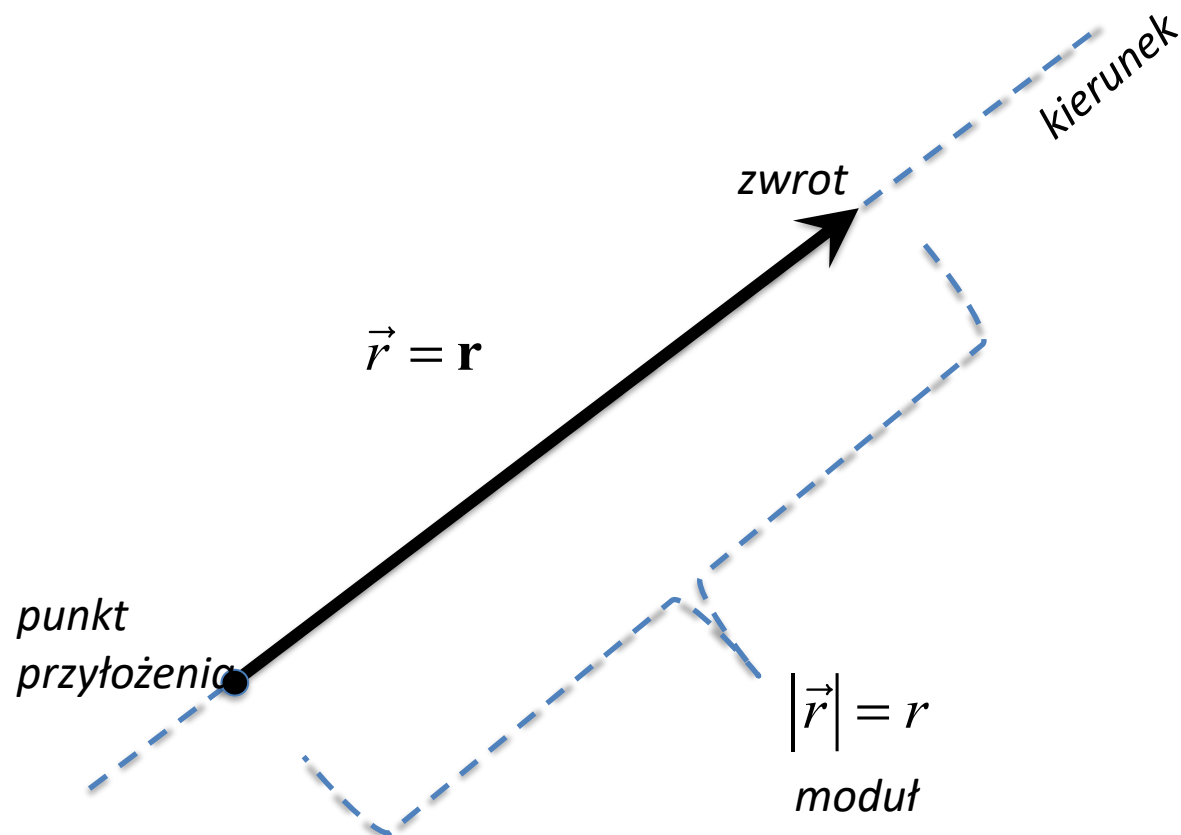
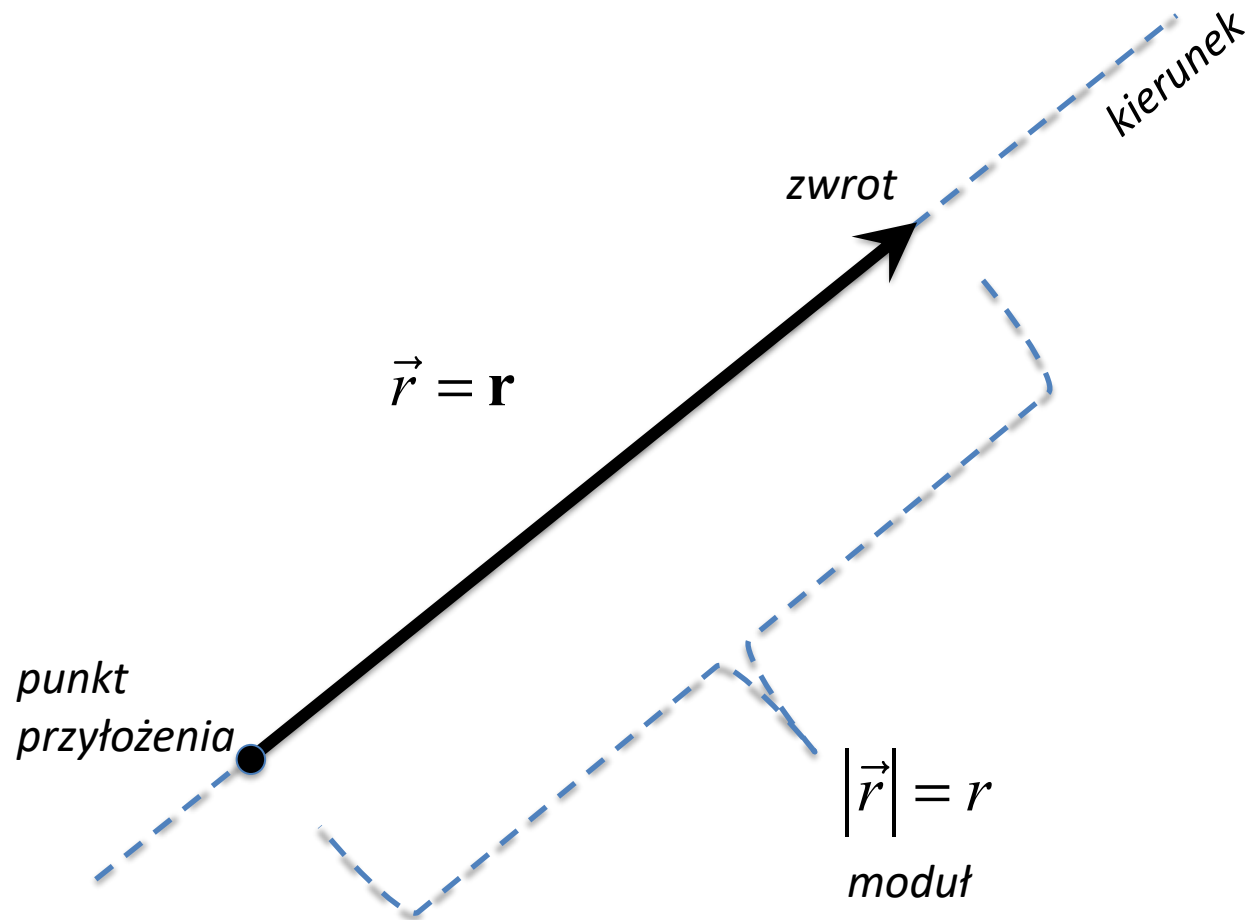


Uzupełnienie: Wektory



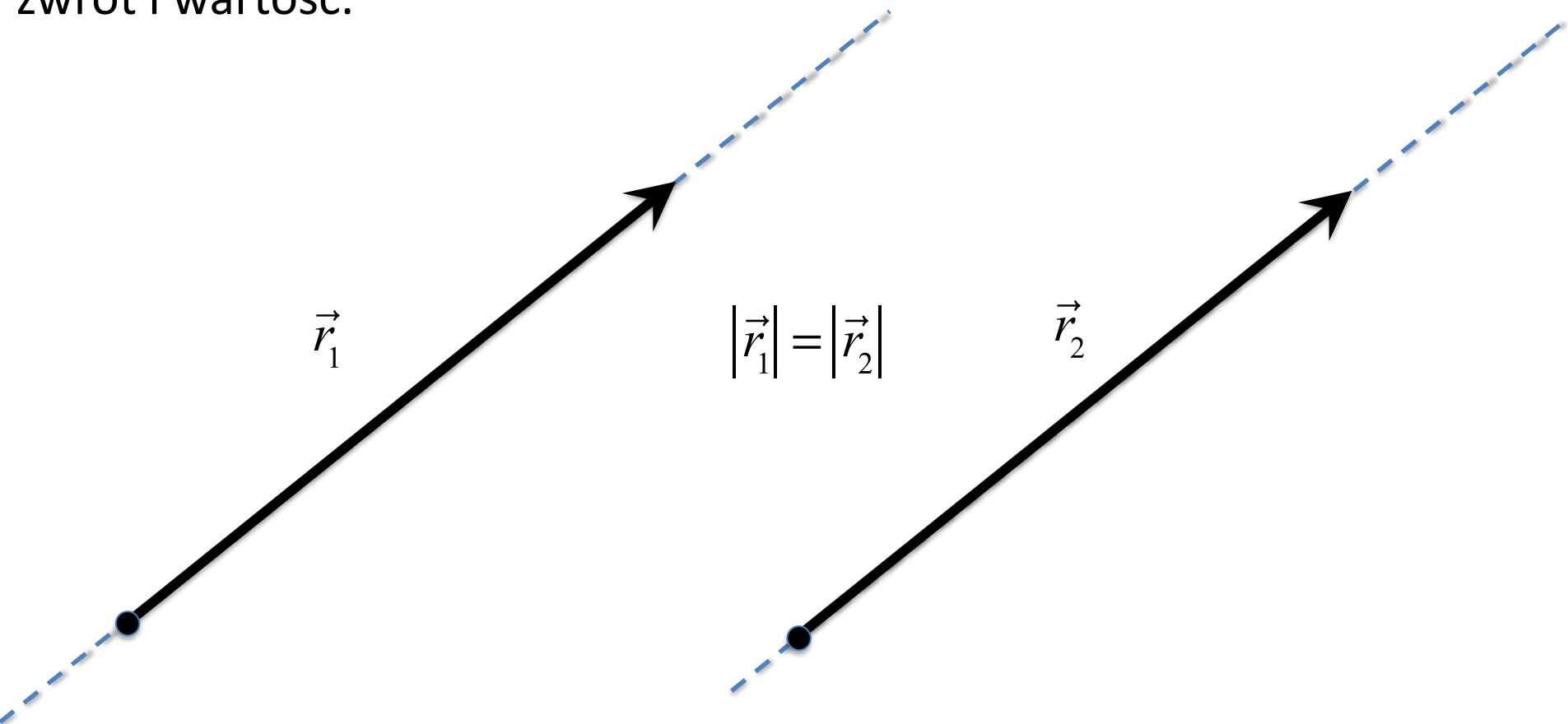
Rachunek wektorowy - podstawy

Wektor – obiekt posiadający *moduł* (wartość, długość),
kierunek i *zwrot*



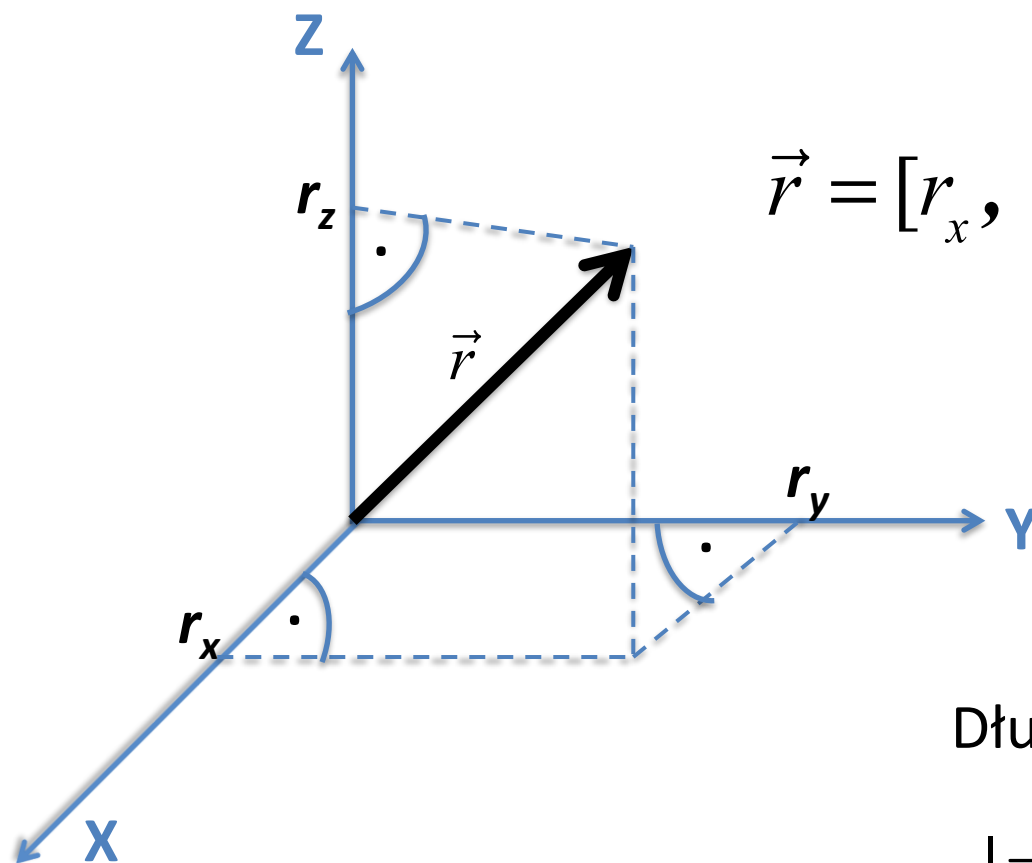
Równość wektorów, $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$

Dwa wektory są równe wtedy i tylko wtedy, gdy mają taki sam kierunek, zwrot i wartość.



Każde równoległe przesunięcie w przestrzeni nie zmienia ani kierunku, ani zwrotu ani modułu.

Wektory w kartezjańskim układzie współrzędnych



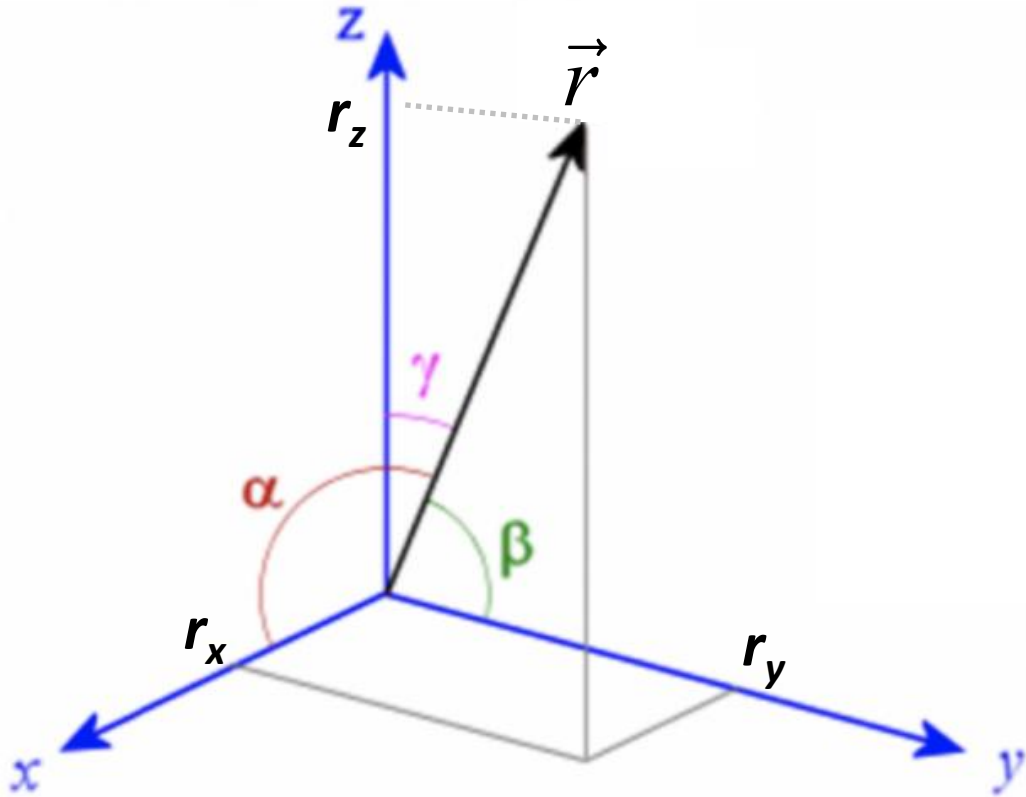
$$\vec{r} = [r_x, r_y, r_z]$$

Długość (moduł) wektora:

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

(udowodnić słuszność wzoru na długość wektora)

