

## PODSTAWOWE DEFINICJE I OKREŚLENIA DOTYCZĄCE OBCIĄŻEŃ

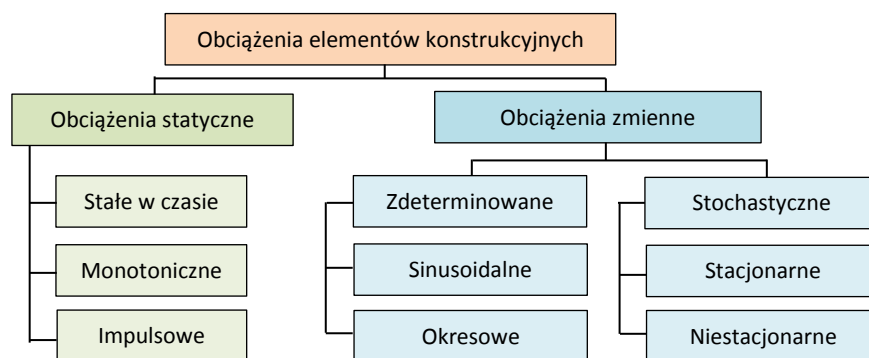
### Rodzaje obciążeń

W warunkach eksploatacji elementy konstrukcyjne maszyn i urządzeń medycznych poddane mogą być obciążeniom statycznym lub zmiennym. Podstawowym kryterium oceny rodzaju obciążenia jest fizyczna postać uszkodzenia elementu konstrukcyjnego.

Obciążenie statyczne powoduje zniszczenie elementu w wyniku: przekroczenia wartości wytrzymałości doraźnej powodując złom doraźny, granicy plastyczności powodując trwałe odkształcenie lub przekroczenia odporności na pęknięcie powodując kruche pęknięcie elementu.

Obciążenie zmienne w czasie powoduje zniszczenie elementu konstrukcyjnego w wyniku pęknięcia zmęczeniowego, które powstaje w wyniku długotrwałego działania tego obciążenia.

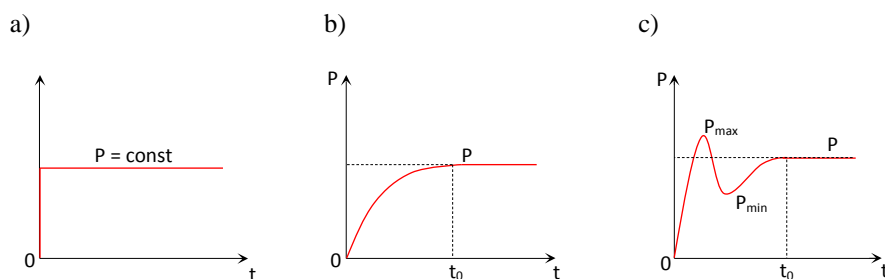
Wymienionym rodzajom obciążeń, a co za tym idzie, odpowiednim uszkodzeniom odpowiadają metody obliczeń wytrzymałościowych elementów konstrukcyjnych. Na rys. 4.1 pokazano schemat blokowy rodzajów obciążenia.



Rys. 4.1. Rodzaje obciążeń elementów konstrukcyjnych

### Obciążenia statyczne

Zgodnie z rys. 4.1 do obciążeń statycznych zalicza się obciążenia  $P$  niezmiennie w czasie oraz takie, które po chwilowej zmienności osiągają stan niezmienności w czasie. Schematy tych obciążeń pokazano na rys. 4.2.



Rys. 4.2. Schematy obciążeń: a) stałych, b) monotonicznych i c) impulsowych

Obciążenie stałe to takie, które jest niezmiennie w całym rozpatrywanym okresie czasu (rys. 4.2 a), obciążenia: monotoniczne i impulsowe osiągają stan niezmienności obciążenia w czasie po czasie  $t_0$  (rys. 4.2 b i c).

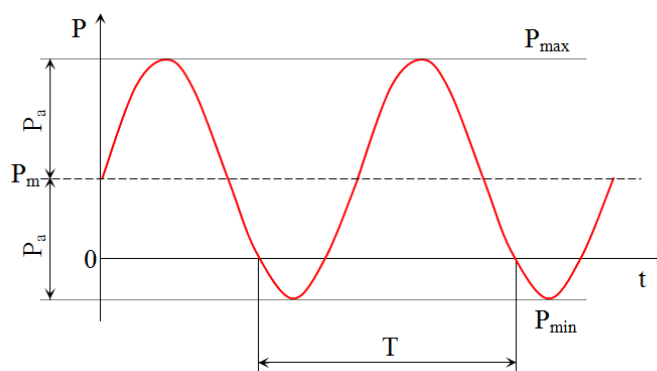
Obciążenie monotoniczne zachodzi wówczas gdy przyrost obciążenia w przedziale czasu  $(0, t_0)$  następuje wolno, małą prędkości obciążenia  $dP/dt$ .

Obciążenie impulsowe to takie gdy początkowa prędkość obciążania  $dP/dt$  jest znaczna, powodująca w czasie  $(0, t_0)$  przekroczenie wartości obciążenia  $P$  ( $P_{\max} > P$ ), następnie spadek wartości ( $P_{\min} < P$ ), a w czasie  $t_0$  jest stabilizacja do wartości  $P$ .

W obliczeniach wytrzymałościowych elementów konstrukcyjnych w warunkach obciążeń statycznych przyjmujemy wartości: dla przypadku a i b (rys. 4.2) obciążenie  $P$ , dla przypadku c – obciążenie  $P_{\max}$ .

## Obciążenia zmienne

### a) Obciążenie sinusoidalnie zmienne



Rys. 4.3. Obciążenie sinusoidalne wraz z wielkościami opisującymi przedstawiony przebieg

Obciążenie sinusoidalne (rys. 4.3), jest obciążeniem powszechnie stosowanym do wyznaczania własności zmęczeniowych materiałów i elementów konstrukcyjnych. Dla obciążeń sinusoidalnych cykl zmęczeniowy równy jest zmianie siły  $P$  w okresie  $T$  i może być określony siłą maksymalną  $P_{\max}$  w cyklu, siłą minimalną  $P_{\min}$  oraz częstotliwością zmian  $f$ . Częstotliwość zmian  $f$  jest odwrotnością okresu zmian obciążenia. Cykl sinusoidalny może być określony także siłą średnią cyklu  $P_m$ , amplitudą cyklu obciążenia  $P_a$  oraz jak w wyżej przedstawionym przypadku częstotliwością  $f$  lub okresem  $T$ . Ważną wielkością opisującą obciążenie sinusoidalne jest stosunek obciążenia minimalnego do obciążenia maksymalnego w cyklu, jest to współczynnik asymetrii cyklu  $R$ .

Wielkości i zależności omówione wyżej przedstawiono graficznie na rys. 4.3, a zależności opisujące poszczególne zależności przedstawiono poniżej.

Siła średnia cyklu obciążenia  $P_m$ :

$$P_m = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} \quad (4.1)$$

Amplituda cyklu obciążenia  $P_a$ :

$$P_a = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} \quad (4.2)$$

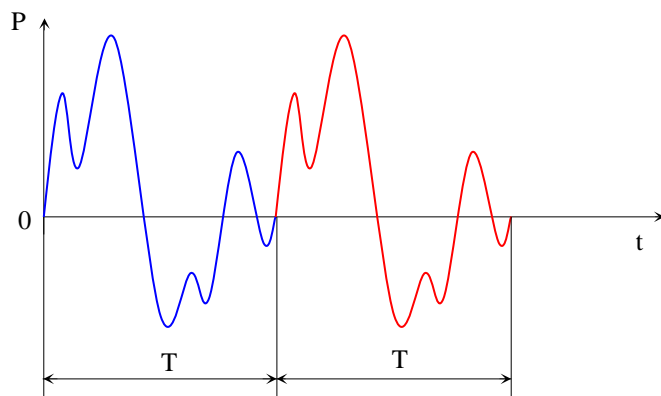
Częstotliwość zmian cyklu  $f$ :

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.3)$$

Współczynnik asymetrii cyklu  $R$ :

$$R = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \quad (4.4)$$

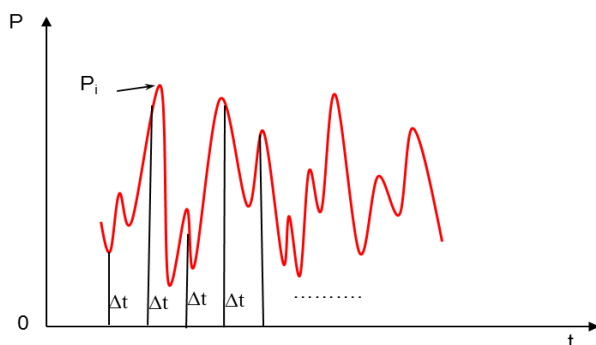
**b) Obciążenie okresowo zmienne**



Rys. 4.4. Obciążenie powtarzające się po określonym czasie  $T$ , który nazywamy okresem zmian obciążenia

Obciążenia okresowo zmienne to obciążenia charakteryzujące się powtarzającym okresem tego samego cyklu obciążenia. Tego typu obciążenia występują np. w wałach maszynowych źle wywarzonych, w których podczas pracy występuje tzw. „bicie”.

