

## 9. Ruch złożony punktu

sylwetka śmigłowca pochodzi z: Parker S.: *Statki powietrzne*, Polska Oficyna Wydawnicza „BGW”, Warszawa 1992

$Oxyz$  – **nieruchomy** układ współrzędnych

$O'x'y'z'$  – **ruchomy** układ współrzędnych

$\vec{v}_{O'}$   $\vec{a}_{O'}$  – prędkość i przyspieszenie środka układu ruchomego  
 $\vec{\omega}$   $\vec{\epsilon}$  – prędkość kątowa i przyspieszenie kątowe układu ruchomego  
 $\vec{\rho}$  – wektor określający położenie punktu A w układzie ruchomym  
 $\vec{v}_w$   $\vec{a}_w$  – **względna** prędkość i **względne** przyspieszenie punktu A (zmierzone względem układu ruchomego)

} DANE

**SZUKANE** **bezwzględna** prędkość i **bezwzględne** przyspieszenie punktu A (zmierzone względem układu nieruchomego)

$Oxyz$  – nieruchomy układ współrzędnych

$O'x'y'z'$  – ruchomy układ współrzędnych

w układzie nieruchomym  $\vec{v} = \underbrace{\vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{\rho}}_{\vec{v}_u \text{ prędkość unoszenia}} + \vec{v}_w$

$\vec{a} = \underbrace{\vec{a}_{O'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho})}_{\vec{a}_u \text{ przyspieszenie unoszenia}} + \underbrace{\vec{\varepsilon} \times \vec{\rho} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_w}_{\vec{a}_C \text{ przyspieszenie Coriolisa}} + \vec{a}_w$

### Zadanie 1/9

Tarcza o środku  $O$  i promieniu  $r$  obraca się z prędkością kątową  $\omega$  i przyspieszeniem kątowym  $\varepsilon$  wokół osi przechodzącej przez punkt  $A$ , prostopadłej do jej płaszczyzny. Wzdłuż krawędzi tarczy porusza się punkt  $B$  ze stałą prędkością względem tarczy wynoszącą  $v_w$ .

Wyznaczyć bezwzględną prędkość  $v$  i bezwzględne przyspieszenie  $a$  punktu  $B$ .

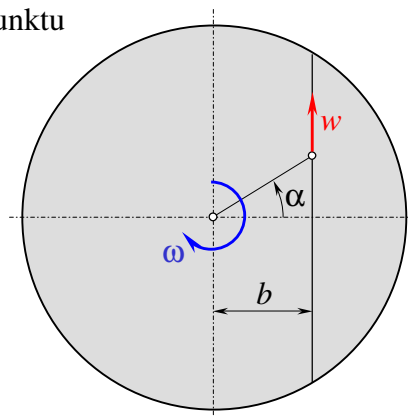
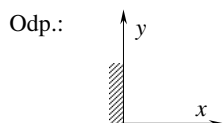
Odp.:

$$\begin{aligned} v_x &= -\omega r & a_x &= \omega^2 r - \varepsilon r - 2\omega v_w + \frac{v_w^2}{r} \\ v_y &= v_w - \omega r & a_y &= -\omega^2 r - \varepsilon r \\ v_z &= 0 & a_z &= 0 \end{aligned}$$

### Zadanie 2/9

Tarcza obraca się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  wokół prostopadłej osi przechodzącej przez jej środek. Wzdłuż cięciwy, odległej o  $b$  od osi obrotu, porusza się punkt ze stałą prędkością względną  $w$ .

Wyznaczyć bezwzględną prędkość i bezwzględne przyspieszenie punktu w funkcji kąta  $\alpha$ .

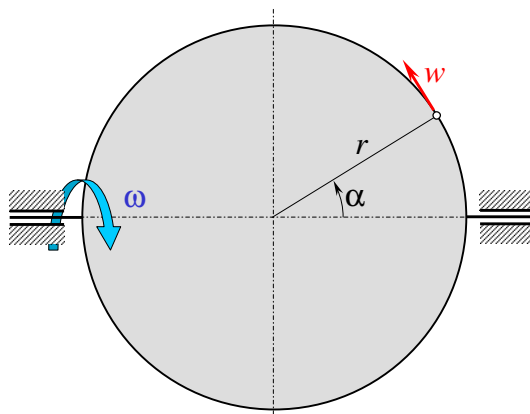
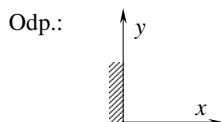


$$\begin{aligned} v_x &= \omega b t g \alpha & a_x &= 2\omega w - \omega^2 b \\ v_y &= w - \omega b & a_y &= -\omega^2 b t g \alpha \\ v_z &= 0 & a_z &= 0 \end{aligned}$$

### Zadanie 3/9

Tarcza o promieniu  $r$  obraca się wokół średnicy ze stałą prędkością kątową  $\omega$ . Wzdłuż krawędzi porusza się punkt ze stałą prędkością względną  $w$ .