Kosinusy kierunkowe

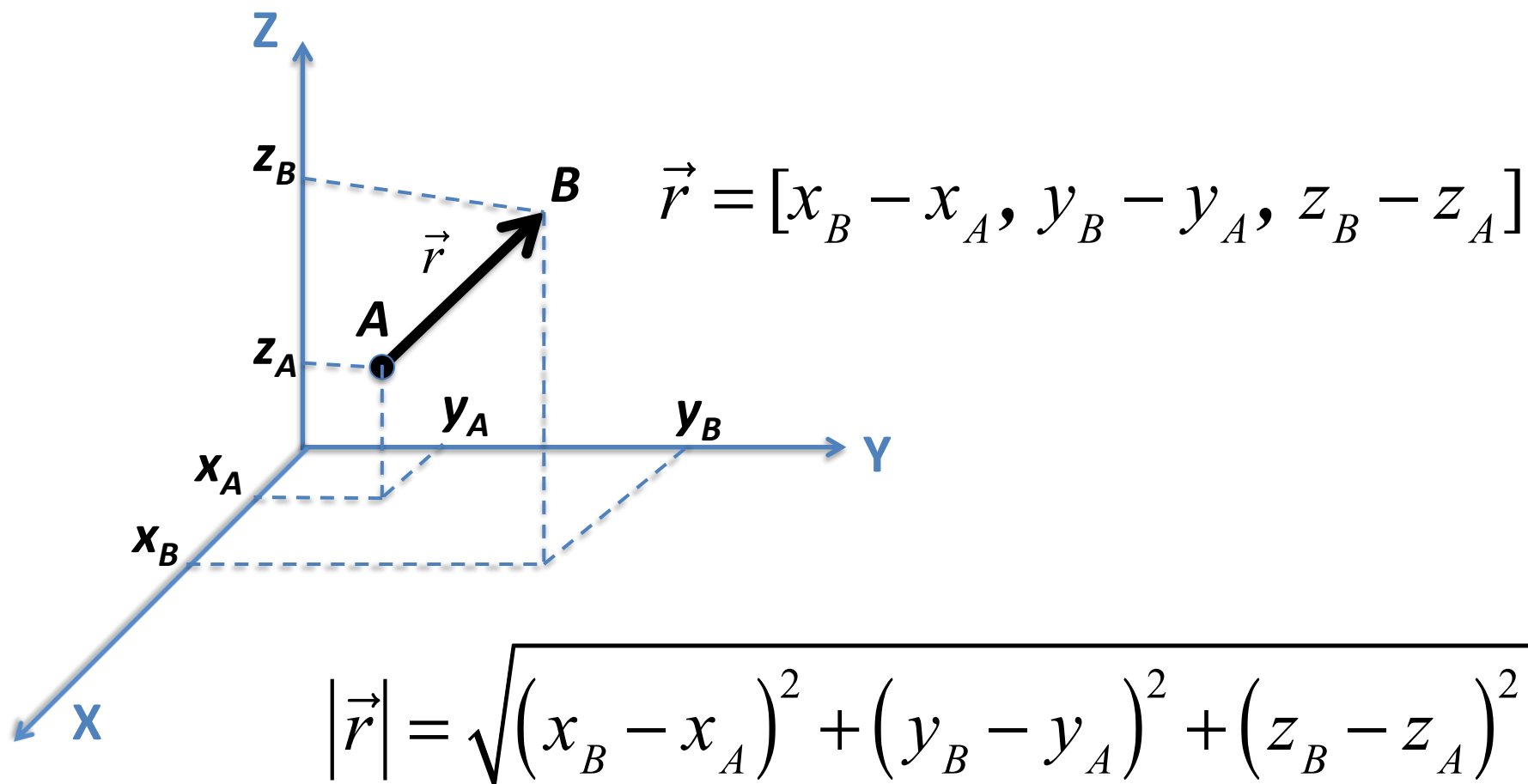


$$\cos \alpha = \frac{r_x}{|\vec{r}|}$$

$$\cos \beta = \frac{r_y}{|\vec{r}|}$$

$$\cos \gamma = \frac{r_z}{|\vec{r}|}$$

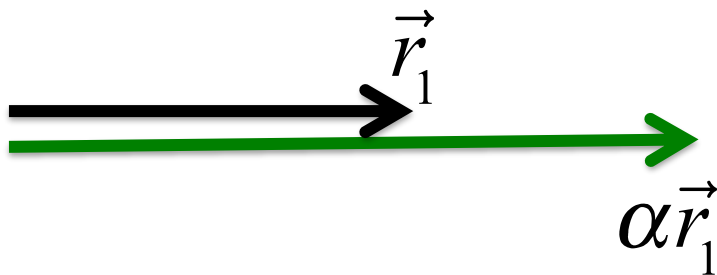
Wektory w kartezjańskim układzie współrzędnych



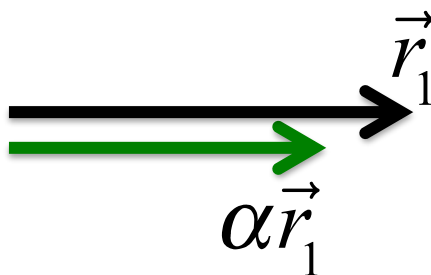
Mnożenie wektora przez skalar

$$\alpha \vec{r}_1 = [\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1] = \alpha x_1 \hat{i} + \alpha y_1 \hat{j} + \alpha z_1 \hat{k}$$

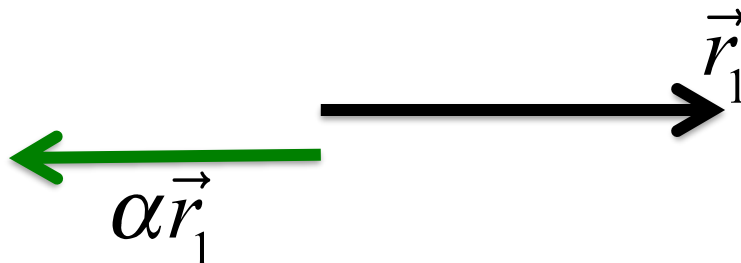
$$a > 1$$



$$0 < a < 1$$



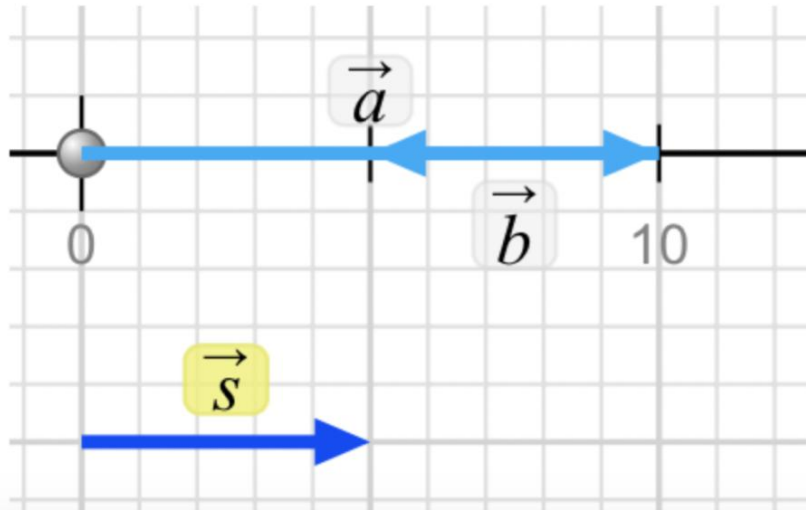
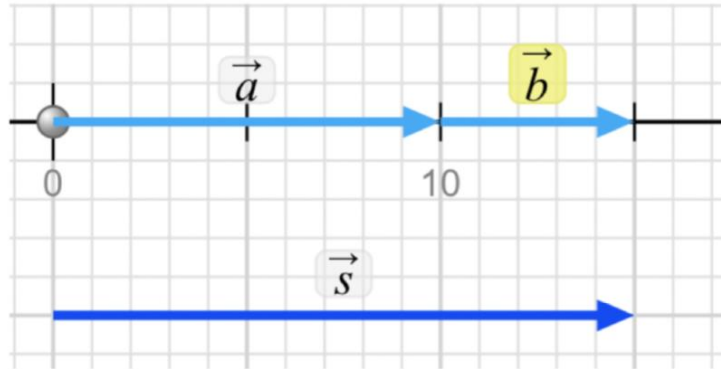
$$a < 0$$



Dodawanie w jednym wymiarze (1D)

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{s}$$

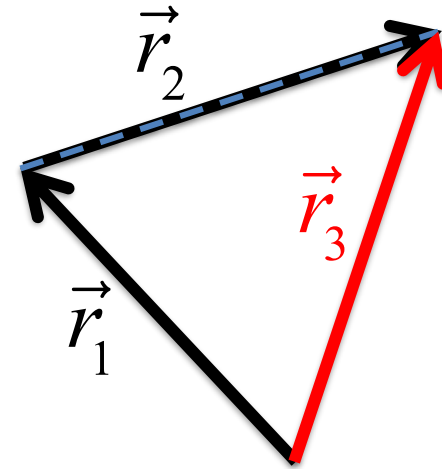
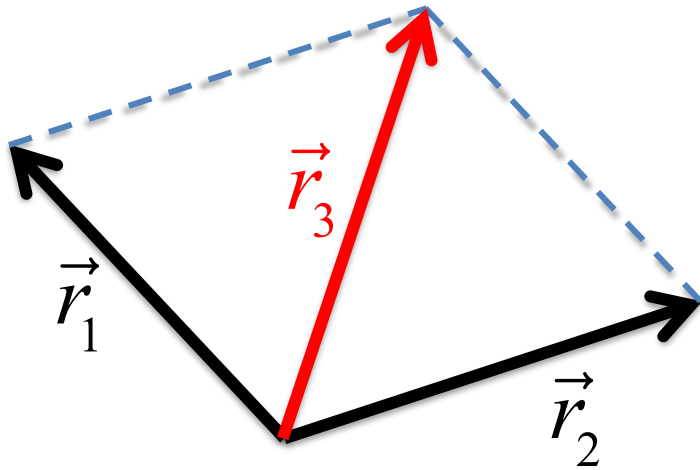
1D:



Dodawanie wektorów(2D i 3D)

(metoda równoległoboku oraz metoda grot-punkt zaczepienia)

$$\vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$



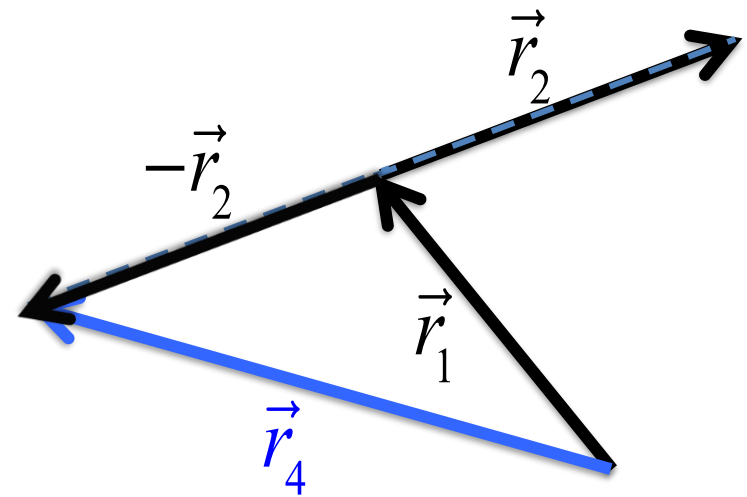
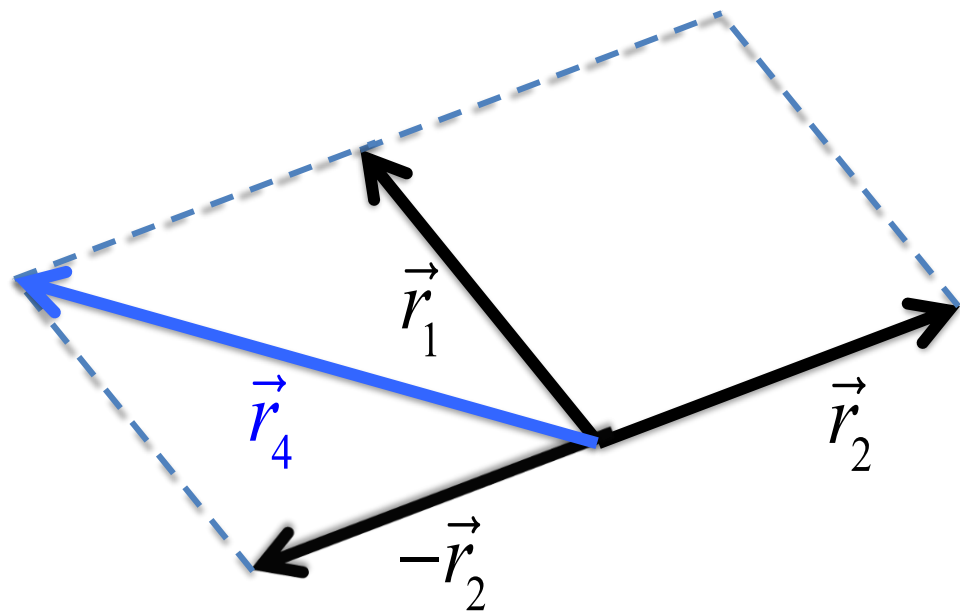
$$\vec{r}_3 = [x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2]$$

Odejmowanie wektorów (2D i 3D)

(metoda równoległoboku oraz metoda grot-punkt zaczepienia)

odejmowanie wektora = dodawanie wektora przeciwnego

$$\vec{r}_4 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + (-\vec{r}_2)$$



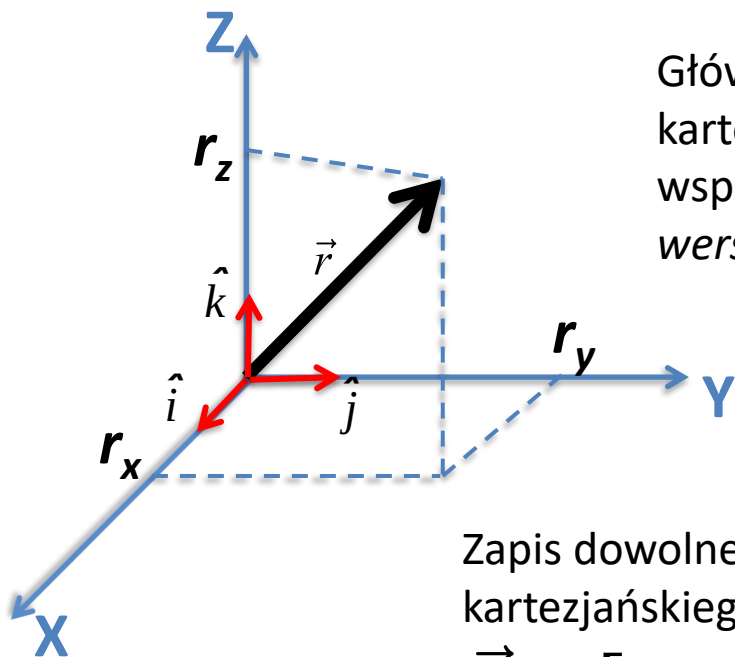
$$\vec{r}_4 = [x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2]$$

Wektor jednostkowy (*wersor*)

$$\hat{e} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \longrightarrow \quad |\hat{e}| = 1$$

(udowodnić, że moduł wersora jest równy jedności)

Wersor służy do określania kierunku i zwrotu w przestrzeni.



Główne kierunki
kartezjańskiego układu
współrzędnych określają trzy
wersory:

$$\hat{i} = \hat{e}_x = [1, 0, 0]$$

$$\hat{j} = \hat{e}_y = [0, 1, 0]$$

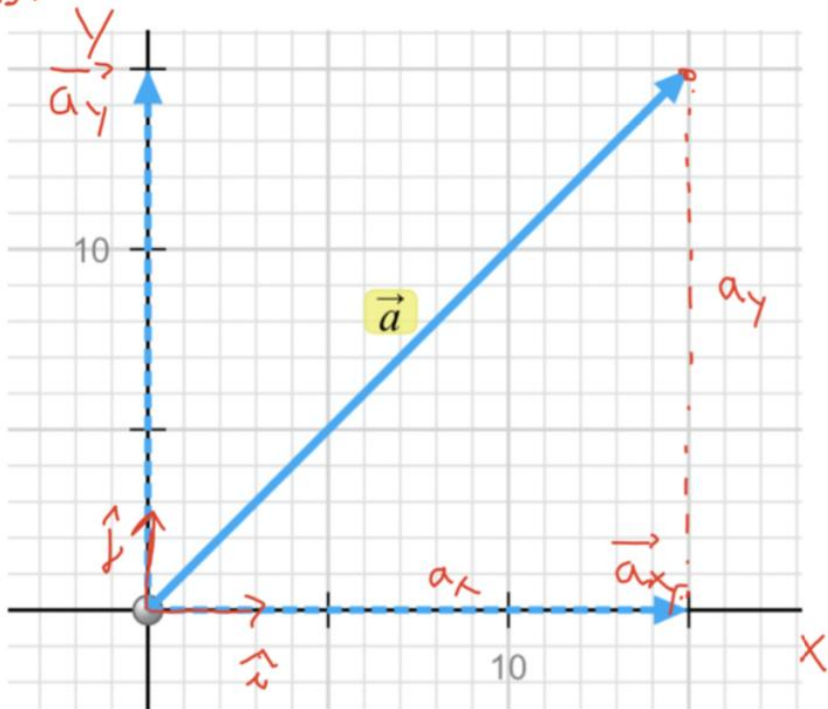
$$\hat{k} = \hat{e}_z = [0, 0, 1]$$

Zapis dowolnego wektora za pomocą wersorów
kartezjańskiego układu współrzędnych:

$$\vec{r} = [r_x, r_y, r_z] = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k}$$

Rozkład wektora na składowe wzdłuż dwóch lub trzech wzajemnie prostopadłych kierunków

2D:



$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

$$\vec{a}_x = a_x \hat{i}$$

$$\vec{a}_y = a_y \hat{j}$$

$$\vec{a} = \underline{a_x} \hat{i} + \underline{a_y} \hat{j} = [a_x, a_y]$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Iloczyn skalarny („dot product”)

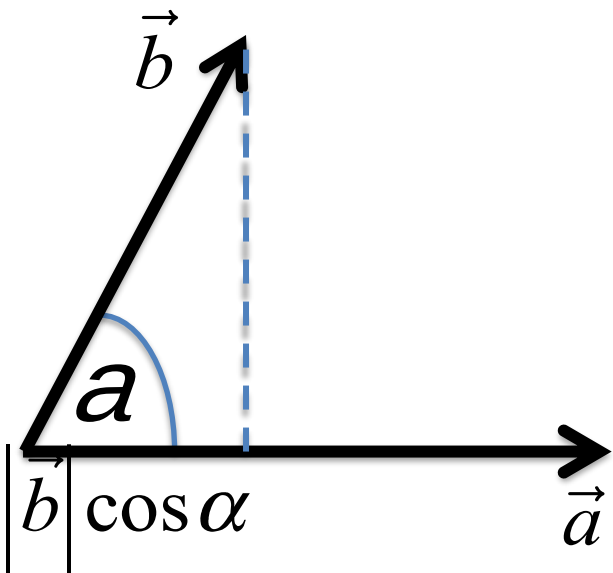
$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$\vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

metoda algebraiczna: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ **wynik jest skłarem !!!!**

metoda geometryczna: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$ **jest przemienny**

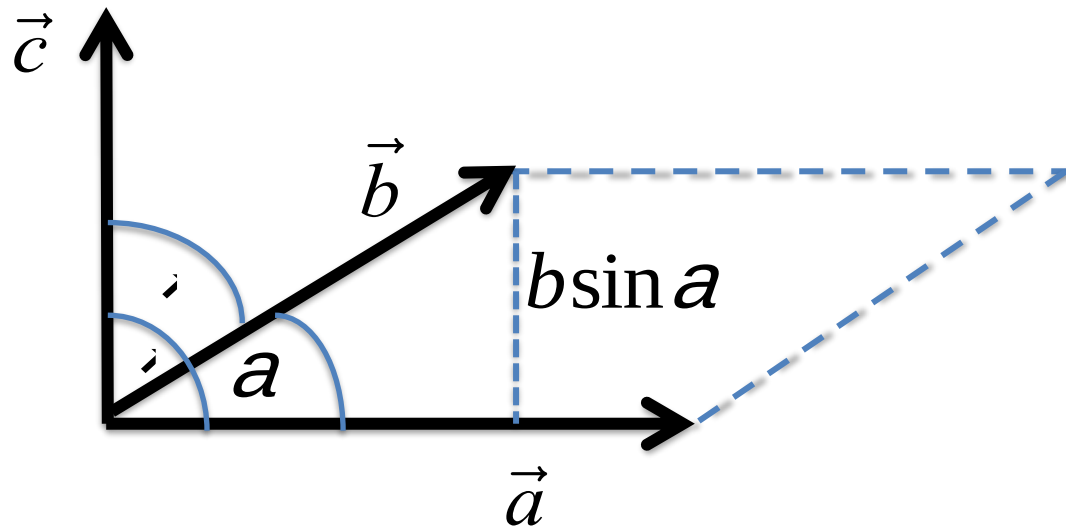


Iloczyn skalarny jest długością rzutu wektora $\vec{b}$ na kierunek wektora $\vec{a}$ pomnożoną przez długość $\vec{a}$ (i na odwrót).