**c) Obciążenie zmienne losowo**



Rys. 4.5. Fragment obciążeń zmiennych losowo

Obciążenia zmienne losowo to obciążenia gdzie dla stałych przyrostów czasu  $\Delta t$  obciążenia  $P_i$  są zbiorem wartości losowych.

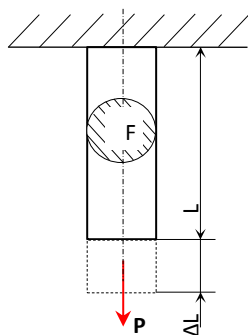
Obciążenia zmienne losowo są to obciążenia eksploatacyjne, występujące w elementach konstrukcyjnych, maszynach i urządzeniach znajdujących się w ruchu, w którym siła obciążająca ma wartość zmieniającą się losowo w czasie. Są to obciążenia najczęściej występujące w elementach konstrukcyjnych (szpitalne urządzenia transportowe, samochody, samoloty, statki itp.)

## WŁASNOŚCI MECHANICZNE MATERIAŁÓW KONSTRUKCYJNYCH

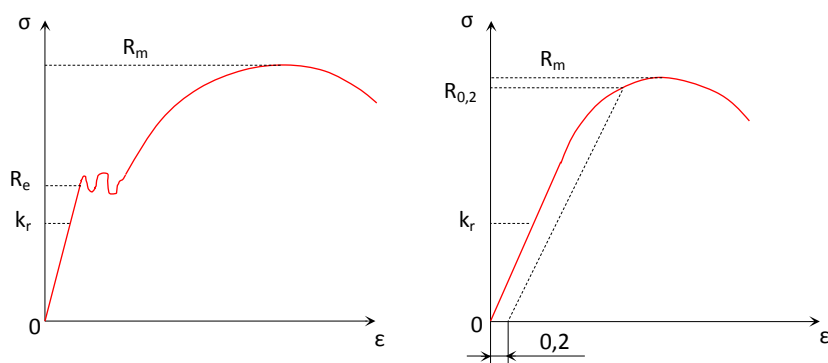
### Własności statyczne materiałów

Własności statyczne materiałów wyznacza się zgodnie z wymaganiami polskich norm na maszynach wytrzymałościowych, stosując znormalizowane próbki. Schemat próby rozciągania z oznaczeniem podstawowych parametrów pokazano na rys. 4.6.

Próbka o przekroju  $F$  i długości  $L$  pod wpływem siły  $P$  ulega wydłużeniu o  $\Delta L$ . Wynikiem próby rozciągania są zazwyczaj wykresy, których schematy pokazano na rys. 4.7, wykonane w układzie: naprężenie  $\sigma_r$  – odkształcenie  $\epsilon$ .



Rys. 4.6. Schemat próby rozciągania



Rys. 4.7. Wykresy próby rozciągania wykonane w układzie: naprężenie  $\sigma_r$  – odkształcenie  $\epsilon$ : a) z wyraźną granicą plastyczności  $R_e$ , b) bez wyraźnej granicy plastyczności (z umowną granicą plastyczności  $R_{0,2}$ )

Naprężenie  $\sigma_r$  w [MPa] oblicza się ze stosunku siły  $P$  w [N] do przekroju  $F$  w [mm<sup>2</sup>] według wzoru:

$$\sigma_r = \frac{P}{F} \text{ MPa} \quad (4.5)$$

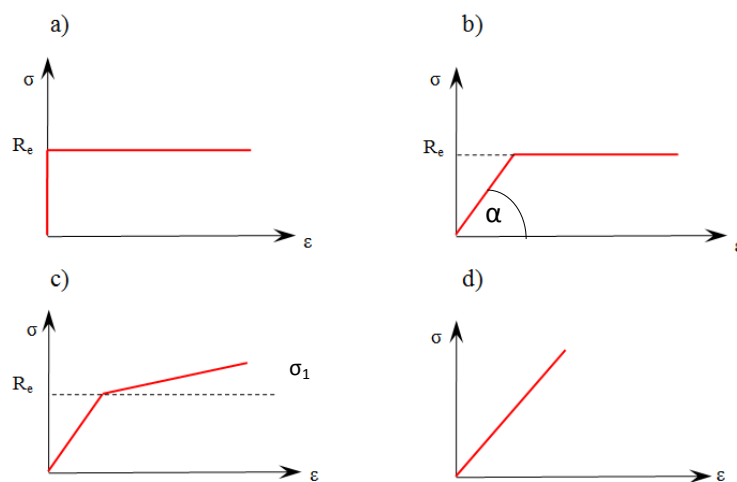
natomiast odkształcenie w [%] – według wzoru:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \cdot 100\% \quad (4.6)$$

Wykres pokazany na rys. 4.7 a, otrzymuje się w przypadku materiałów o wyraźnej granicy plastyczności  $R_e$ , natomiast dla materiałów nie wykazujących wyraźnej granicy plastyczności (rys. 4.7 b) wyznacza się umowną granicę  $R_{0,2}$ . Umowna granica plastyczności, to taka wartość naprężeń  $\sigma_r$ , dla której po odciążeniu próbki ( $P = 0$ ) odkształcenie plastyczne  $\varepsilon_{pl} = 0,2 \%$ .

Na wykresach (rys. 4.7) oznaczono ponadto: wartość wytrzymałości na rozciąganie  $R_m$  oraz dopuszczalne naprężenia ze względu na rozciąganie  $k_r$ .

Podstawowymi typami materiałów ogólnie stosowanych w konstrukcjach maszyn i urządzeń technicznych są materiały konstrukcyjne: plastyczne, sprężysto-plastyczne, sprężysto-plastyczne z umocnieniem oraz sprężyste. Modele tych materiałów przedstawiono na rys. 4.8.



Rys. 4.8. Modele materiałów: a) plastycznego, b) sprężysto-plastycznego, c) sprężysto-plastycznego z umocnieniem oraz d) sprężystego.

Materiał plastyczny (rys. 4.8a) charakteryzuje się tym, że do granicy plastyczności materiał nie odkształca się, a po przekroczeniu tej granicy, bez przyrostu naprężenia, następuje odkształcenie do zniszczenia elementu konstrukcyjnego.

Materiał sprężysto-plastyczny (rys. 4.8b) obejmuje dwa zakresy; sprężysty, będący zakresem, w którym występuje odkształcenie sprężyste charakteryzujące się tym, że po odjęciu obciążenia materiał wraca do swoich pierwotnych wymiarów geometrycznych, a po przekroczeniu granicy plastyczności  $R_e$  następuje odkształcenie plastyczne bez przyrostu naprężenia aż do zniszczenia elementu konstrukcyjnego.

Trzecim modelem materiału jest sprężysto-plastyczny z umocnieniem (rys. 4.8c). Materiał ten zachowuje się w początkowej fazie obciążenia jak materiał sprężysto-plastyczny, lecz po przekroczeniu granicy plastyczności odkształca się plastycznie przy przyroście wartości naprężenia (liniowo niższej jak w przypadku odkształcenia sprężystego).

Ostatnim, czwartym modelem materiałowym jest materiał sprężysty (rys. 4.8d). W tego rodzaju materiałach występuje wyłącznie odkształcenie sprężyste aż do zniszczenia elementu konstrukcyjnego.