Wyznaczyć bezwzględną prędkość  $v$  i bezwzględne przyspieszenie  $a$  punktu w funkcji kąta  $\alpha$ .

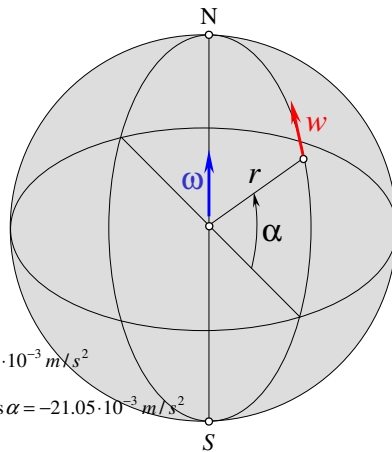


$$\begin{aligned} v_x &= -w \sin \alpha & a_x &= -\frac{w^2}{r} \cos \alpha \\ v_y &= w \cos \alpha & a_y &= -\omega^2 r \sin \alpha - \frac{w^2}{r} \sin \alpha \\ v_z &= \omega r \sin \alpha & a_z &= 2\omega w \cos \alpha \end{aligned}$$

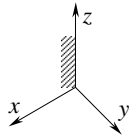
### Zadanie 4/9

Obliczyć bezwzględną prędkość i bezwzględne przyspieszenie punktu poruszającego się po powierzchni Ziemi na północ ze stałą prędkością względną  $w=100\text{km/godz}$ .

Punkt znajduje się na  $\alpha=51.5^\circ$  szerokości geograficznej północnej. Ruch Ziemi dookoła Słońca zaniedbać. Promień Ziemi  $r=6370\text{km}$ .



Odp.:



$$v_x = -\omega r \cos \alpha = -288.37 \text{ m/s} \quad a_x = -2\omega w \sin \alpha = -3.16 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$v_y = -w \sin \alpha = -21.74 \text{ m/s} \quad a_y = -\omega^2 r \cos \alpha - \frac{w^2}{r} \cos \alpha = -21.05 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

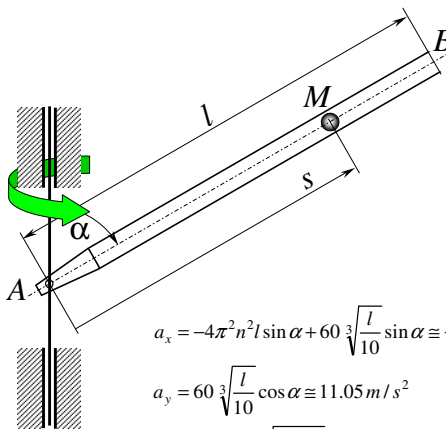
$$v_z = w \cos \alpha = 17.29 \text{ m/s} \quad a_z = -\frac{w^2}{r} \sin \alpha = -94.8 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$$

$$v = 289.7 \text{ m/s} = 1043 \text{ km/h} \quad a = 0.021 \text{ m/s}^2$$

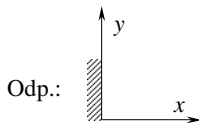
### Zadanie 5/9

Rurka  $AB$  o długości  $l=0.5\text{m}$  obraca się ze stałą prędkością obrotową  $n=20\text{obr/s}$  wokół osi tworzącej z osią rurki kąt  $\alpha=60^\circ$ . Wewnątrz rurki znajduje się kulka  $M$ , której położenie określa współrzędna  $s=10t^3[\text{m}]$ , gdy  $t[\text{s}]$ .

Obliczyć bezwzględną prędkość i bezwzględne przyspieszenie kulki w chwili wylotu z rurki.



Odp.:



$$v_x = 30 \sqrt[3]{\left(\frac{l}{10}\right)^2} \sin \alpha \approx 3.526 \text{ m/s} \quad a_x = -4\pi^2 n^2 l \sin \alpha + 60 \sqrt[3]{\frac{l}{10}} \sin \alpha \approx -49.24 \text{ m/s}^2$$

$$v_y = 30 \sqrt[3]{\left(\frac{l}{10}\right)^2} \cos \alpha \approx 2.036 \text{ m/s} \quad a_y = 60 \sqrt[3]{\frac{l}{10}} \cos \alpha \approx 11.05 \text{ m/s}^2$$

$$v_z = -2\pi l \sin \alpha \approx -5.441 \text{ m/s} \quad a_z = -4\pi 30 \sqrt[3]{\left(\frac{l}{10}\right)^2} \sin \alpha \approx -88.62 \text{ m/s}^2$$

$$v \approx 6.796 \text{ m/s} \quad a \approx 102 \text{ m/s}^2$$