Iloczyn wektorowy („cross product”)

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

wynik jest wektorem prostopadłym do $\vec{a}$ i $\vec{b}$!!!!



metoda geometryczna:

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$

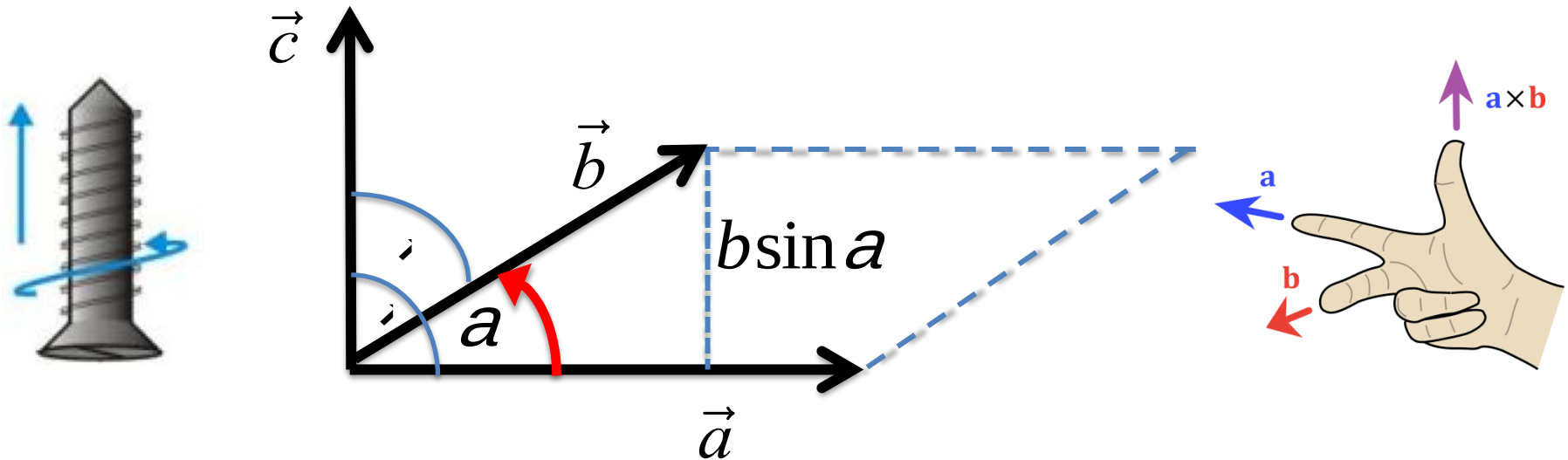
Kiedy iloczyn wektorowy
dwóch wektorów jest równy zeru?

Moduł iloczynu wektorowego jest liczbowo
równy polu równoległoboku zbudowanego
na wektorach $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$

Iloczyn wektorowy („cross product”)

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

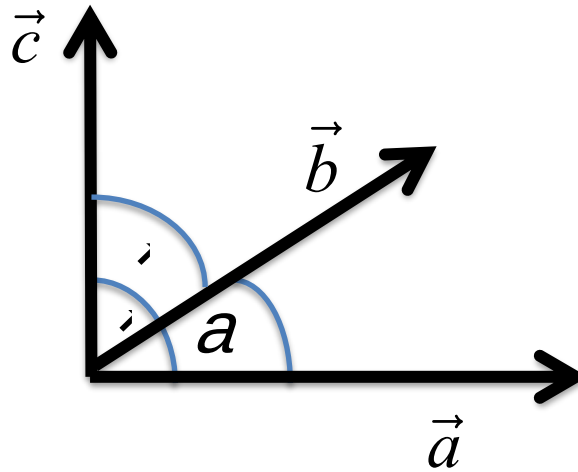
zwrot iloczynu wektorowego określa reguła śruby prawoskrętnej
lub reguła prawej dłoni



iloczyn wektorowy nie jest przemienny!!! $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

Iloczyn wektorowy („cross product”)

metoda algebraiczna:

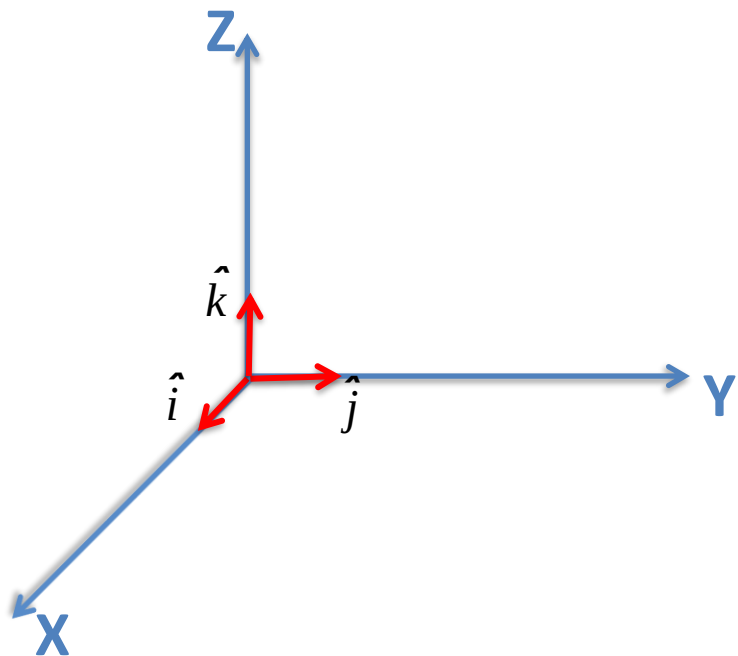


$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$\vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$

Iloczyn wektorowy wersorów kartezjańskiego układu współrzędnych

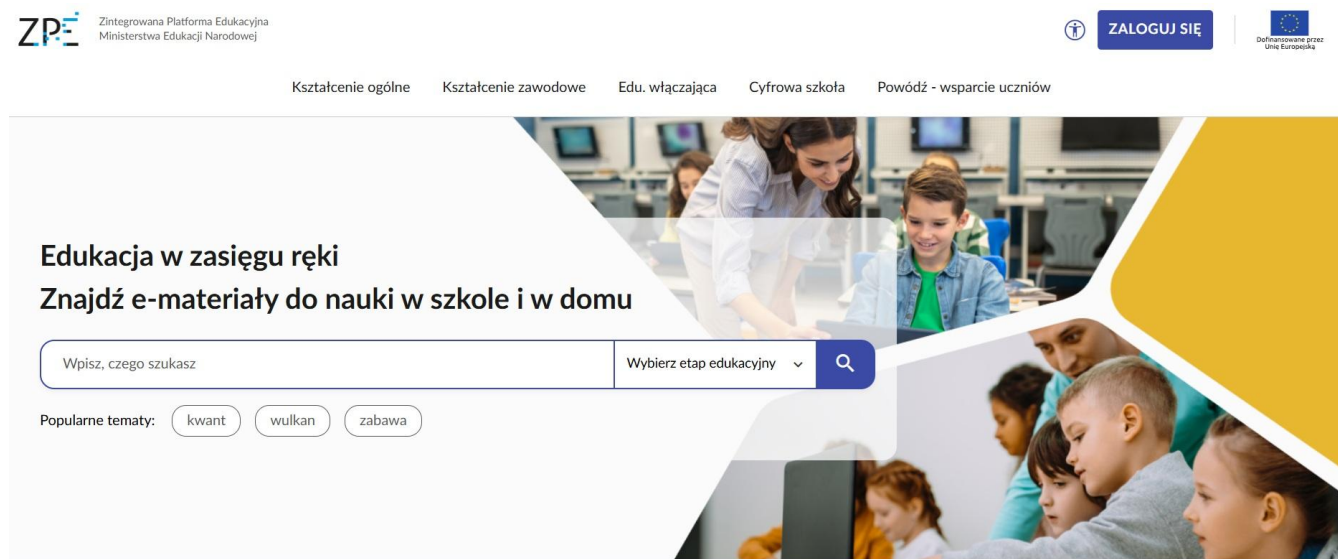


$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

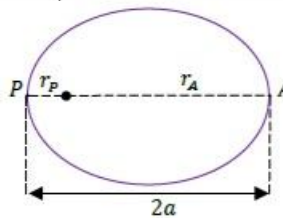
Ćwiczenia – platforma ZPE



- Ruch jednostajny w zadaniach
- Ruch jednostajnie przyspieszony w zadaniach
- Ruch jednostajnie opóźniony w zadaniach

Tematy zajęć – karta wzorów CKE

Uwaga: W poniższym zestawie przedstawiono wybrane wzory oraz stałe fizyczne. Przy każdym wzorze zapisano nazwę wielkości lub prawa albo zjawiska, którego wzór dotyczy. Symboli wszystkich wielkości występujących we wzorach nie opisano – przyjęto dla nich powszechnie używane oznaczenia. Podobnie nie opisano warunków i zakresów stosowalności przedstawionych wzorów. Wartości wielkości wektorowych zapisano bez symbolu wektora.

KINEMATYKA		DYNAMIKA		GRAWITACJA I ELEMENTY ASTRONOMII	
prędkość	$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	pęd	$\vec{p} = m\vec{v}$	prawo powszechnego ciążenia	$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
przyspieszenie	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	II zasada dynamiki (w układzie inercyjnym)	$m\vec{a} = \vec{F}; \quad \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$	natężenie pola grawitacyjnego, przyspieszenie grawitacyjne	$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_g}{m}; \quad \vec{a}_g = \vec{\gamma}$
prędkość kątowna	$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$	wartość momentu pędu punktu materialnego	$L = rp \sin \alpha(\vec{r}, \vec{p})$	energia potencjalna grawitacji	$E_{pot} = -\frac{Gm_1m_2}{r}$
związek między wartościami prędkości kątowej i liniowej	$v = \omega r$	wartość momentu siły	$M = rF \sin \alpha(\vec{r}, \vec{F})$	zmiana energii potencjalnej przy powierzchni Ziemi	$\Delta E_p = mg\Delta h$
związki w ruchu jednostajnym po okręgu	$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{1}{f}$	moment bezwładności	$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$	prędkość na orbicie kołowej	prędkość ucieczki $v_{or} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad v_u = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$
przyspieszenie dośrodkowe	$a_{do} = \frac{v^2}{r} = v\omega = \omega^2 r$	związek między wartościami prędkości kątowej i momentu pędu bryły sztywnej	$L = I\omega$	orbita eliptyczna a – półoś wielka r_p – najmniejsza odległość do centrum r_A – największa odległość do centrum	
przyspieszenie kątowe	$\epsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	II zasada dynamiki ruchu obrotowego (zapis skalarny)	$I\epsilon = M$	II prawo Keplera i zachowanie momentu pędu $\vec{L}$ na orbicie (ΔS – pole zakreślone przez promień wodzący planety)	$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{const}; \quad \vec{L} = \text{const}$
przyspieszenie styczne	$a_{st} = \epsilon r$	praca siły, praca momentu siły	$W_F = F\Delta r \cos \alpha(\vec{F}, \Delta \vec{r})$ $W_M = M\Delta \alpha$	III prawo Keplera (a jest promieniem orbity kołowej lub półosią wielką elipsy)	$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \text{const}$
prędkość w ruchu jednostajnie zmiennym prostoliniowym	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$	moc	$P = \frac{W}{\Delta t}$	prawo Hubble'a	$v = Hd$
droga w ruchu jednostajnie zmiennym prostoliniowym	$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	energia kinetyczna ruchu postępowego	$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$		
		energia kinetyczna ruchu obrotowego	$E_{kin} = \frac{1}{2}I\omega^2$		
SIŁY TARCIA I SIŁA SPRĘŻYSTOŚCI					
siła tarcia kinetycznego	$T_k = \mu_k F_N$				
siła tarcia statycznego	$T_s \leq \mu_s F_N$				
siła sprężystości	$\vec{F}_s = -k\vec{x}$				
energia potencjalna sprężystości	$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2$				

Wykład 2

Ruch po okręgu



Zajrzyjmy na heavens-above.com



Ads by Google

Stop seeing this ad

Why this ad? ▶

Start G12-20 rakiety Falcon 9 z satelitami Starlink 3 marca o 02:24 UT udany. [Sprawdź prognozy przelotów dla twojej lokalizacji.](#)

Konfiguracja

Zaloguj się (opcjonalnie)
Zmień miejsce obserwacji

Satellity

Mapa nieba na żywo
Dynamiczna wizualizacja wszystkich wystrzelonych ostatnio obiektów Starlink
ISS - interaktywna wizualizacja 3D
Dziesięciodniowa prognoza dla szczególnie interesujących satelitów:
ISS (Międzynarodowa Stacja Kosmiczna)
Chińska Stacja Kosmiczna Tiangong
Przeloty satelitów Starlink według numeru startu
Drugi stopień rakiety Ariane 6 (ULPM) **NEW!**
Zagiel słoneczny ACS3
BlueWalker 3
Satelita Północnokoreański
Teleskop Kosmiczny Hubble'a (HST)
Envisat
Prognoza dzienna dla jaśniejszych satelitów
Baza danych satelitów
Satellity radioamatorskie - wszystkie przeloty
Wysokość ISS

Misje Poza Orbitę Ziemi

Pojazdy kosmiczne opuszczające Układ Słoneczny
Interaktywna animacja trajektorii roadstera Tesla
Celestis Enterprise **NEW!**

Astronomia

Zaćmienia Słońca
Interaktywna mapa nieba
Mapa nieba
Słońce
Księżyc
Planety
Mapa Układu Słonecznego
Komety
Planetoidy
Gwiazdozbiory

Różne

Pobierz naszą aplikację na Androida
[Pobierz naszą aplikację na Androida](#)