Dla materiałów sprężystych (rys. 4.8 d) oraz zakresu odkształceń sprężystych dla materiału sprężysto-plastycznego (rys. 4.8 b i c), charakterystycznym parametrem jest współczynnik sprężystości wzdłużnej nazywany modułem Younga  $E$ , który oblicza się z wzoru (4.7).

$$E = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} \quad (4.7)$$

Po przekształceniu wzoru (4.7) otrzymuje się wzór na odkształcenie w procentach:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} \cdot 100\% \quad (4.8)$$

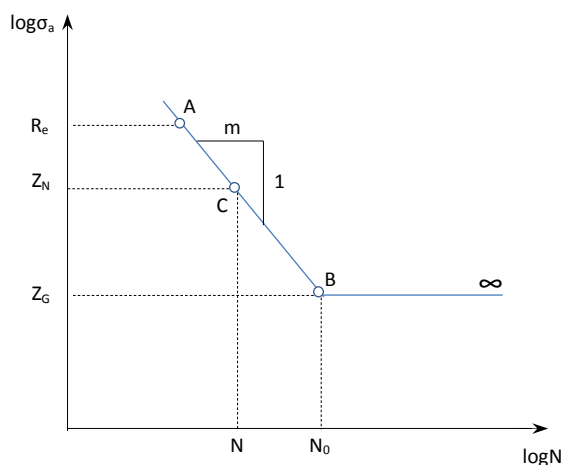
lub wartość naprężeń znając odkształcenie:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (4.9)$$

## 4.2.2. Własności cykliczne (zmęczeniowe) materiałów konstrukcyjnych

Jak wspomniano w punkcie 4.1.3 obciążenia zmienne sinusoidalne stanowią podstawę badań celem wyznaczenia cyklicznych (zmęczeniowych) własności mechanicznych materiałów konstrukcyjnych. W tym podręczniku problematyka własności cyklicznych ograniczona została do ujęcia naprężeniowego pomijając problematykę w ujęciu odkształceniowym i energetycznym. Wymieniona problematyka omówiona jest szeroko w monografii [3].

Podstawową charakterystyką własności cyklicznych w ujęciu naprężeniowym jest tzw. wykres Wöhlera, którego schemat, z podaniem podstawowych parametrów, pokazano na rys. 4.9.



Rys. 4.9. Schemat wykresu zmęczeniowego Wöhlera dla stali konstrukcyjnej;  $N$  – liczba cykli,  $N_0$  – liczba cykli odpowiadająca granicy zmęczenia

Wykres Wöhlera składa się z dwóch gałęzi:  $A B$  – odpowiadającej zakresowi ograniczonej trwałości  $N < N_0$ , oraz gałęzi  $B \infty$  – odpowiadającej zakresowi nieograniczonej trwałości  $N \rightarrow \infty$ . Zakres nieograniczonej trwałości zachodzi dla naprężeń zmiennych o amplitudzie  $\sigma_a \leq Z_G$  (gdzie  $Z_G$  jest to naprężenie określane jako granica zmęczenia) natomiast zakres ograniczonej trwałości zachodzi dla przypadku  $Z_G < \sigma_a \leq R_e$ .

Punkt  $C$  na wykresie odpowiada wytrzymałości zmęczeniowej  $Z_N$  przy trwałości zmęczeniowej  $N$ .

Wykres Wöhlera w zakresie ograniczonej trwałości zmęczeniowej (odcinek  $AB$ ) opisany jest wzorem:

$$\log \sigma_a = -\frac{1}{m} \log N + b \quad (4.10)$$

gdzie:  $m$  – jest współczynnikiem kierunkowym prostej  $AB$  (oraz wykładnikiem

potęgi w wykładniczej postaci wykresu zmęczeniowego)  
 b – wyraz wolny.

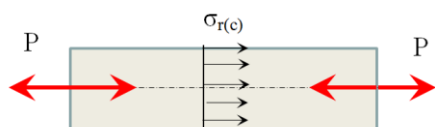
Cykliczne własności mechaniczne materiałów konstrukcyjnych podano w tabeli nr 8.3 w rozdziale 8 tego podręcznika.

## WYTRZYMAŁOŚĆ I TRWAŁOŚĆ ELEMENTÓW URZĄDZEŃ MEDYCZNYCH

### Naprężenia występujące w elementach konstrukcyjnych

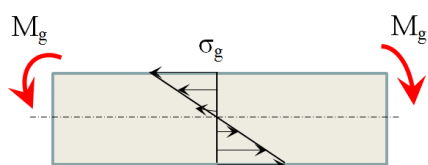
Elementy konstrukcyjne maszyn i urządzeń narażone są na różnego typu obciążenia. Obciążenia występujące w elementach konstrukcyjnych powodują naprężenia normalne  $\sigma$  (od rozciągania, ściskania i zginania) i styczne  $\tau$  (od ścinania i skręcania). Warunki wytrzymałościowe dla wyżej wymienionych obciążeń wraz z rozkładem naprężeń występujących w tych elementach (w tym przypadku pręt o przekroju okrągłym) przedstawiono na rys. 4.10.

a) (4.11)



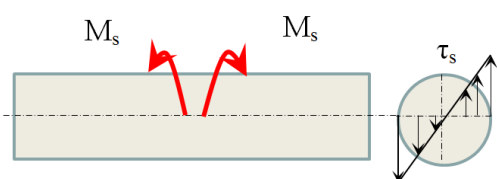
$$\sigma_{r(c)} = \frac{P}{F} \leq k_{r(c)}$$

b) (4.12)



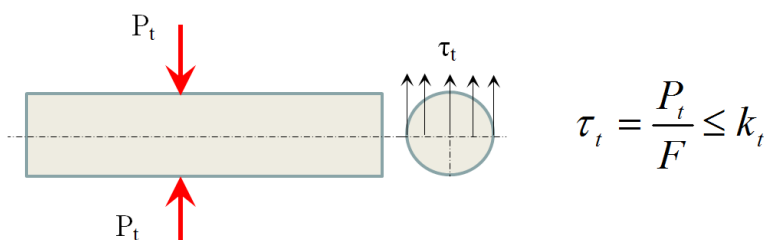
$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leq k_g$$

c) (4.13)



$$\tau_s = \frac{M_s}{W_0} \leq k_s$$

d) (4.14)



Rys. 4.10. Naprężenia oraz ich przedstawienie graficzne występujące w konstrukcji maszyn: obciążenia i naprężenia rozciągające i ściskające (a), zginające (b), skręcające (c) i ścinające (d).

Rys. 4.10a przedstawia rozkład naprężeń podczas rozciągania lub ściskania pręta siłą  $P$ . Naprężenia normalne  $\sigma_{r(c)}$  (rozciągające – r, ściskające – c) w tym przypadku są równe co do wartości w całym przekroju i mają kierunek zgodny z osią pręta. Wartość tych naprężeń równa się stosunkowi siły rozciągającej/ściskającej  $P$  do pola powierzchni przekroju poprzecznego pręta  $F$  i jest równa w całym przekroju. Naprężenia  $\sigma_{r(c)}$ , aby warunek wytrzymałościowy został spełniony, muszą być mniejsze lub równe odpowiednio dopuszczalnym naprężeniom rozciągającym lub ściskającym dla danego materiału  $k_{r(c)}$  ( $\sigma_{r(c)} \leq k_{r(c)}$ ).

Na rys. 4.10b przedstawiono rozkład naprężeń w przypadku, gdy element konstrukcyjny obciążony jest momentem gnącym (zginanie pręta). Naprężenia gnące  $\sigma_g$  równają się stosunkowi momentu gnącego do osiowego wskaźnika wytrzymałości  $W_x$  dla odpowiedniego przekroju (w tym przypadku dla koła). Maksymalne naprężenia zginające występują na powierzchni zewnętrznej, najdalej oddalonej od płaszczyzny  $X$ . Naprężenia  $\sigma_g$ , aby warunek wytrzymałościowy został spełniony, muszą być mniejsze lub równe dopuszczalnym naprężeniom gnącym dla danego materiału  $k_g$  ( $\sigma_g \leq k_g$ ).

Rys. 4.10c obrazuje rozkład naprężeń podczas skręcania elementu konstrukcyjnego. Skręcenie pręta powoduje moment skręcający  $M_s$ , który podzielony przez wskaźnik wytrzymałości względem środka przekroju pręta  $W_0$  daje naprężenia skręcające  $\tau_s$ . Maksymalne naprężenia skręcające występują na powierzchni najbardziej oddalonej od głównej osi symetrii pręta w przekroju poprzecznym. Warunek wytrzymałościowy dla tego rodzaju obciążenia jest spełniony, gdy naprężenia skręcające są mniejsze lub równe dopuszczalnym naprężeniom skręcającym  $k_s$  dla danego materiału ( $\tau_s \leq k_s$ ).

Czwartym przypadkiem obciążenia wywołującego naprężenia w elemencie konstrukcyjnym jest ścinanie (rys. 4.10d). Naprężenia ścinające  $\tau_t$  wywołane siłą tnącą  $P_t$  są równe tej sile podzielonej przez pole przekroju poprzecznego elementu konstrukcyjnego w miejscu ścinania. Naprężenia tnące, aby warunek wytrzymałościowy został spełniony, muszą być mniejsze lub równe dopuszczalnym naprężeniom tnącym dla danego materiału  $k_t$  ( $\tau_t \leq k_t$ ). Naprężenia tnące, w całym przekroju omawianego elementu konstrukcyjnego (pręta) mają tę samą wartość.