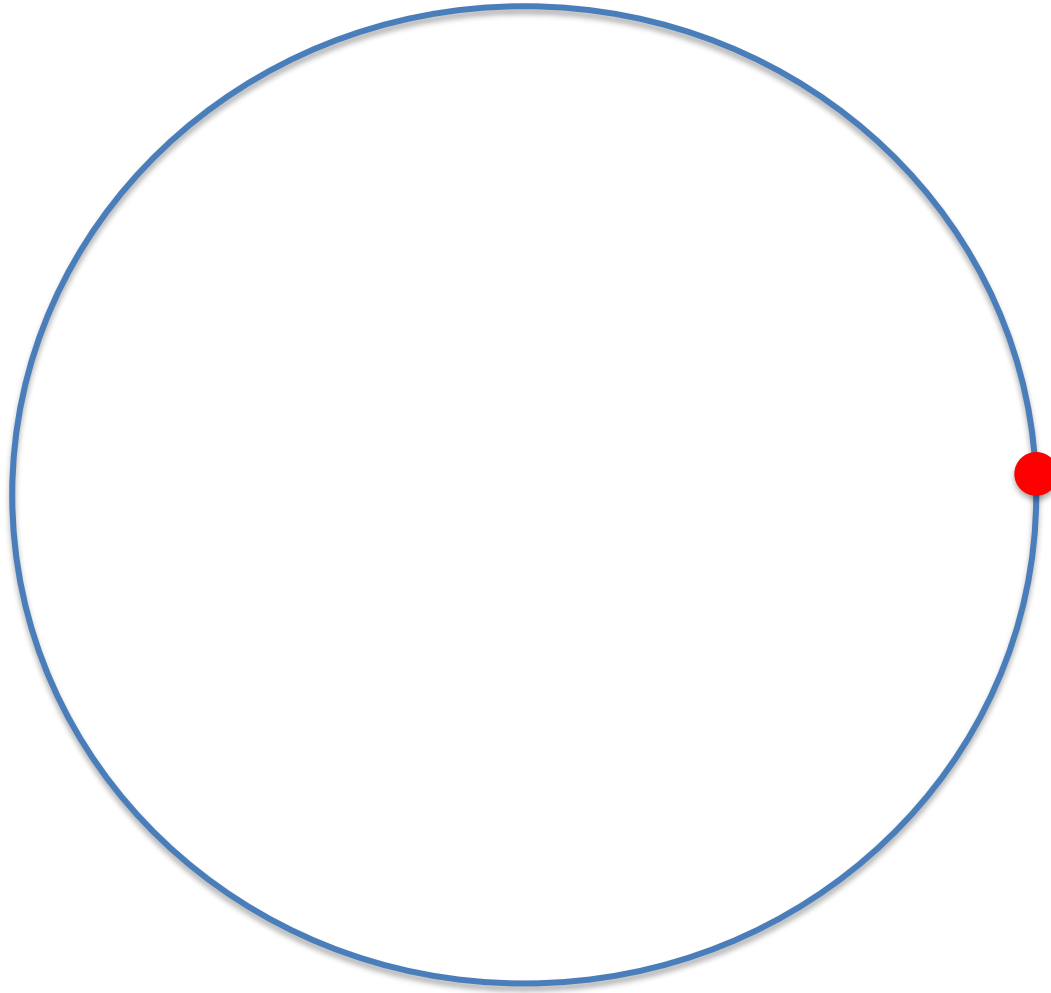


Obecne położenie ISS

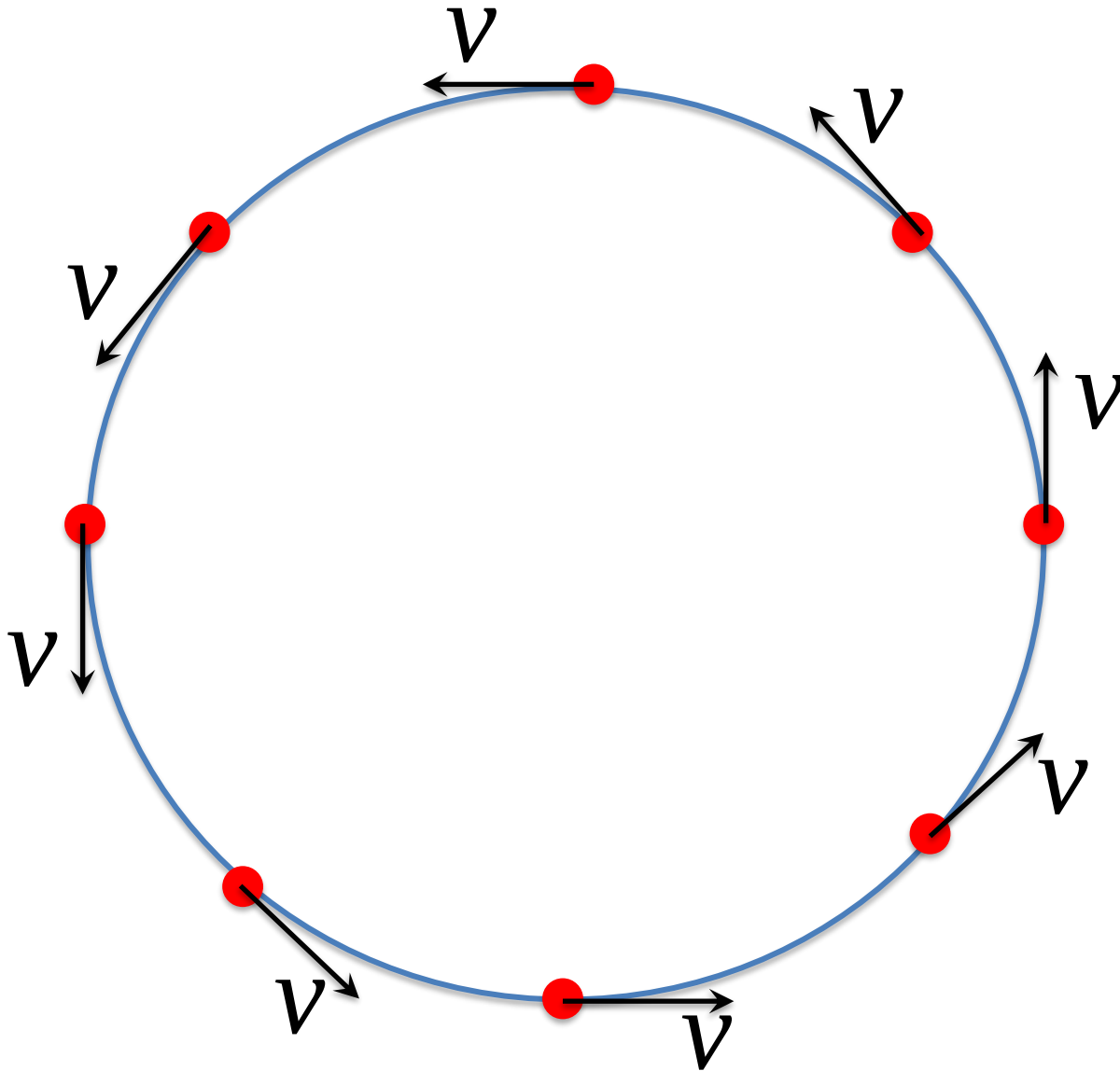


Gdzie znajdzie się ISS
za 45/90 minut?

Ruch jednostajny po okręgu

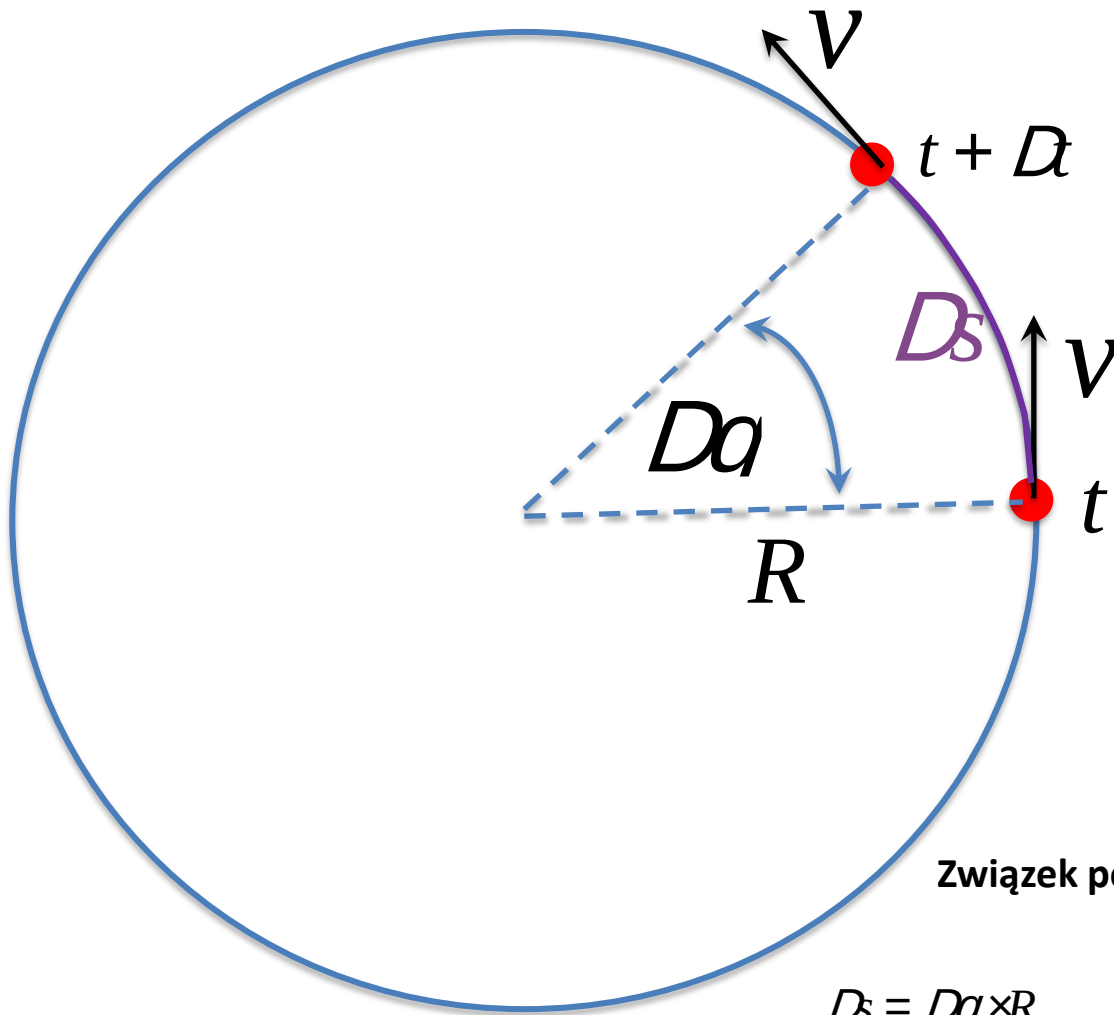


Ruch jednostajny po okręgu



W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości nie ulega zmianie.

Podstawowe wielkości opisujące ruch jednostajny po okręgu



Okres: $T = \frac{2\pi R}{v}$

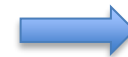
Częstotliwość: $f = \frac{1}{T}$

Prędkość kąтова: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Związek pomiędzy prędkością liniową v i kątową ω :

$$\Delta s = \Delta\varphi \times R$$

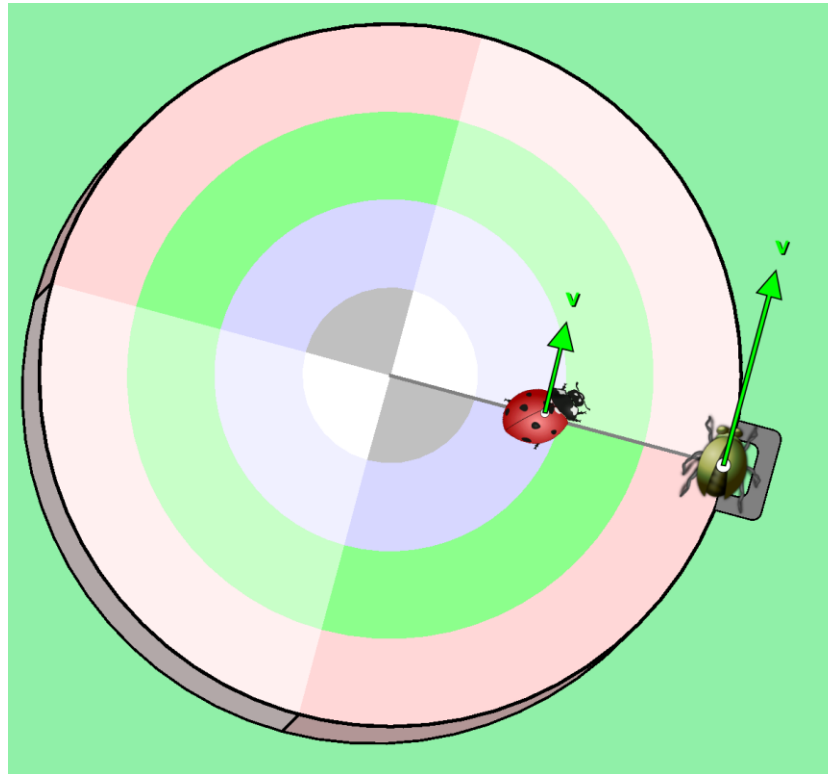
$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \frac{1}{R}$$



$$v = \omega R$$

Dlaczego wielkości kątowe ($\Delta\theta$, ω) są bardziej wygodne w opisie ruchu po okręgu niż wielkości liniowe (Δs , v)?

- Prędkość kątowna ω oraz zakreślany kąt $\Delta\theta$ są niezależne od odległości od środka okręgu.
- Prędkość liniowa v oraz droga Δs jaką przebywa ciało rośnie z odległością od środka okręgu.



Podstawowe wielkości opisujące ruch jednostajny po okręgu

Wirnik pralki, $R = 30\text{ cm}$, 1200 rpm (rotations per minutes)



Dla punktów na obwodzie wirnika znaleźć:

$$f = ?, \quad T = ?, \quad \omega = ?, \quad v = ?$$

PRÁKLA:

$$R = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

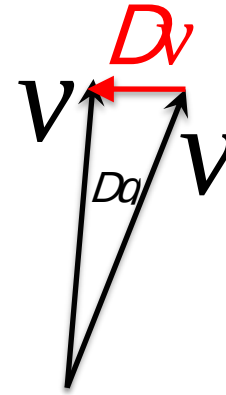
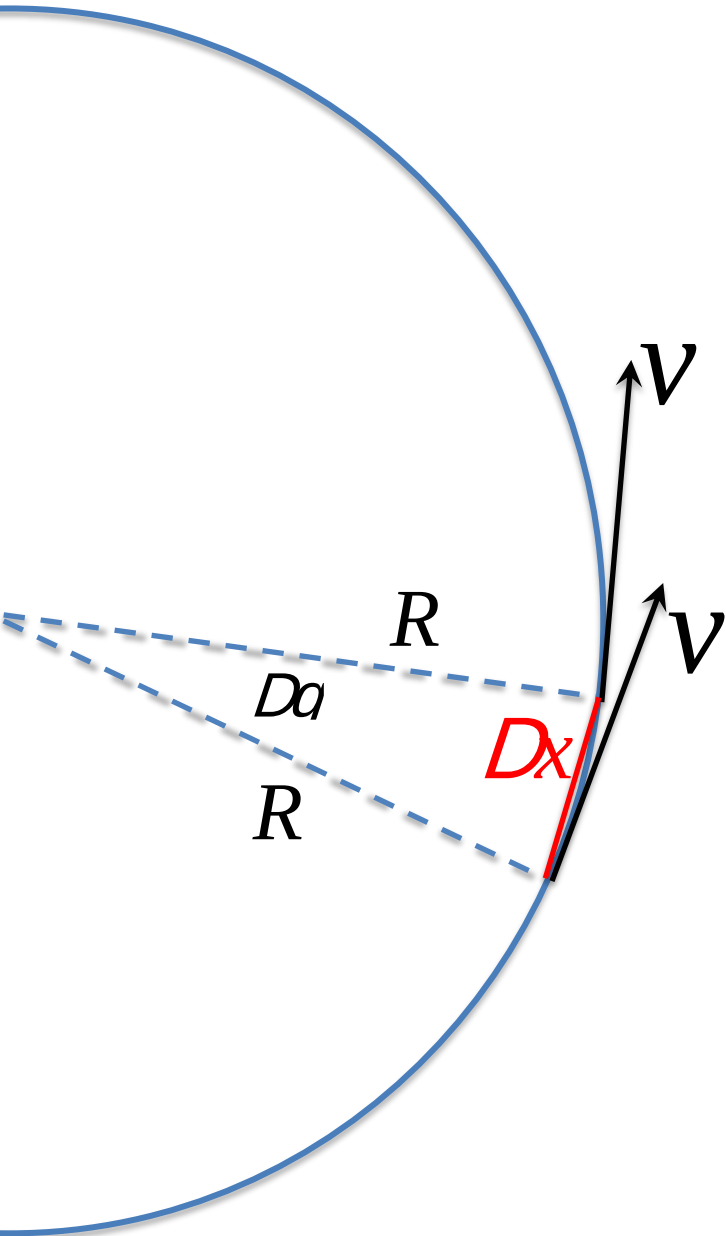
$$f = 1200 \text{ rpm} = 1200 \frac{1}{\text{min}} = 1200 \frac{1}{60 \text{ s}} = 20 \frac{1}{\text{s}} = 20 \text{ Hz} \quad (20 \text{ obr./s})$$

$$T = \frac{1}{f} = 0.05 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.05 \text{ s}} = 125.67 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 7200 \frac{\text{steps}}{\text{s}} = 20 \times 360^\circ$$

$$\boxed{v = \omega R} = 125.67 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0.3 \text{ m} = \underline{\underline{37.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \quad (150 \text{ m w cirkulaci s})$$

Czy w ruchu jednostajnym po okręgu występuje przyspieszenie?



Z podobieństwa trójkątów mamy: $\frac{Dx}{R} = \frac{Dv}{v}$

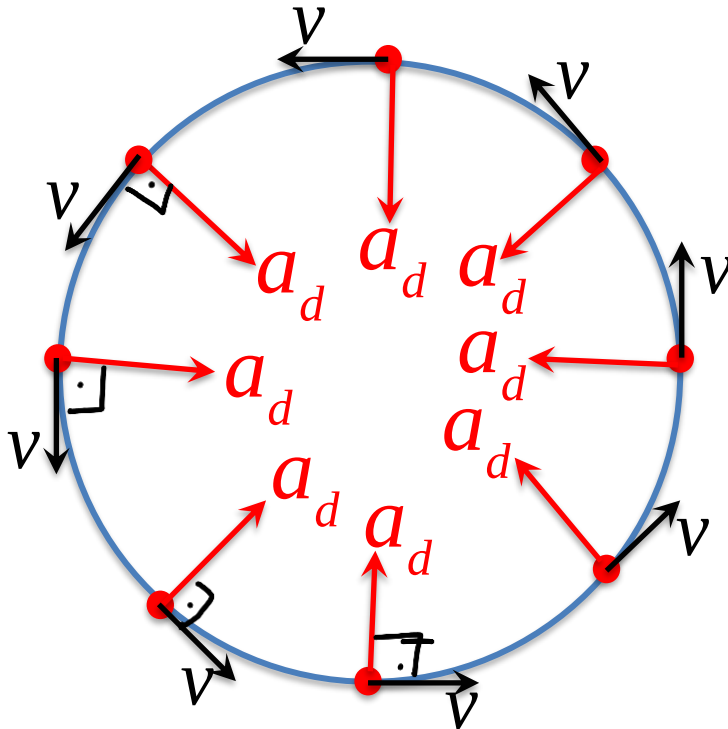
Przyspieszenie: $a_d = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Dv}{\Delta t}$

$$a_d = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Dx}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

Przyspieszenie dośrodkowe

$$v = \omega R$$

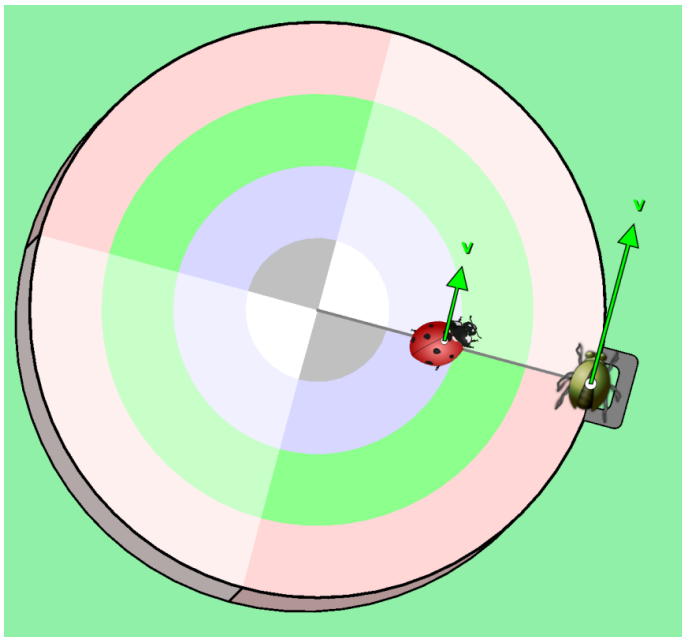
$$a_d = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$



Przyspieszenie dośrodkowe jest zawsze prostopadłe do prędkości i skierowane jest do środka okręgu. Kierunek i zwrot tego przyspieszenia informują o zmianie kierunku prędkości, gdy ciało przechodzi z punktu do punktu. Wartość przyspieszenia dośrodkowego określa tempo zmian kierunku prędkości.

Kto doznaje większego przyspieszenia dośrodkowego w przedstawionym ruchu, biedronka czy żuk?

$$a_d = \frac{v^2}{R}$$



W przedstawionym przypadku przyspieszenie dośrodkowe rośnie z odległością R ;

- im dalej od środka, tym większa prędkość liniowa v
- prędkość kątowa ω jest stała

Większego przyspieszenia doznaje żuk!

Czy w ruchu prostoliniowym występuje przyspieszenie dośrodkowe?

Nie – bo prędkość nie zmienia kierunku!

$$a_d = \frac{v^2}{R}$$

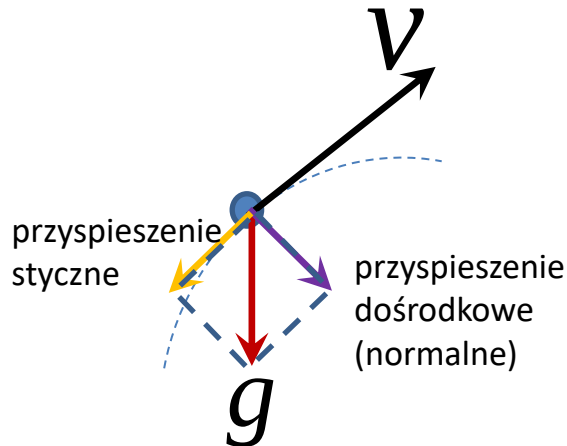


Dla linii prostej promień krzywizny toru $R \rightarrow \infty$, czyli $a_d \rightarrow 0$.

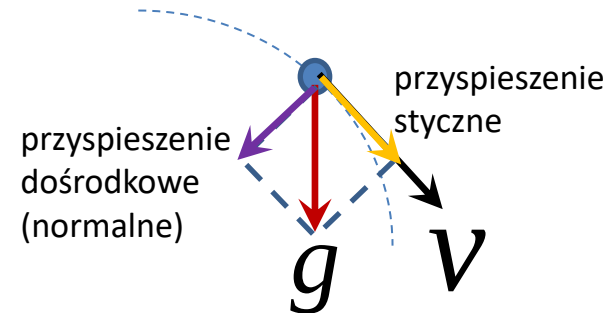
Przyspieszenie dośrodkowe występuje w każdym ruchu krzywoliniowym – nie tylko w ruchu po okręgu.

rzut ukośny

ciało wznosi się



ciało opada



Przyspieszenie styczne opisuje tempo zmian wartości prędkości!

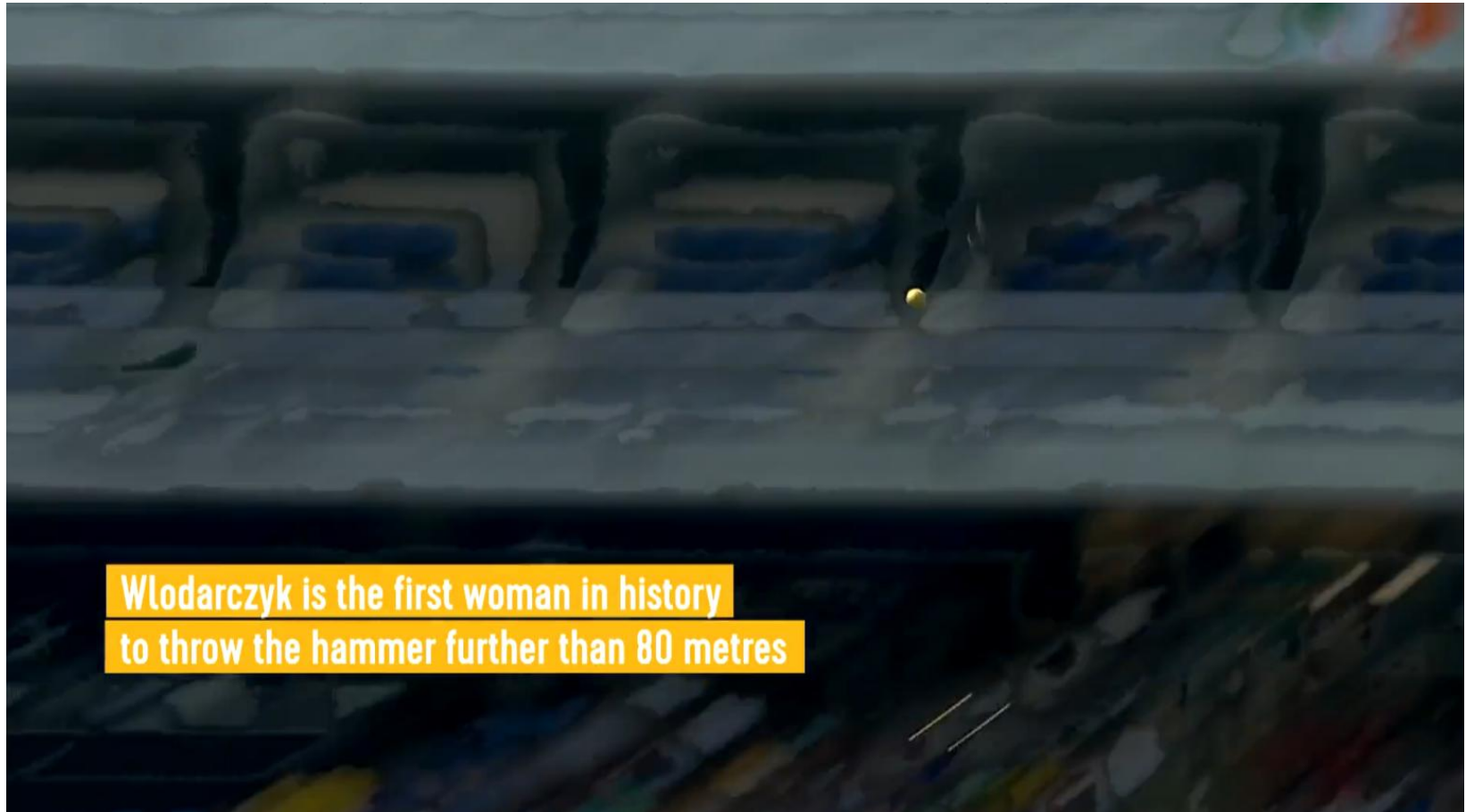
Przyspieszenie dośrodkowe opisuje tempo zmian kierunku prędkości!

Rzut młotem - połączenie ruchu po okręgu z rzutem ukośnym

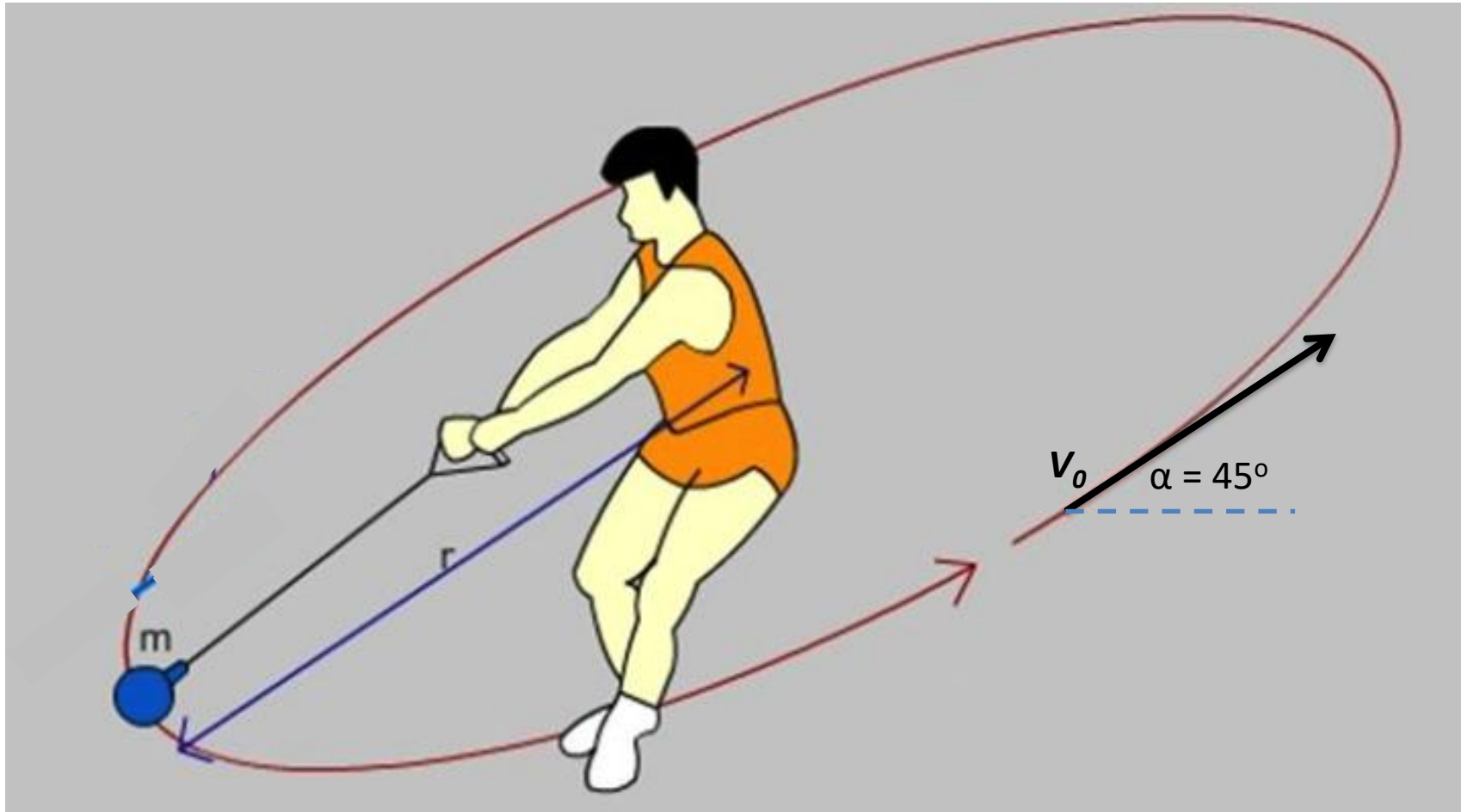


<https://www.youtube.com/watch?v=K1Plu8lxvoY&feature=youtu.be>

Jaką prędkość początkową nadała Anita młotowi bijąc rekord świata?
Ile wynosiło przyspieszenie dośrodkowe w momencie wypuszczenia młota z rąk?



<https://www.youtube.com/watch?v=NHCCxbftb38>



- Długość linki (1.20m) + długość ramion zawodnika (ok. 0.6m) dają promień obrotu $R \approx 1.8\text{m}$;
- Załóżmy, że młot zostaje wypuszczony tuż nad ziemią;
- Rekord świata kobiet w rzucie młotem wynosi $x_{\text{WR}} = 82.29\text{ m}$;
- Rzut został oddany niemal pod kątem $\alpha \approx 45^\circ$;
- Prędkość początkowa oraz przyspieszenie dośrodkowe w chwili wypuszczenia młota wynoszą:....

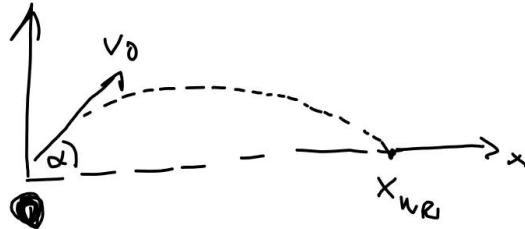
ok. 102 km/h oraz ok. 448 m/s^2 , czyli ponad 49 razy więcej niż g

$$R = 1.8 \text{ m}$$

$$x_{we} = 82.29 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



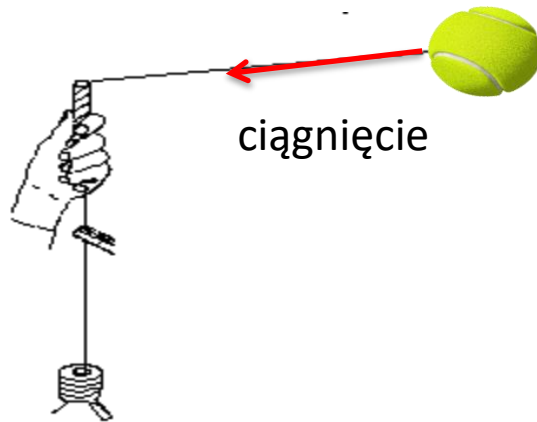
$$x_{we} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{x_{we} \cdot g}{\sin 2\alpha}} \cong 28.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 102 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Wirdok z Gory :

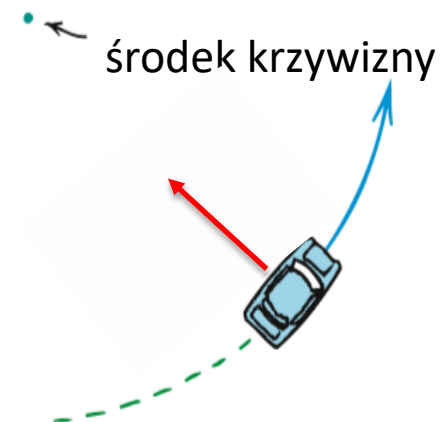
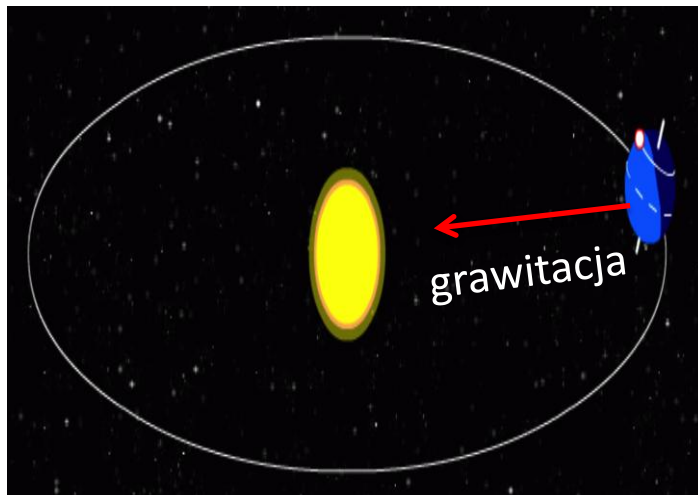


$$a_d = \frac{v_0^2}{R} = 448 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \gg g$$

Co zmusza ciała do ruchu po okręgu?