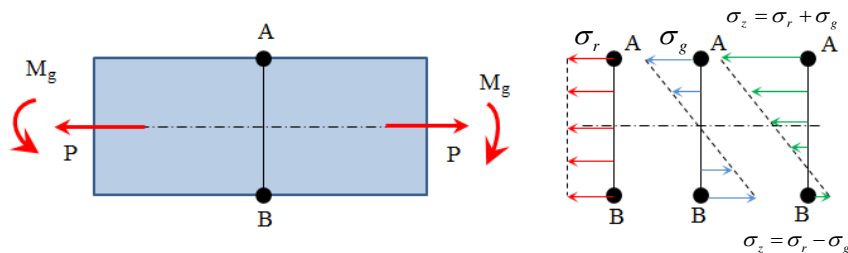
Jak czytelnik mógł zauważyć, naprężenia rozciągające lub ściskające i gnące oznaczone są literą  $\sigma$ , natomiast naprężenia skręcające i tnące literą  $\tau$ . Powodem tego rozróżnienia jest kierunek działania naprężeń w stosunku do osi głównej elementu konstrukcyjnego (w omawianym przypadku pręta). Literą  $\sigma$  oznaczamy naprężenia równoległe do osi (rys. 4.10a i b) natomiast literą  $\tau$  naprężenia prostopadłe do tej osi (rys. 4.10c i d). Ogólnie literą  $\sigma$  oznacza się naprężenia normalne (prostopadłe do przekroju) natomiast literą  $\tau$  oznacza się naprężenia styczne (leżące w przekroju).

W praktyce spotyka się przypadki złożonych stanów obciążenia. W przypadku naprężeń od obciążeń powodujących ten sam rodzaj naprężeń np. naprężenia normalne od rozciągania i ściskania  $\sigma_{r(c)}$  oraz od zginania  $\sigma_g$  naprężenie całkowite równe jest sumie naprężeń składowych:

$$(4.15) \quad \sigma_z = \sigma_{r(c)} + \sigma_g$$



co pokazano na schemacie – rys. 4.11.

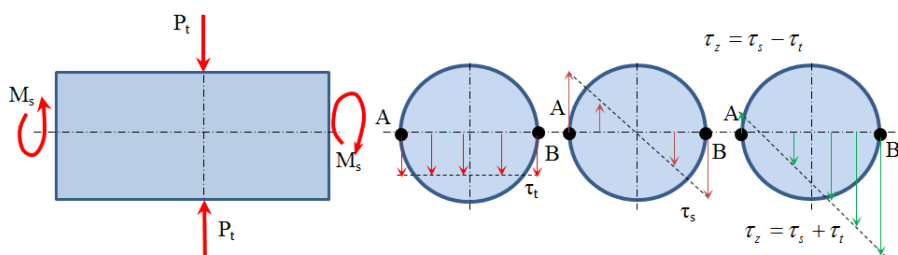


Rys. 4.11. Złożony stan obciążeń, zginanie z rozciąganiem

Podobnie w przypadku naprężeń stycznych od skręcania  $\tau_s$  i ścinania  $\tau_t$ .

$$\tau_z = \tau_s + \tau_t \quad (4.16)$$

co zilustrowano na rys. 4.12.



Rys. 4.12. Złożony stan obciążeń, ścinanie ze skręcaniem

W przypadku obciążeń złożonych, które powodują naprężenia różnego rodzaju: styczne  $\tau$  i normalne  $\sigma$  np. od rozciągania i ściskania i skręcania, naprężeń zastępczych  $\sigma_z$  nie oblicza się przez proste sumowanie, a według odpowiednich wzorów o postaci:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma^2 + a \cdot \tau^2} \quad (4.17)$$

gdy dominują naprężenia normalne  $\sigma$ , lub:

$$\tau_z = \sqrt{\frac{1}{a} \sigma^2 + \tau^2} \quad (4.18)$$

Gdy dominują naprężenia styczne  $\tau$ .

Wartości współczynnika  $a$  zależą od charakteru złożonych obciążeń i wynoszą dla (przykład dla stali konstrukcyjnej S235JR):

- rozciągania (ściskania) i skręcania  $a = (k_r/k_s)^2 = 2,8$ ,
- rozciągania i ścinania  $a = (k_r/k_t)^2 = 3,5$ ,
- zginania i skręcania  $a = (k_g/k_s)^2 = 3,2$ ,

- zginania i ścinania

$$a = (k_g/k_t)^2 = 4,0,$$

Należy zwrócić uwagę na zasadę, że sumowaniu naprężeń i obliczaniu naprężeń zastępczych  $\sigma_z$  podlegają naprężenia składowe występujące w tym samym punkcie przekroju.

## Naprężenia dopuszczalne, współczynniki bezpieczeństwa i warunki wytrzymałościowe

### a) *Naprężenia dopuszczalne w warunkach obciążeń statycznych i monotonicznych*

W obliczeniach wytrzymałościowych elementów konstrukcyjnych, w których nie dopuszcza się trwałych odkształceń plastycznych, podstawą obliczeń wartości naprężeń dopuszczalnych jest granica plastyczności  $R_e$ . Naprężenia dopuszczalne są mniejsze od granicy plastyczności i oblicza się je z wzoru:

$$k_i = \frac{R_{ei}}{x_e}, \quad (4.19)$$

gdzie:  $k_i$  – naprężenie dopuszczalne w oznaczeniu ogólnym,  
 $R_{ei}$  – ogólna granica plastyczności,  
 $i$  – indeks: r – rozciąganie, c – ściskanie, g – zginanie,  
s – skręcanie, t – ścinanie.  
 $x_e$  - współczynnik bezpieczeństwa.

Wartość współczynnika bezpieczeństwa  $x_e$  zależy od wartości tzw. rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$  oraz współczynnika wpływu wielkości przedmiotu  $\gamma$ .

$$x_e = \delta \cdot \gamma \quad (4.20)$$

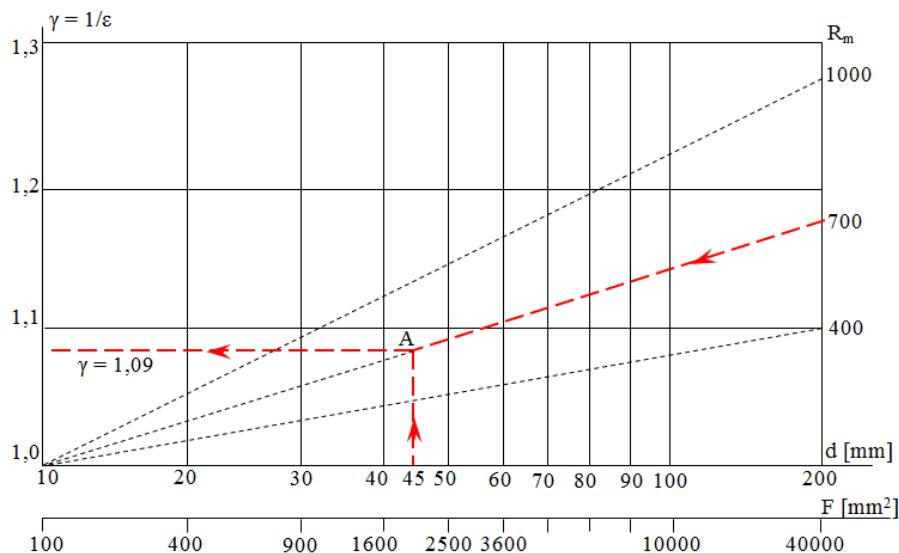
Wymagana wartość rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta_w$  zależy od kilku czynników i może być obliczona z wzoru:

$$\delta_w = \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3 \cdot \delta_4 \cdot \delta_5 \quad (4.21)$$

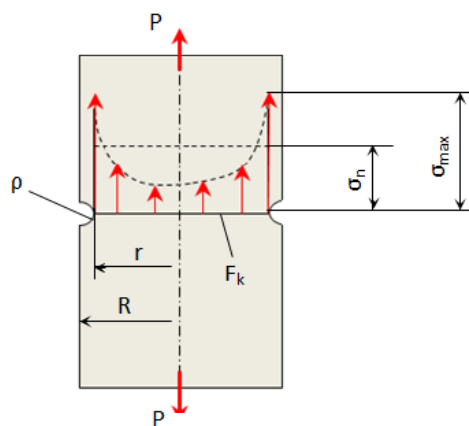
gdzie:

- $\delta_1 = 1,1 \div 1,2$  współczynnik zależny od stopnia niepewności danych o obciążeniach,
- $\delta_2 = 1,1 \div 1,2$  współczynnik zależny od stopnia niepewności danych o własnościach mechanicznych materiałów,
- $\delta_3 = 1,0 \div 1,1$  współczynnik zależny od dokładności wymiarowej elementu konstrukcyjnego,
- $\delta_4 = 1,1 \div 1,2$  współczynnik zależny od poziomu technologii,
- $\delta_5 = 1,0 \div 1,1$  współczynnik zależny od potencjalnych strat wynikających z uszkodzenia elementu konstrukcyjnego.