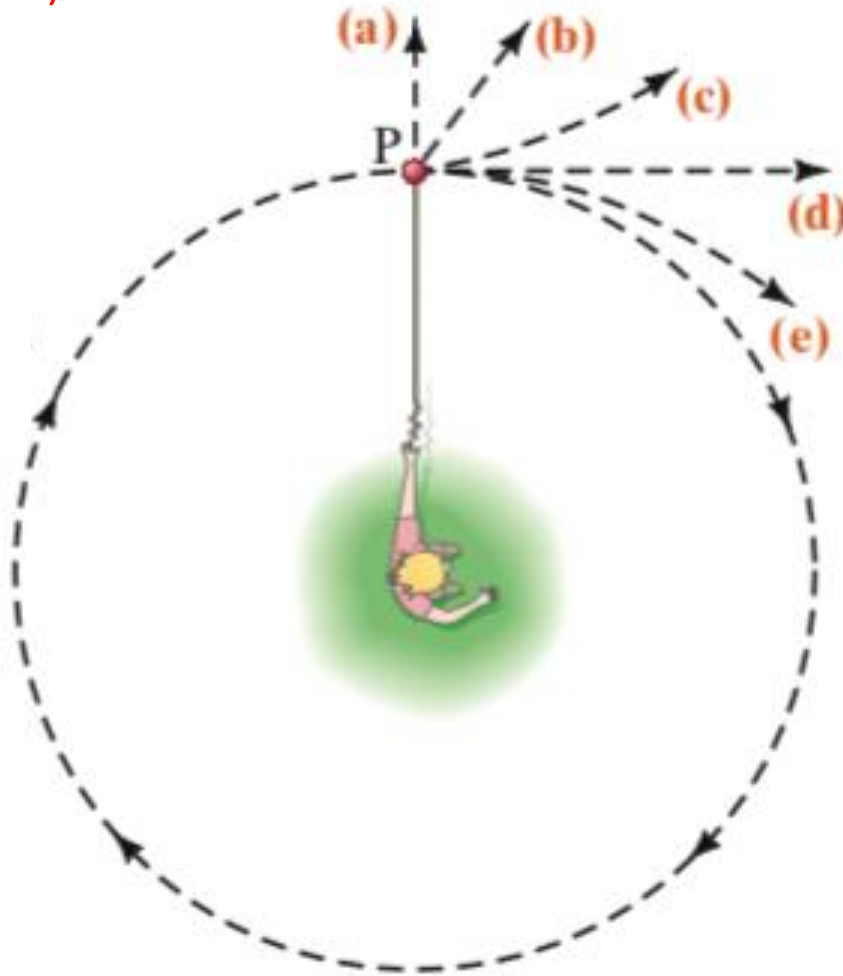


**SĄ TO ODDZIAŁYWANIA DOŚRODKOWE - ZAWSZE SKIEROWANE DO ŚRODKA OKRĘGU!
SIŁY DOŚRODKOWE TO RELANE SIŁY MIĘDZY CIAŁAMI – ZAWSZE WYSTĘPUJĄ GDY CIAŁO
PORUSZA SIĘ PO OKRĘGU !**

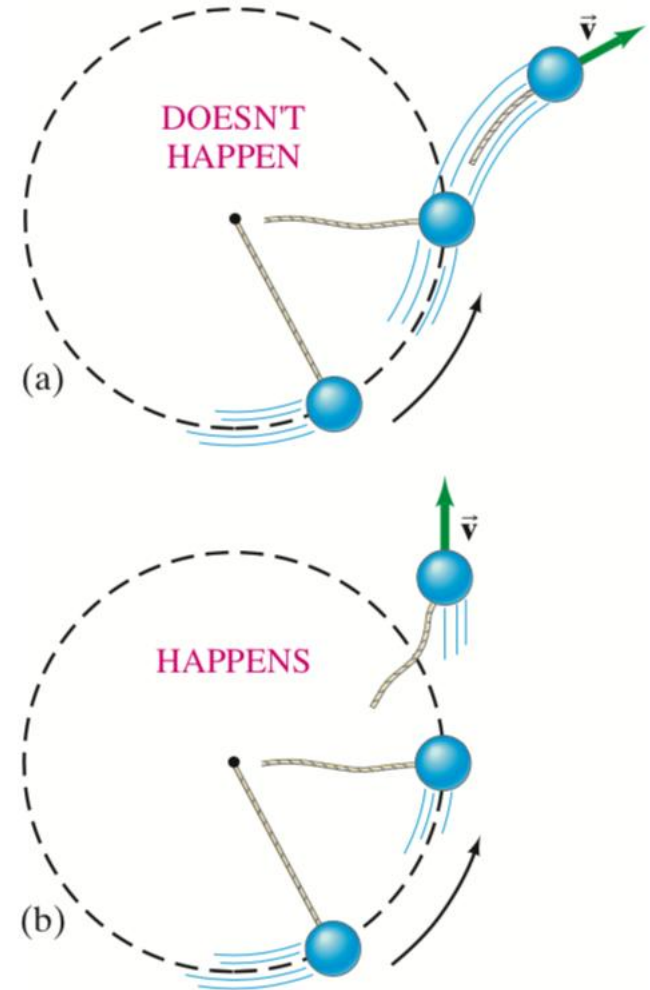


Jaką ścieżką podaży ciało w momencie, gdy linka pęknie?

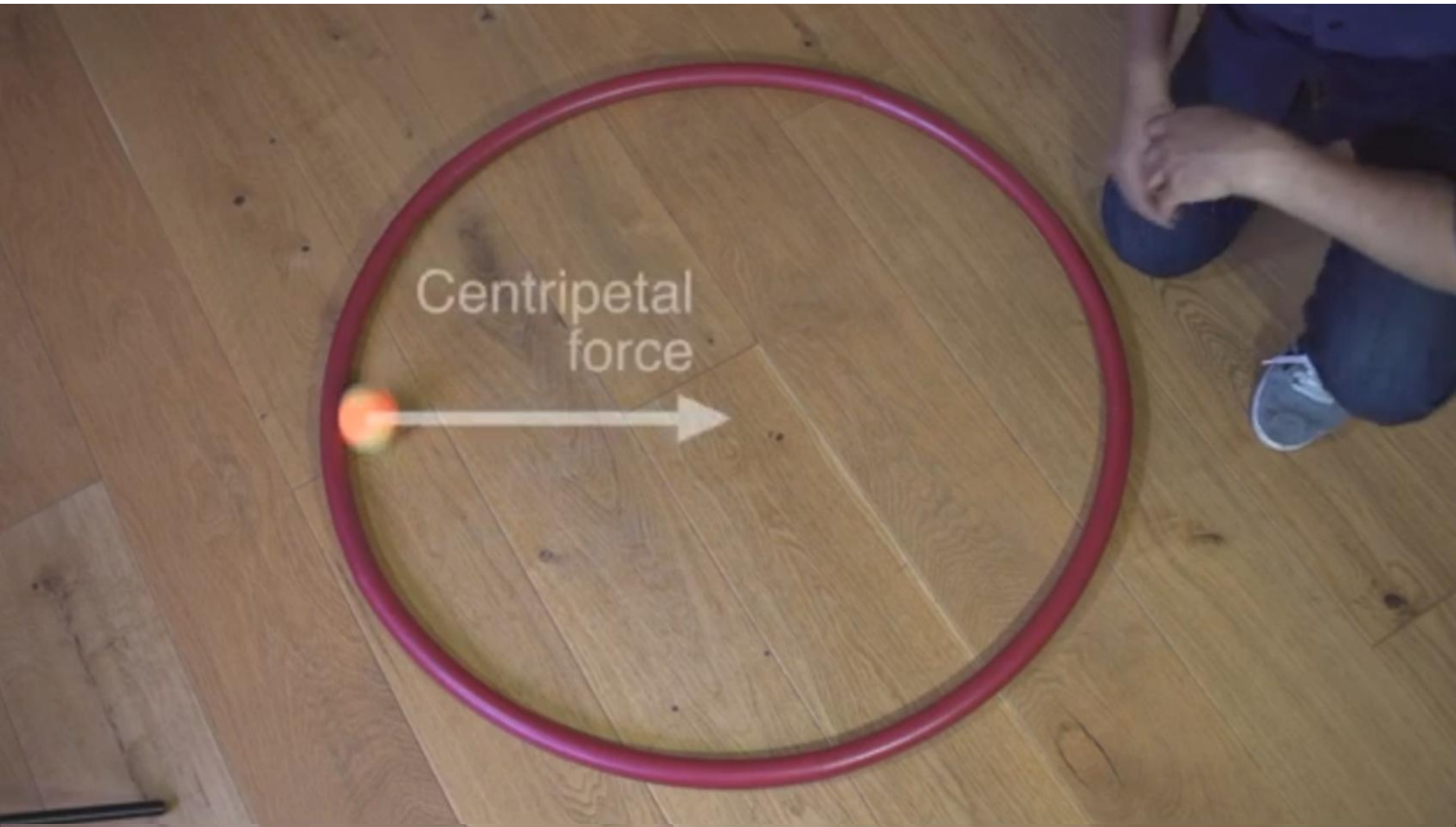
Każde ciało zawsze „chce” poruszać się po linii prostej ze stałą prędkością (tzw. zasada bezwładności) – tylko oddziaływanie z innym ciałem może zmienić prędkość ciała (kierunek i wartość).



Odp: ***d***

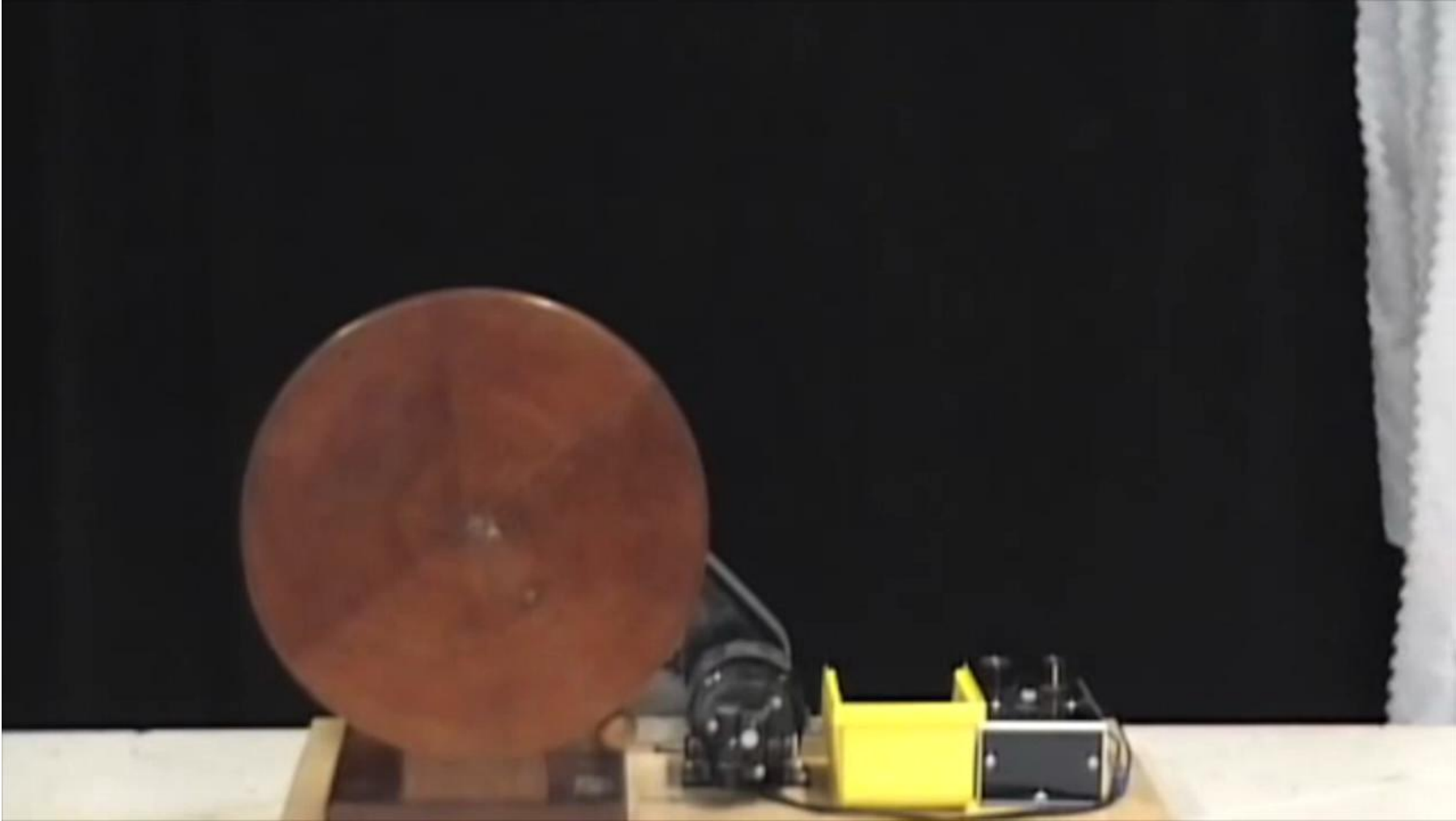


Co zmusza ciała do ruchu po okręgu?



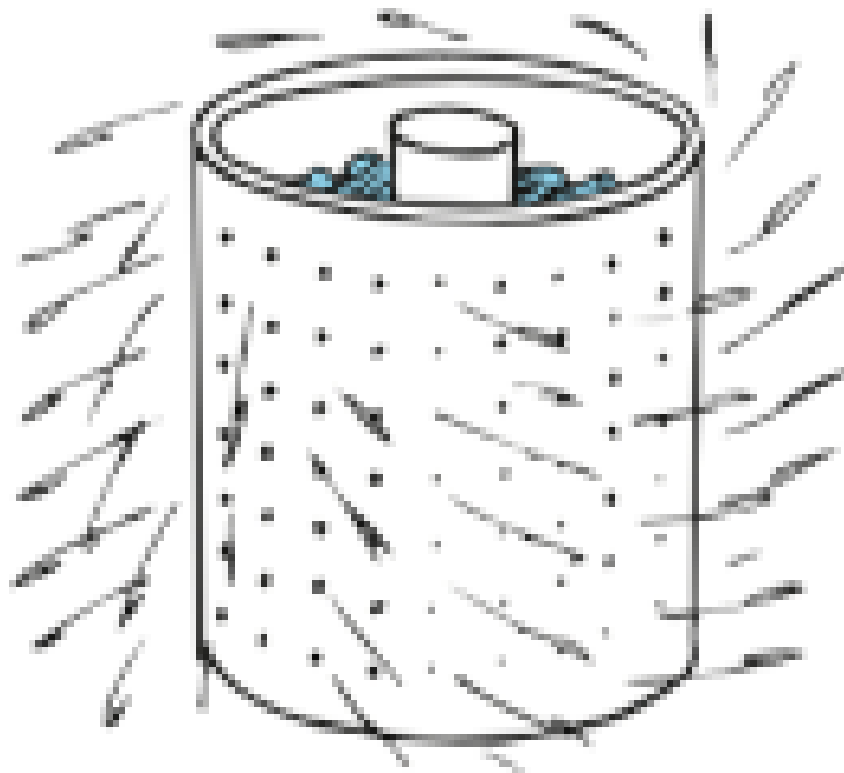
<https://www.youtube.com/watch?v=ID0R43My4Co>

przecięcie elastycznej gumki utrzymującej kulkę w ruchu po okręgu



https://www.youtube.com/watch?v=O6yJG_fnJRc

suszenie sałaty / pranie ubrań



Ścianki naczynia zmuszają sałatę do ruchu po okręgu (siła skierowana do środka). Krople wody (w miejscach, gdzie są dziury) nie odczuwają tego oddziaływania i poruszają się po liniach prostych (ich tor zostaje jednak szybko zakrzywiony przez grawitację)

zbyt słabe tarcie by utrzymać samochód na zakręcie



<https://www.youtube.com/watch?v=dzqQDEkdY00>

zbyt słabe tarcie by utrzymać monetę na wirującej tarczy



<https://www.youtube.com/watch?v=WdcfWf07Ulg>

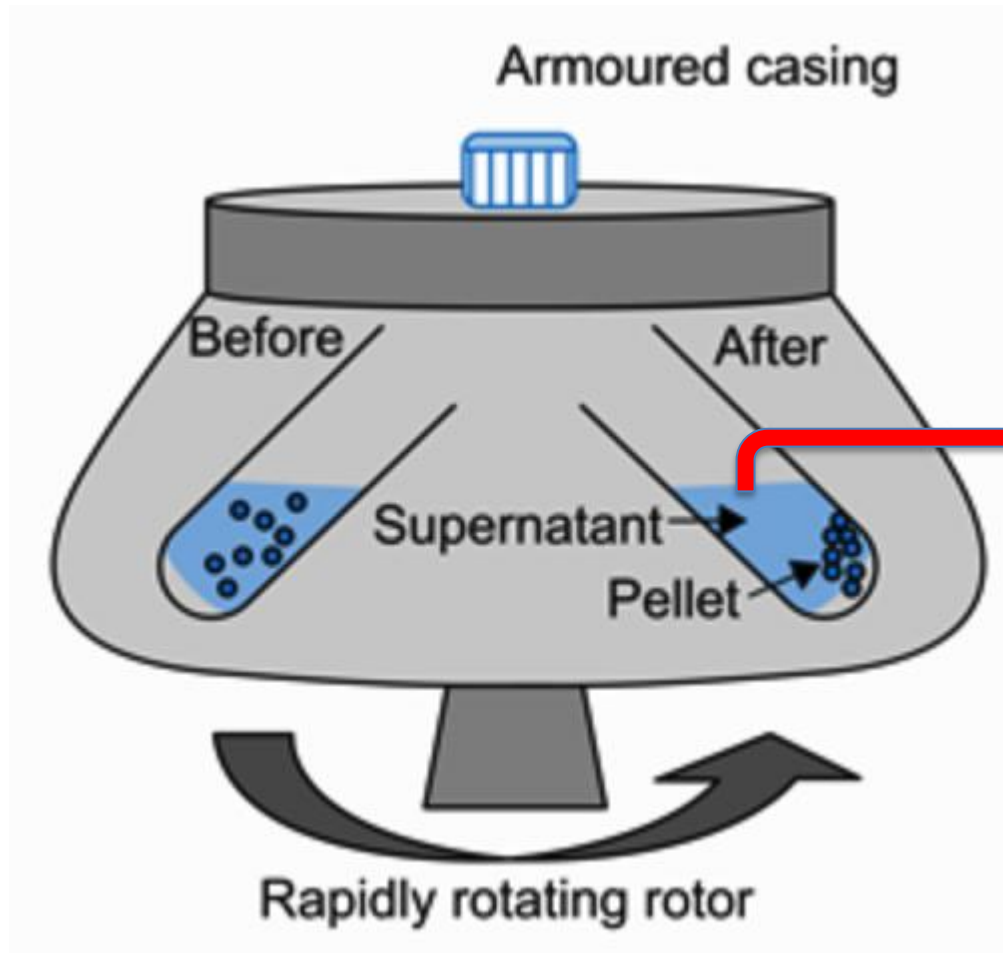
Co utrzymuje motory i samochody na prawie pionowej ścianie?