Wartość współczynnika zależnego od wielkości elementu konstrukcyjnego  $\gamma$  wyznacza się z wykresów podanych w literaturze [3]. Przykład takiego wykresu pokazano na rys. 4.13.



Rys. 4.13. Wykres zależności wartości współczynnika  $\gamma$  od średnicy próbki  $d$  lub pola przekroju elementu  $F$  dla materiałów konstrukcyjnych o wytrzymałości na rozciąganie  $R_m = 700$  MPa.



Rys. 4.14. Rozkład naprężeń w próbce z karbem

Na wykresie (rys. 4.13) zilustrowano sposób wyznaczania współczynnika  $\gamma$  dla elementu o średnicy  $d = 45$  mm wykonanego ze stali konstrukcyjnej o  $R_m = 700$  MPa. Linie wykresowe prowadzone są od wartości  $R_m$  do punktu  $d = 10$  mm (średnica znormalizowanych próbek), któremu odpowiada wartość  $\gamma = 1,0$ .

Z powyższych danych wynika, że współczynnik bezpieczeństwa  $x_e$  mieści się w przybliżeniu w granicach od 1,5 do 2,6 w krańcowo niekorzystnych warunkach (duże elementy o  $F = 40\,000$  mm<sup>2</sup>,  $R_m = 1000$  MPa, przy niepewnych danych o obciążeniach i własnościach mechanicznych materiału, o małej dokładności wykonania i niepowtarzalnej technologii wykonania oraz wysokich stratach w przypadku uszkodzenia elementu).

W przypadku materiałów sprężystych (rys.4.8d) naprężenia dopuszczalne oblicza się ze wzoru:

$$k_i = \frac{R_i}{x_m}, \quad (4.22)$$

gdzie:  $R_i$  jest wytrzymałością ( $R_m$  – rozciąganie,  $R_g$  – zginanie,  $R_s$  – skręcanie,  $R_t$  – ścinanie),

$x_m$  – współczynnik bezpieczeństwa przyjmowany w granicach 2,0 do 3,0.

#### b) Naprężenia dopuszczalne w warunkach obciążeń zmiennych

W przypadku obciążeń zmiennych rozważane są dwa przypadki: pierwszy gdy określa się naprężenia dopuszczalne dla zakresów ograniczonej i nieograniczonej trwałości oraz drugi gdy dla zadanej wartości naprężeń wyznacza się trwałość zmęczeniową elementu konstrukcyjnego.

Wartość naprężeń dopuszczalnych dla zakresu ograniczonej trwałości  $N < N_0$ :

$$k_{Ni} = \frac{Z_{Ni}}{x_z}, \quad (4.23)$$

natomiast dla zakresu nieograniczonej trwałości  $N \geq N_0$ :

$$k_{Gi} = \frac{Z_{Gi}}{x_z}, \quad (4.24)$$

gdzie:  $Z_N$  - wytrzymałość zmęczeniowa dla trwałości  $N$  cykli,

$Z_G$  - granica zmęczenia, wytrzymałość

zmęczeniowa dla  $N > N_0$ ,

$x_z$  - współczynnik bezpieczeństwa w warunkach obciążeń zmęczeniowych,

$i$  - indeks:

rc – rozciąganie – ściskanie ( $R = -1$ ), rj – jednostronne rozciąganie ( $R = 0$ ),

go – obustronne zginanie ( $R = -1$ ), gj – jednostronne zginanie ( $R = 0$ ),

so – obustronne skręcanie ( $R = -1$ ), sj – jednostronne skręcanie ( $R = 0$ ).

Wartości  $Z_{Ni}$  i  $Z_{Gi}$  – odczytuje się z wykresów o postaci pokazanej na rys. 4.9 lub z tabel własności zmęczeniowych materiałów (tabela 8.3). Współczynnik bezpieczeństwa  $x_z$  zależy od wielu czynników, głównie od:

- kształtu przedmiotu w miejscu koncentracji naprężeń (w miejscu inicjacji pęknięcia,
- stanu powierzchni i warstwy wierzchniej,
- wielkości przedmiotu,
- rodzaju obciążenia (osiowe, gnące, skręcające, wahadłowe i asymetryczne),
- oddziaływania środowiska (np. korozja).

Ogólna postać wzoru na obliczenie współczynnika bezpieczeństwa w warunkach obciążeń zmęczeniowych ma postać:

$$x_z = \delta \cdot \beta \cdot \gamma_z, \quad (4.25)$$

gdzie:  $\delta$  – jest tzw. rzeczywistym współczynnikiem bezpieczeństwa omówionym w punkcie a tego rozdziału,

$\beta$  – jest współczynnikiem spiętrzenia naprężeń zależnych od wpływu czynników wymienionych wyżej,

$\gamma_z = 1/\epsilon_z$  – współczynnik zależny od wielkości przedmiotu dla obciążeń zmiennych.

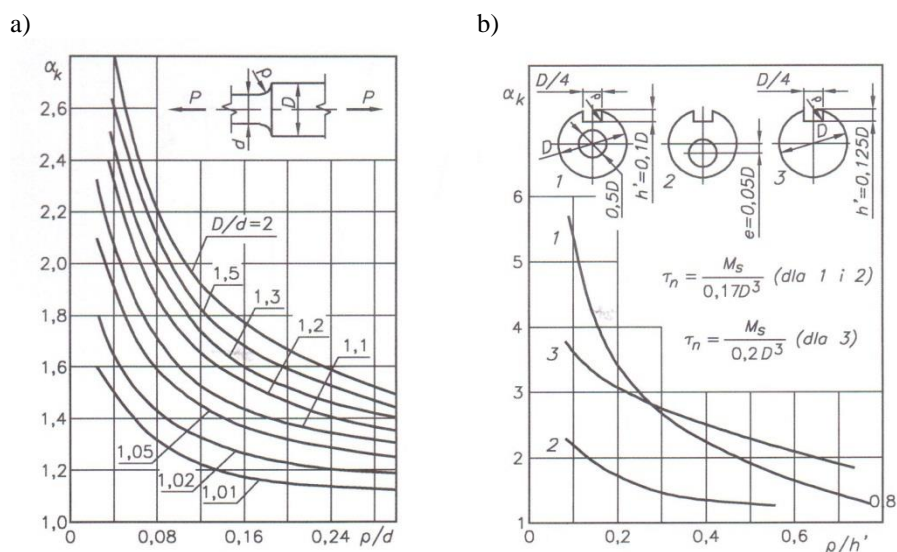
We wzorze (4.25) podstawowe znaczenie ma wartość współczynnika spiętrzenia naprężeń  $\beta$ . Spiętrzenie naprężeń wiąże się z efektem działania karbu. **Karbem** nazywa się wszelkiego rodzaju zmiany i nieciągłości kształtu elementu konstrukcyjnego. Przykład efektu działania karbu pokazano na rys. 4.14.

W materiałach sprężystych (według modelu 4.8d) spiętrzenie naprężeń opisywane jest współczynnikiem kształtu  $\alpha_k$ , który jest funkcją kształtu karbu ( $R/r$ ;  $\rho/r$ ) i może być wyrażony wzorem:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}, \quad (4.26)$$

gdzie:  $\sigma_n = P/F_k$  jest naprężeniem nominalnym.

W literaturze m. in. [3], [5] znaleźć można szereg wzorów na obliczenie wartości  $\alpha_k$  oraz liczne wykresy na wyznaczenie tego współczynnika. W tym opracowaniu pominięte zostały skomplikowane wzory, a przykłady wykresów pokazano na rys. 4.15.