Przyjrzyjmy się ruchowi po okręgu z perspektywy osoby, która się kręci....
Dlaczego wypycha nas na zewnątrz?
- czy to jakaś siła?



Wirówka – separacja składników mieszanin



Gęstsza substancja zostaje zepchnięta w kierunku zewnętrznej ścianki – jakby działa na nią siła w tym kierunku.

**Wirówka – separacja składników mieszanin
(na filmie oddzielenie skrobi kukurydzianej od wody, 3000 rpm)**

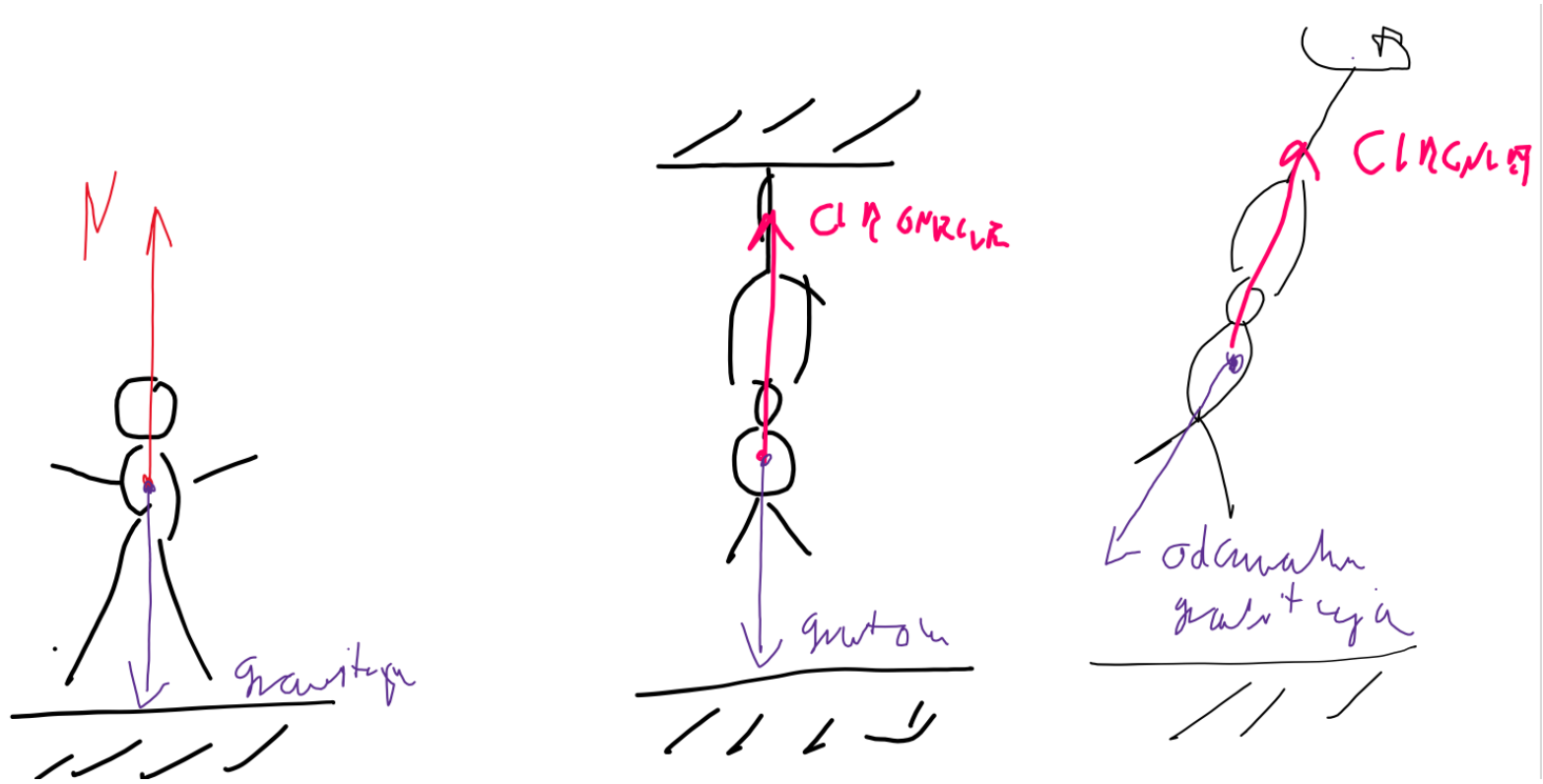


<https://www.youtube.com/watch?v=4V2R3vb8hek>

Sztuczna (odczuwalna) grawitacja

po polsku mówi się również o sile odśrodkowej bezwładności

Ruch po okręgu naśladuje grawitację dzięki tzw. efektowi ośrodkowemu, tj. spychaniu ciała na zewnątrz w ruchu po okręgu. Mówimy o **odczuwalnej / sztucznej grawitacji**. Miarą tej grawitacji jest przyspieszenie dośrodkowe. Im większe przyspieszenie dośrodkowe, tym odczuwalna grawitacja jest większa.



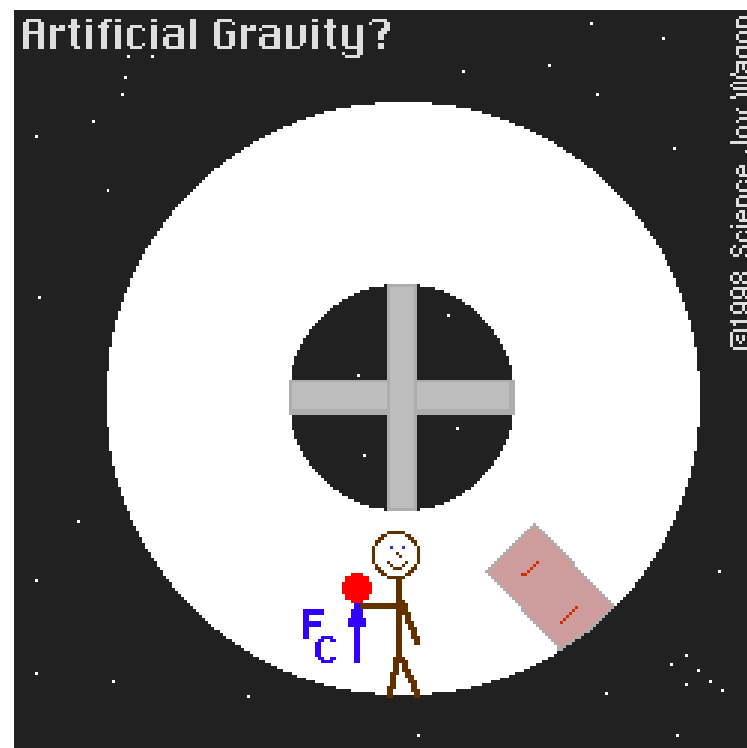
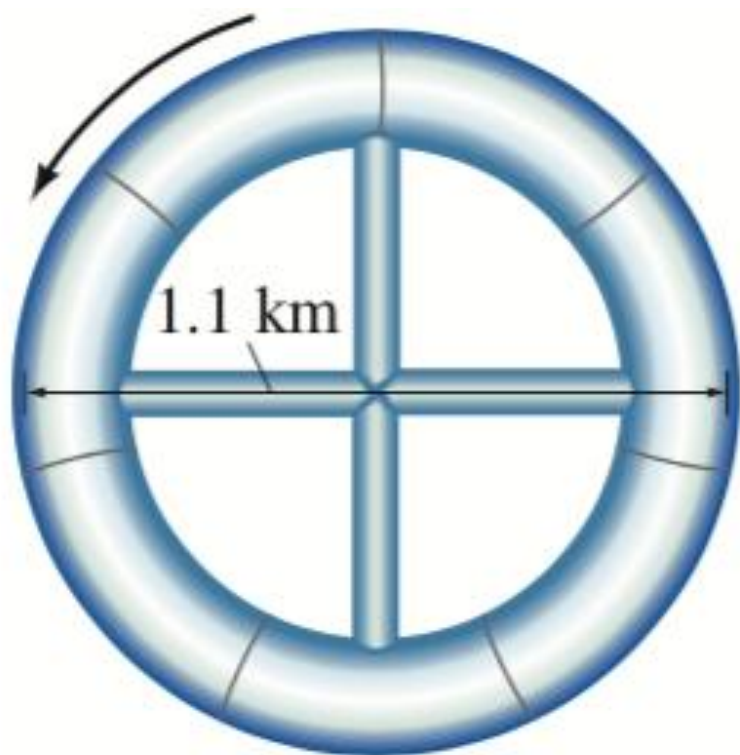
Sztuczna grawitacja nie jest siłą wynikająca z oddziaływania między ciałami. Sztuczna grawitacja powstaje w wyniku współzawodnictwa między siłą utrzymującą ciało w ruchu po okręgu (siłą dośrodkową), a tendencją ciała do ruchu po linii prostej ze stałą prędkością (bezwładność).



Can We Create Artificial Gravity?

https://www.youtube.com/watch?v=im-JM0f_J7s

Jaka musi być prędkość liniowa obrotów, aby użytkownik stacji odczuwał grawitację równą grawitacji na powierzchni Ziemi (g)? Ile obrotów w ciągu jednej doby wykona stacja?



Wartość odczuwalnej grawitacji możemy mierzyć wartością przyspieszenia dośrodkowego.

Czy można kręcić wiaderko wypełnione wodą w płaszczyźnie pionowej w taki sposób, aby woda się nie wylała?

odczuwalna grawitacja $\geq$ grawitacja ziemska

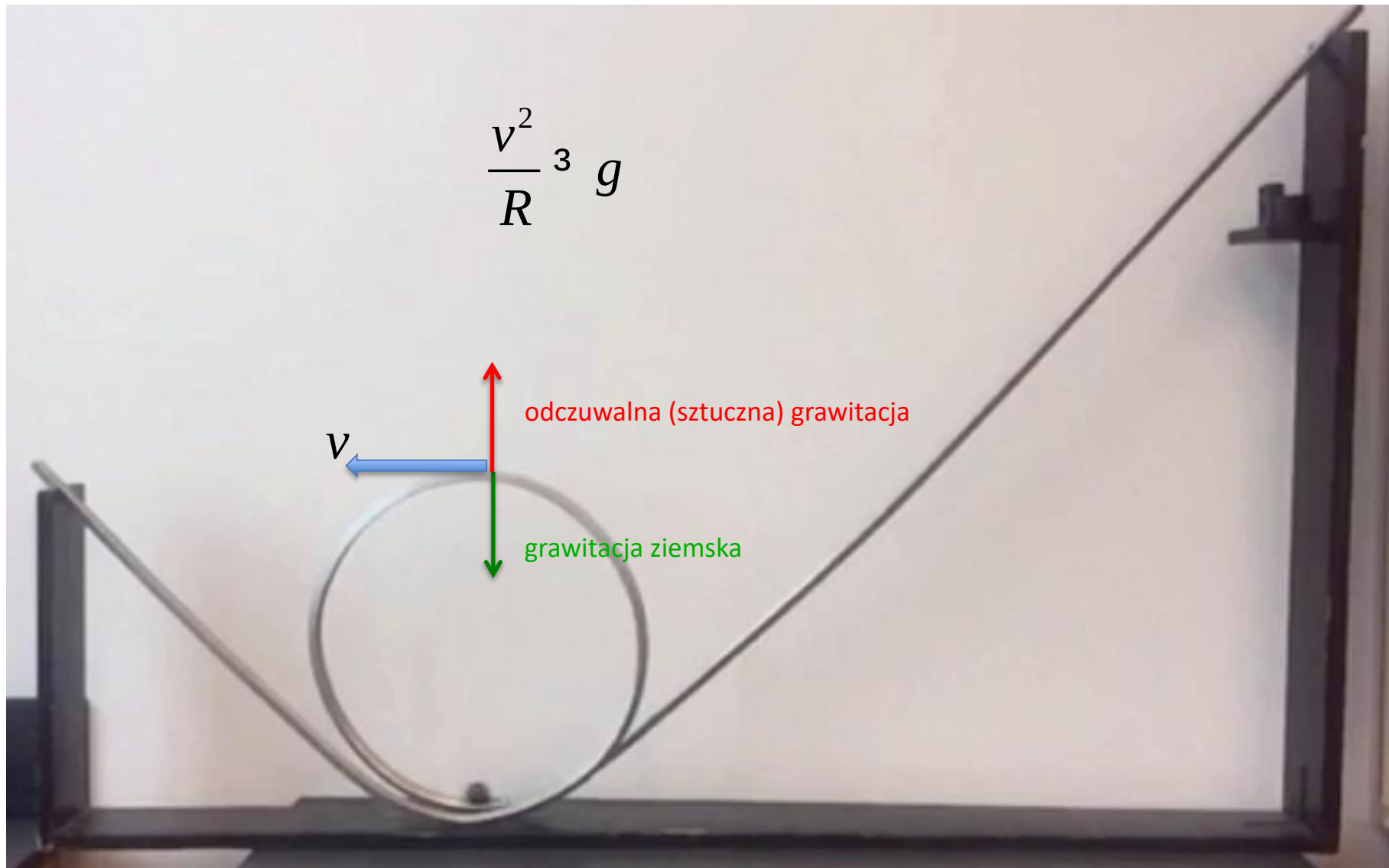
innymi słowy:

$$\frac{v^2}{R} \geq g$$

Podany warunek na pokonanie pętli, choć intuicyjny, udowodnimy ściśle dopiero wtedy, gdy poznamy zasady dynamiki Newtona.



„pętla śmierci” (roller coaster)



„pętla śmierci”



<https://www.youtube.com/watch?v=cpy4V2Bk0jc>

„pętla śmierci”



<https://www.youtube.com/watch?v=wiZoVAZGgsw>

„pętla śmierci”



<https://www.youtube.com/watch?v=dSDb9oKMCrc>

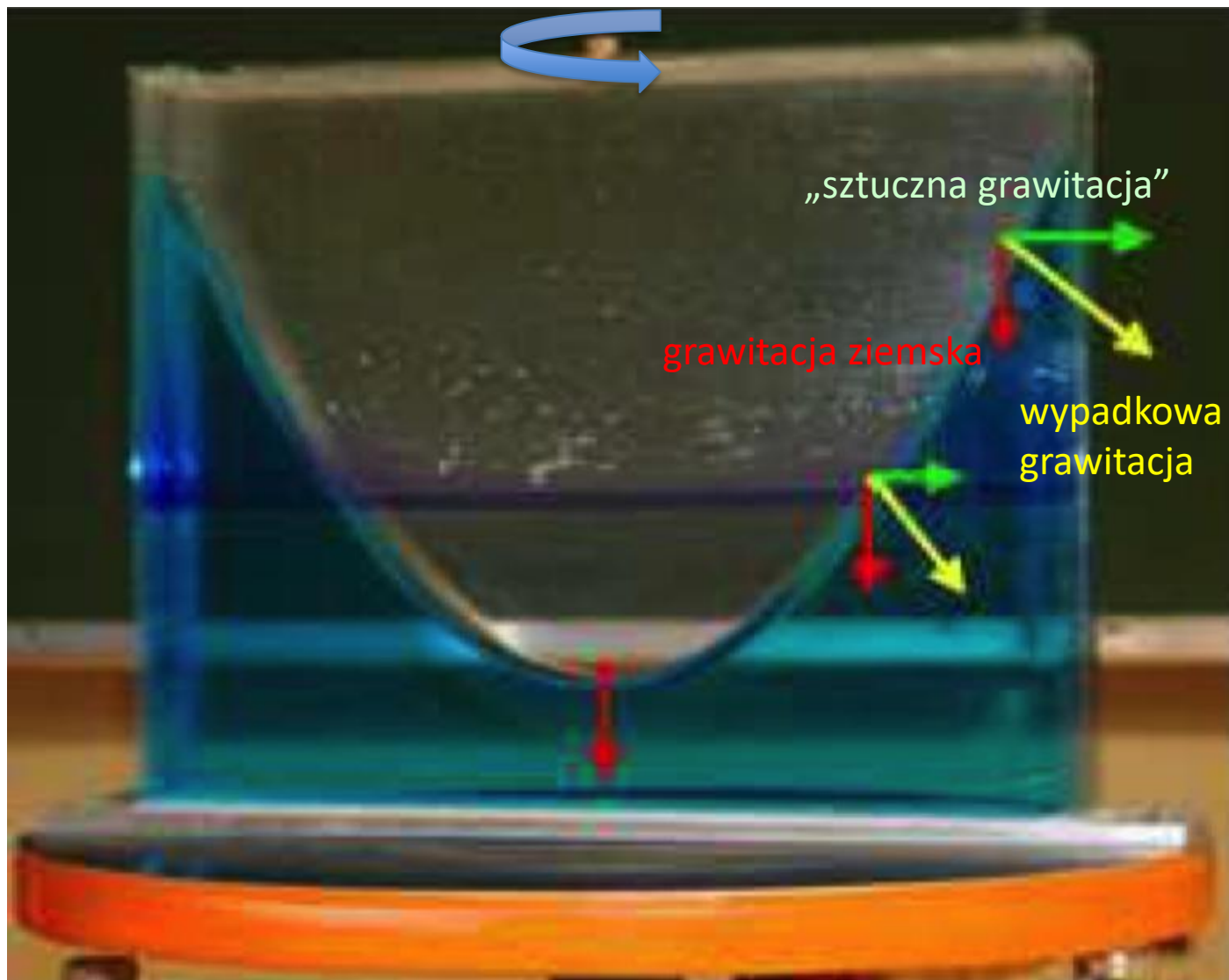
Kto zauważy błąd na średniowiecznym obrazie?

błąd!