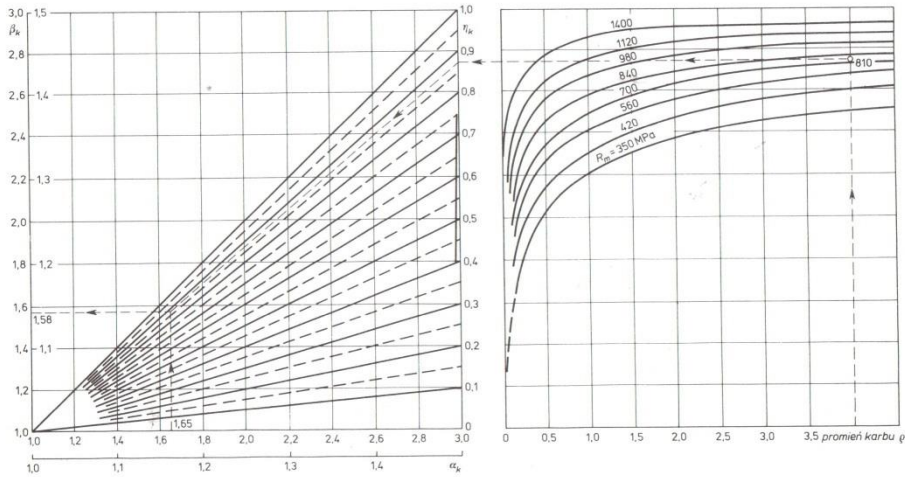


Rys. 4.15. Wykresy współczynnika  $\alpha_k$  dla: a) rozciąganego wałka z odsadzeniem, b) skręcanego wałka z rowkiem wpustowym [3]

Dla materiałów sprężysto-plastycznych naprężenia maksymalne w karbie osiągają mniejsze wartości opisywane współczynnikiem działania karbu  $\beta_k$ .

$$\sigma_{\max} = \beta_k \cdot \sigma_n \quad (4.27)$$

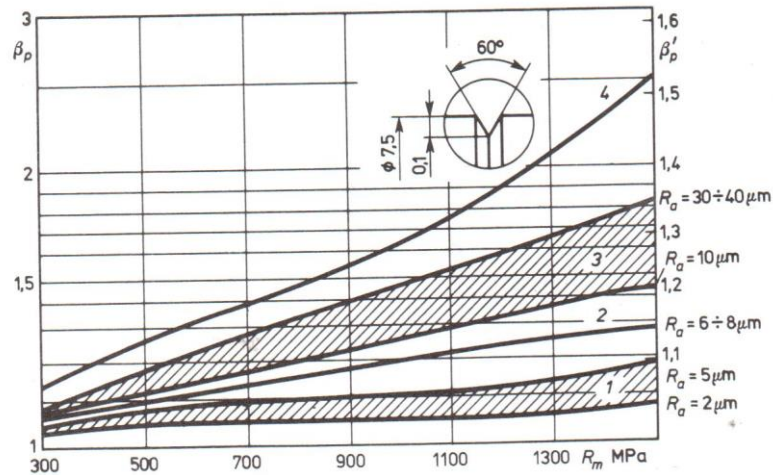
Podobnie jak w przypadku współczynnika  $\alpha_k$  – współczynnik  $\beta_k$  może być obliczony z wzorów lub odczytany z odpowiednich wykresów (rys. 4.16).



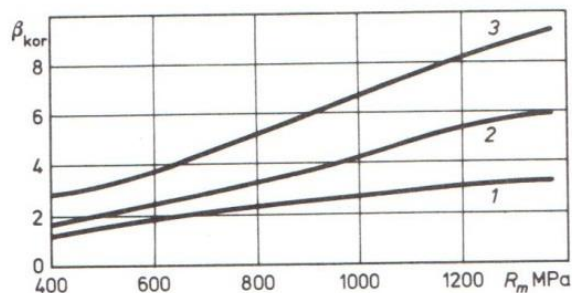
Rys. 4.16. Wykres do wyznaczania współczynnika działania karbu  $\beta_k$  [3]

Na łączne spiętrzenie naprężeń mają ponadto wpływ: stan powierzchni opisany współczynnikiem  $\beta_p$  (rys. 4.17), stan warstwy wierzchniej  $\beta_{pz}$  oraz korozja  $\beta_{kor}$  (rys. 4.18). Współczynnik  $\beta_p$  opisany jest czterema obszarami:

- 1- dla próbek szlifowanych,
- 2- dla próbek starannie toczonych,
- 3- dla próbek zgrubnie toczonych,
- 4- dla próbek z ostrym karbem obrączkowym.



Rys. 4.17. Współczynnik  $\beta_p$  stanu powierzchni [3]



Rys. 4.18. Wykres współczynnika wpływu korozji  $\beta_{kor}$  [3]: 1- w wodzie wodociągowej (próbki z karbem), 2- w wodzie wodociągowej (próbki gładkie) i w wodzie morskiej (próbki z karbem), 3- w wodzie morskiej (próbki gładkie)

Uwzględniając wymienione współczynniki – współczynnik spiętrzenia naprężeń  $\beta$  oblicza się z następujących wzorów:

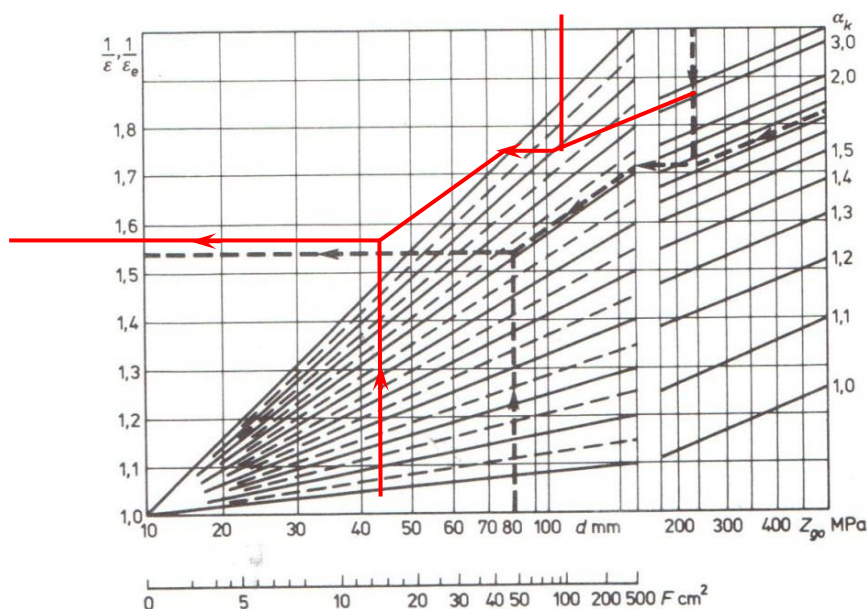
$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1, \quad (4.28)$$

$$\beta = \beta_k \cdot \beta_{pz}, \quad (4.29)$$

$$\beta = \beta_k \cdot \beta_{kor}. \quad (4.30)$$

Współczynnik  $\beta_{pz}$  zależy od stopnia umocnienia materiału na dnie karbu i zawiera się w granicach od 0,4 do 0,9. Szczegółowe dane na ten temat znaleźć można w monografii [3].

Współczynnik wpływu wielkości przedmiotu  $\gamma$  wyznacza się z wykresu pokazanego na rys. 4.19.



Rys. 4.19. Wykres współczynnika wielkości przedmiotu  $\gamma$  [3]

Powyższe zależności na obliczanie współczynnika bezpieczeństwa  $x_z$  dotyczą obciążeń sinusoidalnych symetrycznych o współczynniku asymetrii cyklu  $R = -1$ . W przypadku obciążeń asymetrycznych o  $R \neq -1$  należy wartość  $x_z$  obliczoną z wzoru (4.25) zmodyfikować wprowadzając współczynnik uwzględniający asymetrię cyklu  $f(R)$ , który można obliczyć z wzoru (4.31a, b i c) [6] i [7]:

$$f(R) = 1,3 \quad \text{dla } R < -1 \quad (4.31a)$$

$$f(R) = -0,4R + 1,2 \quad \text{dla } -1 \leq R \leq -0,5 \quad (4.31b)$$

$$f(R) = 1 \quad \text{dla } R > -0,5 \quad (4.31c)$$

W obliczeniach wstępnych (przybliżonych) można przyjąć następujące współczynniki bezpieczeństwa dla:

- obciążeń statycznych  $x_e = 1,5 \div 2,5$ ;  $x_m = 2,0 \div 3,0$ ,

- obciążeń zmiennych  $x_z = 3,5 \div 4,0$ .

Znając wartości współczynników bezpieczeństwa  $x_z$  można obliczyć wartości naprężeń dopuszczalnych zgodnie z wzorami (4.23) i (4.24).

Warunek wytrzymałościowy dla obliczanego elementu konstrukcyjnego ma postać:

- dla obciążeń statycznych

$$\sigma_{\max} \leq k_i, \quad (4.32)$$

- dla obciążeń zmiennych i zakresu ograniczonej trwałości

$$\sigma_{\max} \leq k_{Ni}, \quad (4.33)$$

- dla obciążeń zmiennych i zakresu granicy zmęczenia

$$\sigma_{\max} \leq k_{Gi}. \quad (4.34)$$

Alternatywnym sposobem obliczeń zmęczeniowych elementów konstrukcyjnych jest obliczenie wartości rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$  i porównanie jego wartości z wymaganą wartością  $\delta_w$ . Wzory na obliczenie wartości współczynnika  $\delta$  są prostym przekształceniem wzorów na naprężenia dopuszczalne i przyjmują postać:

- dla obciążeń statycznych

$$\delta = \frac{R_e}{\sigma_n \cdot \gamma}, \quad (4.35)$$

gdzie:  $\sigma_n$  – jest naprężeniem nominalnym w obliczanym przekroju od obciążenia zewnętrznego.