POWIERZCHNIA CIECZY ZAWSZE JEST PROSTOPADŁA DO GRAWITACJI !!!

Sztuczna (odczuwalna) grawitacja



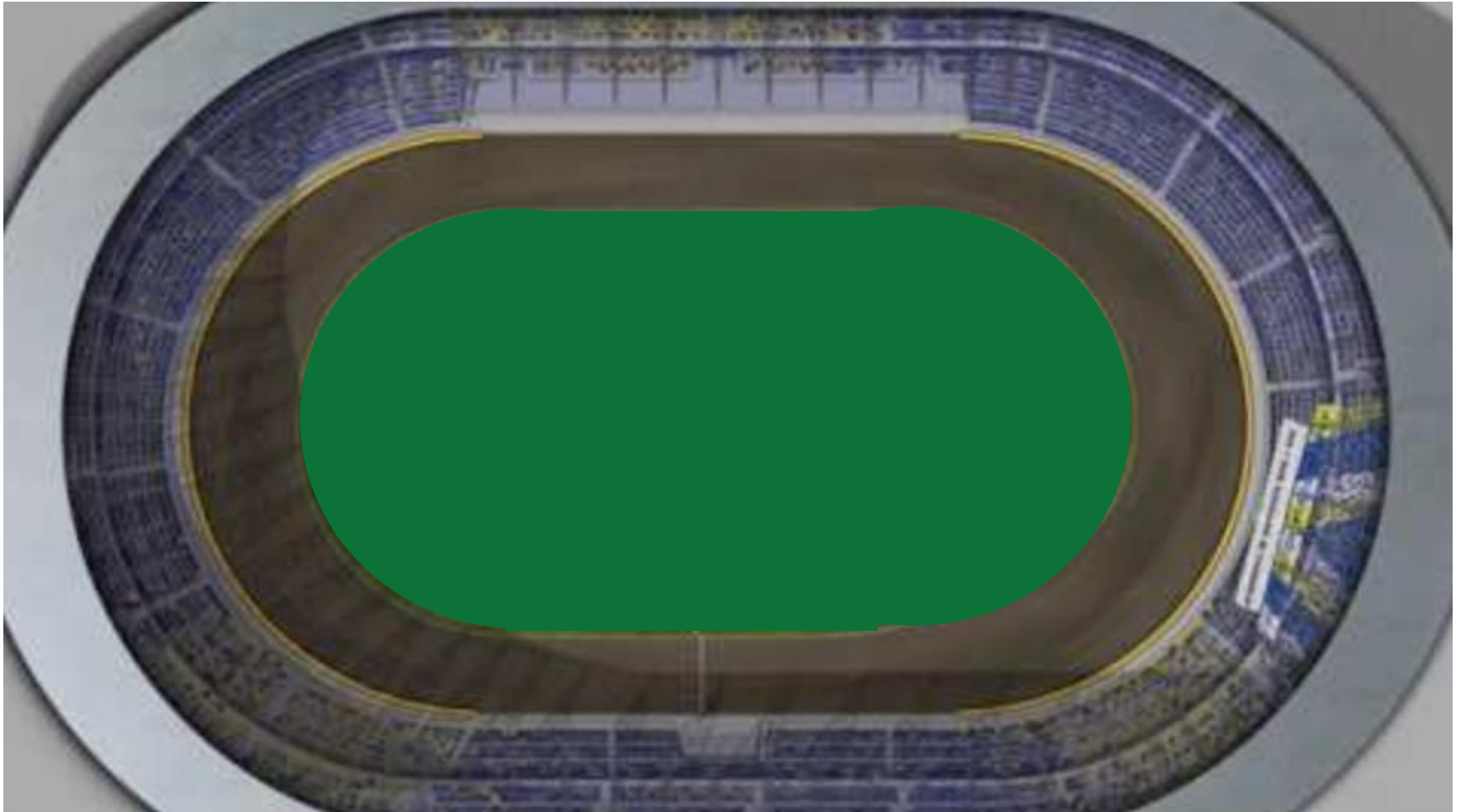
powierzchnia cieczy prostopadła do wypadkowej „gravitacji”

Po jakim torze najlepiej przejechać zakręt podczas zawodów motorowych?



<https://www.youtube.com/watch?v=m5VGfuAUqkg>

Po jakim torze najlepiej przejechać zakręt podczas zawodów motorowych?

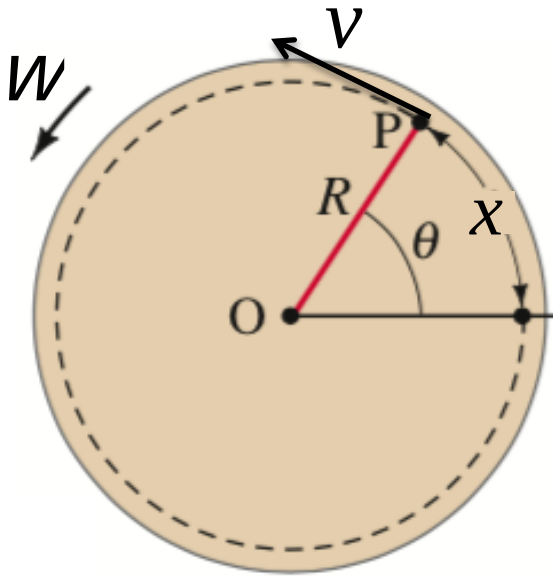


Najbardziej optymalny będzie łuk o największym promieniu (R), bo przyspieszenie dośrodkowe (czyli odczuwana przez żuźlowca siła odśrodkowa) będzie najmniejsza – tor ten pozwoli utrzymać największą prędkość (pomimo, że droga jest dłuższa).

Wielkości kątowe – przesunięcie, prędkość i przyspieszenie

Wielkości kątowe są wygodne do opisu ruchu obrotowego, ponieważ nie zależą od odległości od stałej osi obrotu (są takie same dla wszystkich punktów ciała).

dysk rotujący wokół stałej osi
przechodzącej przez jego środek



$$\text{przesunięcie kątowe: } q(t) = \frac{x(t)}{R} \quad [\text{rad}]$$

$$\text{prędkość kątowa: } \omega(t) = \dot{\theta} = \frac{1}{R} \dot{x}(t) = \frac{v(t)}{R} \quad [\text{rad/s}]$$

$$\text{przyspieszenie kątowe: } \varepsilon(t) = \dot{\omega} = \frac{1}{R} \dot{v} = \frac{a_s(t)}{R} \quad [\text{rad/s}^2]$$

<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/rotation/latest/rotation.html?simulation=rotation>

Analogia pomiędzy ruchem prostoliniowym a obrotem ciała wokół stałej osi

Obrót ciała dookoła ustalonej osi odpowiada formalnie ruchowi translacyjnemu ciała w ustalonym kierunku (czyli po linii prostej)....

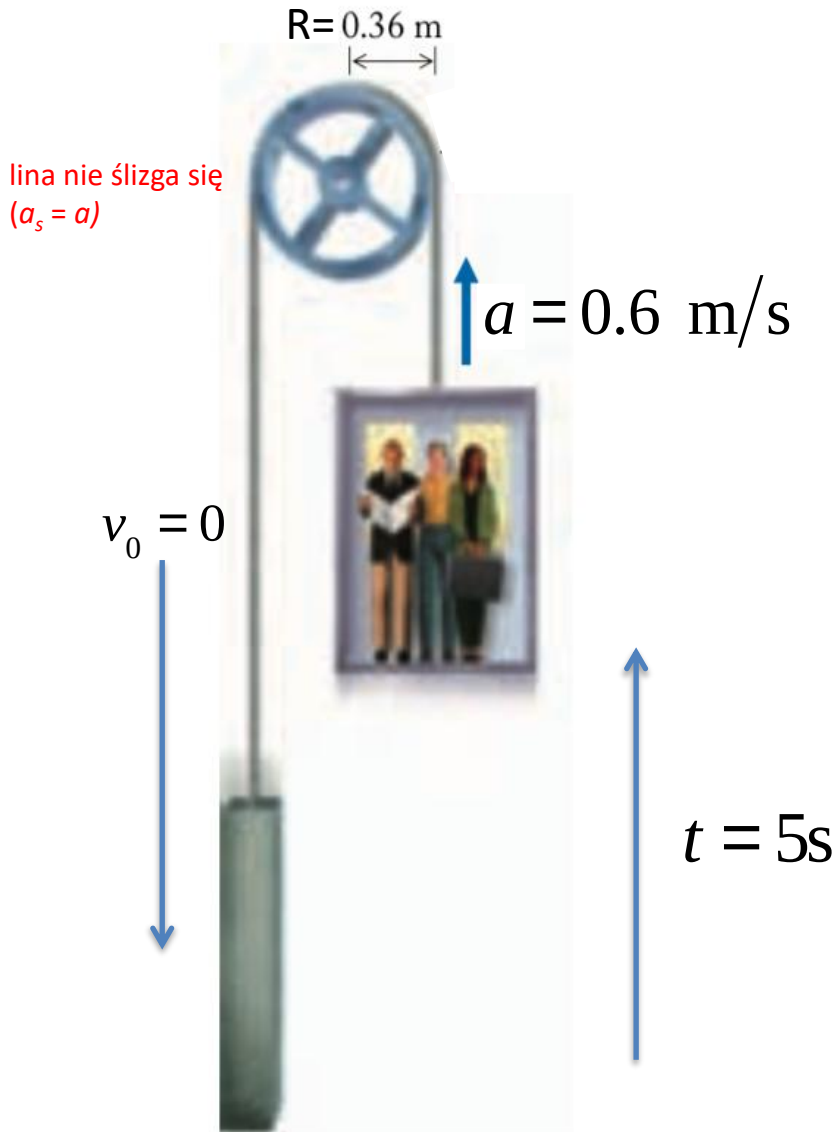
Innymi słowy do opisu ruchu obrotowego jednostajnie zmiennego (ze stałym przyspieszeniem kątowym) możemy stosować te same wzory jak do opisu ruchu prostoliniowego jednostajnie zmiennego wzdłuż linii prostej, zamieniamy tylko wielkości liniowe na wielkości kątowe:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_s t^2 \quad \longleftrightarrow \quad q = q_0 + w_0 t + \frac{1}{2} \epsilon t^2$$

$$v = v_0 + a_s t \quad \longleftrightarrow \quad w = w_0 + \epsilon t$$

$$a_s = \text{const} \quad \longleftrightarrow \quad \epsilon = \text{const}$$

Analogia pomiędzy ruchem prostoliniowym a obrotem ciała wokół stałej osi - przykład



Ile obrotów wykonało koło zamachowe w ciągu pierwszych 5 sekund ruchu? Jaką prędkość kątową osiągnęło w tym czasie?

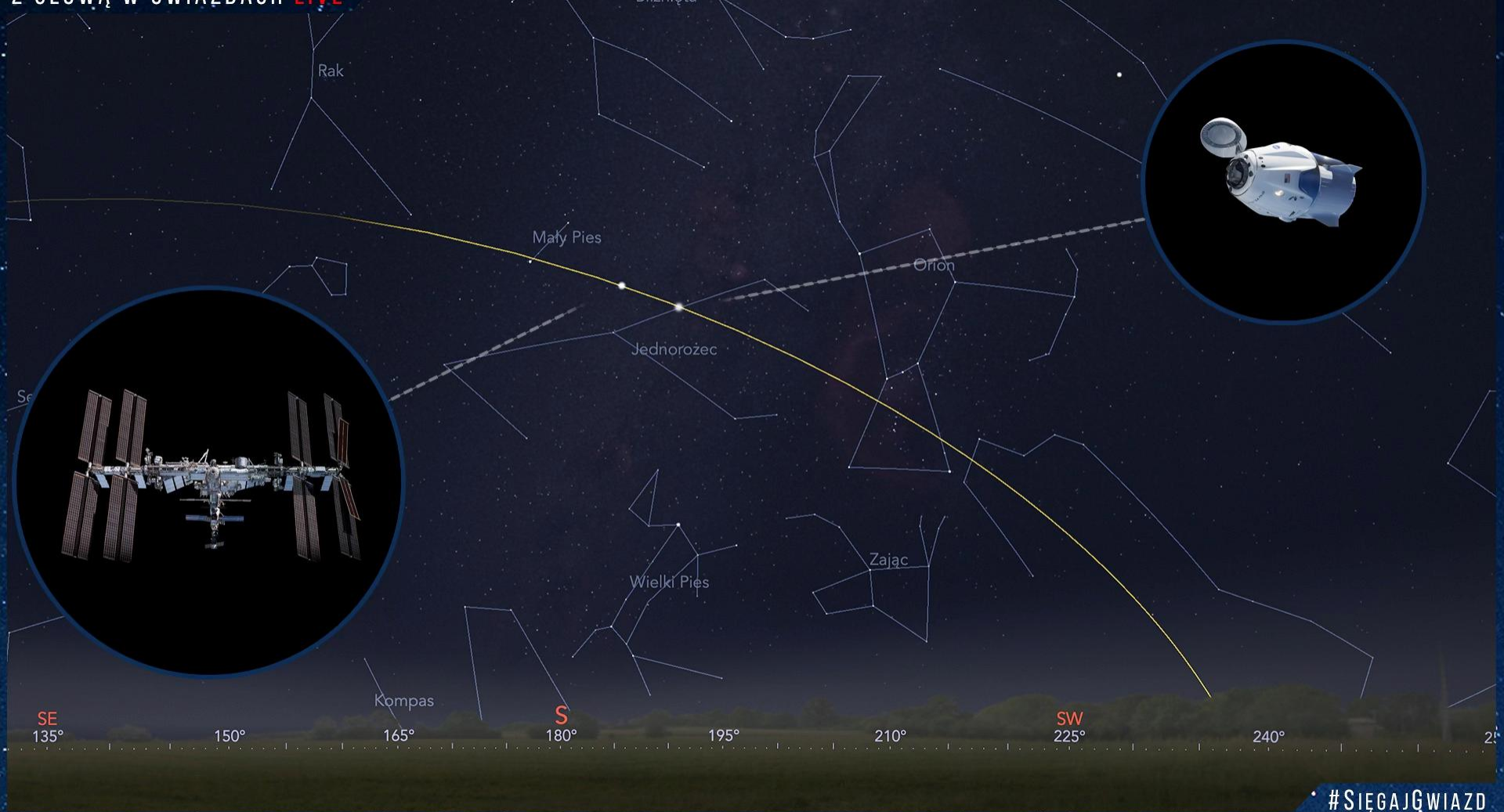
$$\epsilon = \frac{a_s}{R} = 1.7 \text{ rad/s}^2$$

$$q = \frac{1}{2} \epsilon t^2 = 21 \text{ rad}$$

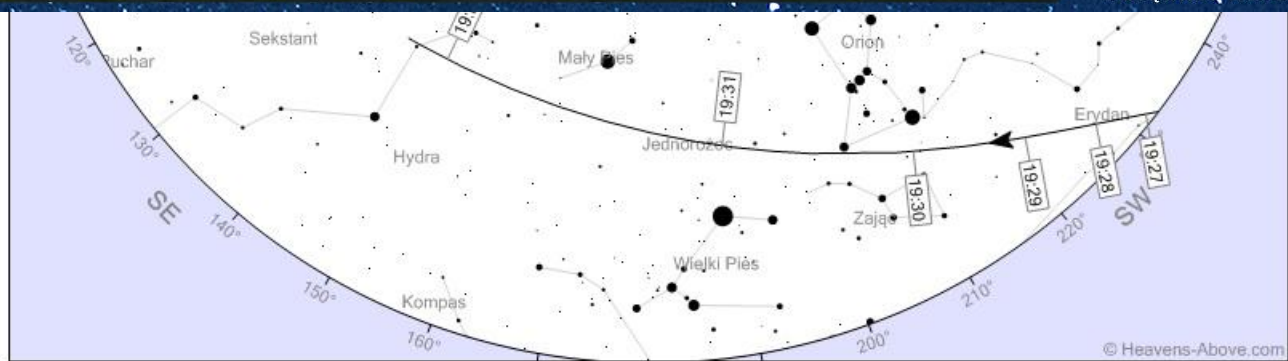
Liczba obrotów: $N = \frac{q}{2\pi} \gg 3.3$

Końcowa prędkość kąтова:

$$\omega = \epsilon t = 8.5 \text{ rad/s}$$



20 mar	-3,6	18:39:25	10°	WSW	1
20 mar	-3,3	20:16:02	10°	W	2
21 mar	-3,7	19:27:29	10°	W	1
21 mar	-1,1	21:04:14	10°	W	2
22 mar	-3,7	18:38:55	10°	W	1
22 mar	-3,0	20:15:36	10°	W	2
23 mar	-3,4	19:26:59	10°	W	1
23 mar	-1,0	21:04:01	10°	W	2
24 mar	-3,5	18:38:19	10°	W	1
24 mar	-2,3	20:15:10	10°	W	2



20:18:03	27°	SSW	20:18:05	27°	SSW	widoczny
----------	-----	-----	----------	-----	-----	----------

Dziękuję za uwagę! 😊

Do zobaczenia za tydzień, 21.03.

Kiedy naprawdę zaczyna się wiosna?

20 marca Słońce znajdzie się w punkcie równonocy wiosennej, rozpoczynając tym samym astronomiczną wiosnę.