- dla obciążeń zmiennych symetrycznych ( $R = -1$ )

$$\delta = \frac{Z_G}{\sigma_a \cdot \beta \cdot \gamma} \quad (4.36)$$

- dla obciążeń zmiennych asymetrycznych ( $R \neq -1$ ), dla których

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m$$

$$\delta = \frac{Z_G}{\sigma_a \cdot \beta \cdot \gamma + \psi \cdot \sigma_m}, \quad (4.37)$$

gdzie:  $\psi$  – jest współczynnikiem wrażliwości materiału na asymetrię cyklu dla obciążenia osiowego:

$$\psi = \frac{2 \cdot Z_{rc} - Z_{rj}}{Z_{rj}}. \quad (4.38)$$

Podobnie oblicza się wartość  $\psi$  dla zginania wstawiając wartości  $Z_{go}$  i  $Z_{gj}$  i skręcania wstawiając wartości  $Z_{so}$  i  $Z_{sj}$ .

W przypadku jednoczesnego występowania naprężeń normalnych  $\sigma$  i stycznych  $\tau$  współczynnik  $\delta$  oblicza się z wzoru



$$\delta = \frac{\delta_{\sigma} \cdot \delta_{\tau}}{\sqrt{\delta_{\sigma}^2 + \delta_{\tau}^2}}. \quad (4.39)$$

Współczynnik  $\delta_{\sigma}$  i  $\delta_{\tau}$  oblicza się niezależnie dla obciążenia powodującego naprężenia normalne  $\sigma$  i obciążenia powodującego naprężenia styczne  $\tau$ .

W omówionym przypadku obliczeń sprawdzaniu podlega warunek

$$\delta \leq \delta_w, \quad (4.40)$$

gdzie  $\delta_w$  obliczane jest z zależności 4.21.

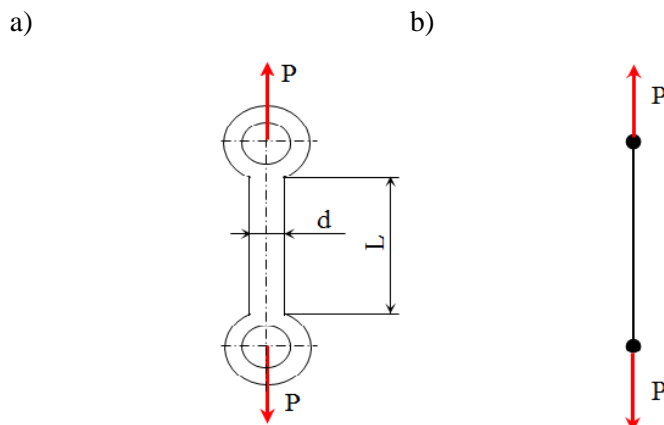
## PRZYKŁADY OBLICZEŃ

W zamieszczonych poniżej przykładach obliczeniowych, kierowano się następującą zasadą: zadanie sformułowano dla elementu przedstawionego w postaci schematu konstrukcyjnego oraz odpowiedniego modelu obliczeniowego.

W przytoczonych przykładach występują wielkości, których jednostki zestawiono w tabeli 8.10 (jednostki w układzie SI i ich równoważniki).

### Zadanie 4.1.

Obliczyć minimalną średnicę pręta  $d$  uchwytu obciążonego siłą rozciągającą  $P$  równą 8000 N jak na rysunku 4.20. Materiał pręta to stal S235JR, dla którego dopuszczalne naprężenia rozciągające  $k_r$  wynoszą 125 MPa. Obliczyć odkształcenie  $\varepsilon$  łącznika w części pomiarowej  $L$  dla modułu  $E = 2,1 \cdot 10^5$  MPa.



Rys. 4.20. Schemat uchwytu (a), model obliczeniowy (b)

### Rozwiązanie

- Warunek wytrzymałości pręta na rozciąganie (wzór 4.11):

$$\sigma_r = \frac{P}{F} \leq k_r, \quad (a)$$

Gdzie pole powierzchni przekroju pręta wynosi:

$$(b) F = \frac{\pi \cdot d^2}{4}.$$

Po podstawieniu wzoru na obliczenie F do wzoru (4.11) otrzymujemy postać:

$$\sigma_r = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2} \leq k_r. \quad (c)$$

Po odpowiednim przekształceniu w/w wzoru otrzymujemy nierówność:

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot k_r}} = \sqrt{\frac{32000}{426,25}} = 8,66 \text{ mm} \quad (d)$$

**Odpowiedź:** minimalna średnica pręta wspornika wynosi 8,66 mm. Przyjmujemy najbliższą znormalizowaną średnicę  $d = 10 \text{ mm}$ .

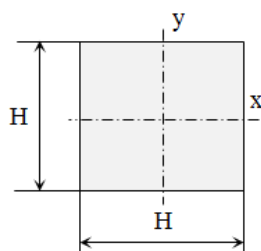
#### Zadanie 4.2.

Obliczyć naprężenia od zgnania  $\sigma_g$ , maksymalne ugięcie  $f$  i masę  $m$  belki będącej elementem ramy łóżka szpitalnego zbudowanego ze stali S235 obciążonej siłą  $P$  równą 4000 N dla dwóch przekrojów belki: kwadratowego – rys. 4.21 a, okrągłego – 4.21 b.

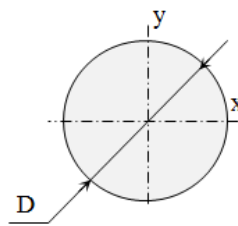
#### Dane:

$P = 4000 \text{ N}$	– siła obciążająca,
$a = 500 \text{ mm}$	– odległość przyłożenia siły do podpory A,
$L = 1000 \text{ mm}$	– długość belki,
$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$	– moduł sprężystości wzdłużnej (Younga) dla stali,
$\rho = 7,89 \text{ kg/dm}^3$	– gęstość materiału,
$H = D = 60 \text{ mm}$ .	

a)

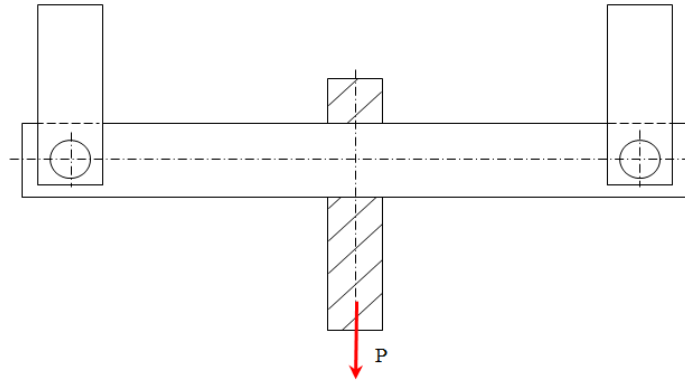


b)

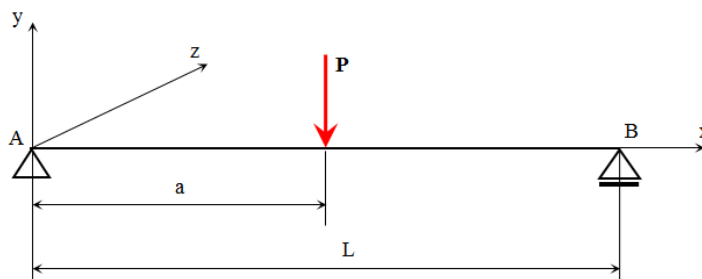


Rys. 4.21. Przekroje elementu konstrukcyjnego do zadania 4.2.

a)



b)



Rys. 4.22. Schemat dźwigni (a), model obliczeniowy (b)

**Rozwiązanie:**

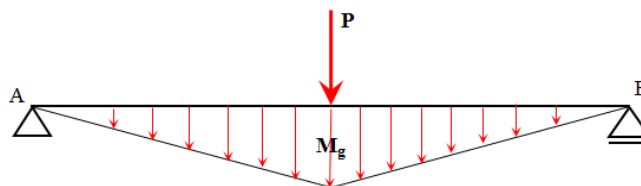
Pierwszym krokiem, aby obliczyć naprężenia gnące  $\sigma_g$  jest wyliczenie momentu gnącego  $M_g$  i osiowego wskaźnika wytrzymałości  $W_x$ . Do obliczenia  $M_g$  potrzebne jest obliczenie reakcji na siłę  $P$  w podporach A i B. Reakcja  $R_A = R_B$  ponieważ podpory A i B są w tej samej odległości od miejsca przyłożenia siły  $P$ .

$$R_A = R_B = \frac{P}{2} = \frac{4000}{2} = 2000N \quad (a)$$

Moment gnący równa się iloczynowi reakcji w podporze i odległości od podpory.

$$M_g = R_A \cdot a = 2000 \cdot 500 = 1000000Nmm = 1000Nm \quad (b)$$

Graficzne przedstawienie momentu gnącego  $M_g$  pokazano na rys. 4.23.



Rys. 4.23. Wykres momentów gnących  $M_g$

Obliczenia naprężeń od zginania  $\sigma_g$ , strzałki ugięcia  $f$  i masy  $m$  dla belki posiadającej stałą wartość jednego z głównych wymiarów przekroju:

a) Dla belki o przekroju kwadratowym o boku  $H = 60 \text{ mm}$

- Osiowy moment bezwładności :

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 1080000 \text{ mm}^4 \quad (\text{c})$$

- Osiowy wskaźnik wytrzymałości:

$$W_x = \frac{H^3}{6} = 36000 \text{ mm}^3 \quad (\text{d})$$

- Pole przekroju poprzecznego:

$$S = H^2 = 3600 \text{ mm}^2$$

(e)

- Maksymalna wartość strzałki ugięcia  $f$  :

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 1080000} = 0,367 \text{ mm} \quad (\text{f})$$

- Maksymalna wartość naprężeń zginających:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000000}{36000} = 27,8 \text{ MPa} \quad (\text{g})$$

-Masa belki:

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = 3600 \cdot 1000 \cdot (7,89 \cdot 0,000001) = 28,3 \text{ kg} \quad (\text{h})$$

b) w ramach ćwiczeń studiujący przeprowadzi obliczenia naprężeń gnących  $\sigma_g$ , maksymalnego ugięcia  $f$  i masy  $m$  dla belki o przekroju okrągłym o średnicy  $D = 60 \text{ mm}$ .

Wzory pomocnicze:

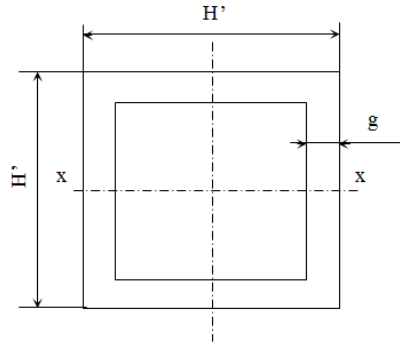
- osiowy moment bezwładności :

$$I_x = \frac{\pi \cdot D^4}{64}, \quad (\text{i})$$

- osiowy wskaźnik wytrzymałości:

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32}. \quad (\text{j})$$

c) Obliczyć naprężenie od zginania dla profilu kwadratowego o tej samej masie.



Rys. 4.24. profil kwadratowy z wymiarami ogólnymi, do zadania 3.2. c.

Pole przekroju  $S'$  dla profilu kwadratowego w przybliżeniu wynosi:

$$S' \approx 4H' \cdot g \rightarrow H' = \frac{S'}{4 \cdot g} = \frac{3600}{4 \cdot 10} = 90 \text{ mm} \quad (\text{k})$$

Uwaga: wzór (k) ma zastosowanie dla przypadku, gdy  $g \ll H'$ .

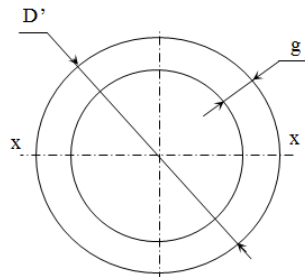
naprężenie gnące  $\sigma_g$  według wzoru (4.12) wynosi

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000000}{77037} = 12,98 \text{ MPa} \quad (\text{l})$$

Wskaźnik wytrzymałości  $W_x$  obliczono z wzoru z tabeli 8.2

$$W_x = \frac{H'^4 - (H' - 2g)^4}{6 \cdot H'} = 77037 \text{ mm}^3 \quad (\text{f})$$

d) Obliczyć naprężenie gnące dla profilu okrągłego o tej samej masie ( $D' = 100 \text{ mm}$ ).



Rys. 4.25. Dane geometryczne profilu okrągłego

$$S \approx \pi \cdot D' \cdot g \quad (\text{m})$$

Uwaga: wzór (m) ma zastosowanie dla przypadku, gdy  $g \ll D'$ .

$$g = \frac{S}{\pi \cdot D'} = \frac{3600}{3,14 \cdot 100} \cong 11,5 \text{ mm} \quad (\text{n})$$

naprężenia gnące obliczamy z wzoru (4.12).

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{10^6}{64846} = 15,42 \text{ MPa} \quad (\text{o})$$

**Wniosek:**

Zastosowanie belek drążonych o grubości ścianek  $g$ , spowodowało znaczny spadek wartości naprężeń gnących, w przypadku przekroju kwadratowego z wartości 27,8 MPa do wartości 12,9 MPa.

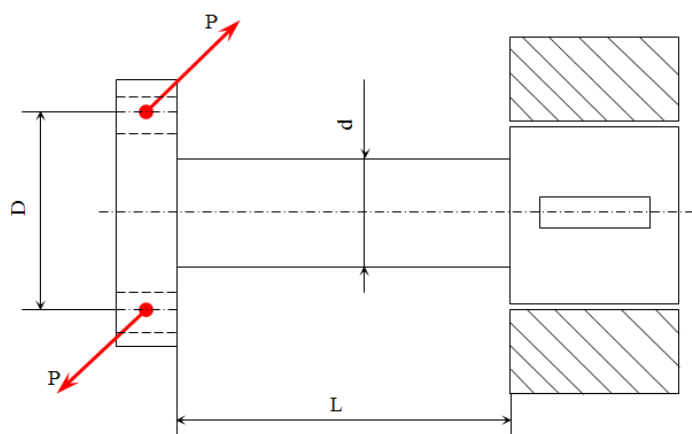
### Zadanie 4.3.

Drążek skrętny stalowy o przekroju okrągłym i wymiarach: długość  $l = 1000$  mm i średnica  $d = 50$  mm, obciążony jest parą sił  $P = 5000$  N na średnicy  $D = 200$  mm. (rys. 3.26). Obliczyć naprężenia od skręcania  $\tau_s$ , kąt skręcenia  $\varphi$  oraz masę pręta. Pomocnicze dane potrzebne do rozwiązania zadania to:

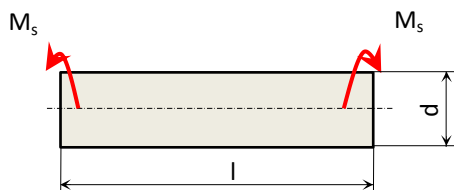
$G = 0,85 \cdot 10^5$  MPa – moduł sprężystości poprzecznej,

$\rho = 7,89$  kg/dm<sup>3</sup> – gęstość materiału.

a)



b)



Rys. 4.26. Schemat drążka skrętnego (a), model obliczeniowy (b)

### Rozwiązanie

Moment skręcający

$$M_s = P \cdot D = 5000 \cdot 0,2 = 1000 Nm \quad (a)$$

Naprężenia od skręcania opisane są wzorem (4.13):

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} \text{ gdzie } W_o \text{ to biegunowy wskaźnik wytrzymałości.} \quad (b)$$

Biegunowy moment bezwładności dla przekroju okrągłego (tabela 8.2) obliczyć można z wzoru:

$$I_o = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 6250000}{32} = 613281,25 mm^4 \quad (c)$$

Biegunowy wskaźnik wytrzymałości dla danego przekroju obliczamy (tabela 8.2) z wzoru:

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 125000}{16} = 24531,25 mm^3 \quad (d)$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2500}{4} = 1962,5 \text{ mm}^2 \quad (\text{e})$$

Wartość maksymalna naprężeń od skręcania wynosi:

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o} = \frac{1000 \cdot 10^3}{24531,25} = 40,76 \text{ MPa} \quad (\text{f})$$

Kąt skręcenia:

$$\varphi = \frac{M_s \cdot l}{G \cdot I_o} = \frac{1000 \cdot 10^3 \cdot 1000}{85000 \cdot 613281,25} = \frac{1000000000}{52128906250} = 0,0192 \cdot \frac{180}{\pi} = 1,1^\circ \quad (\text{g})$$

Masa belki:

$$m = V \cdot \rho = l \cdot S \cdot \rho = 1000 \cdot 1962,5 \cdot 0,000001 \cdot 7,89 = 15,48 \text{ kg} \quad (\text{h})$$

#### Zadanie 4.4.

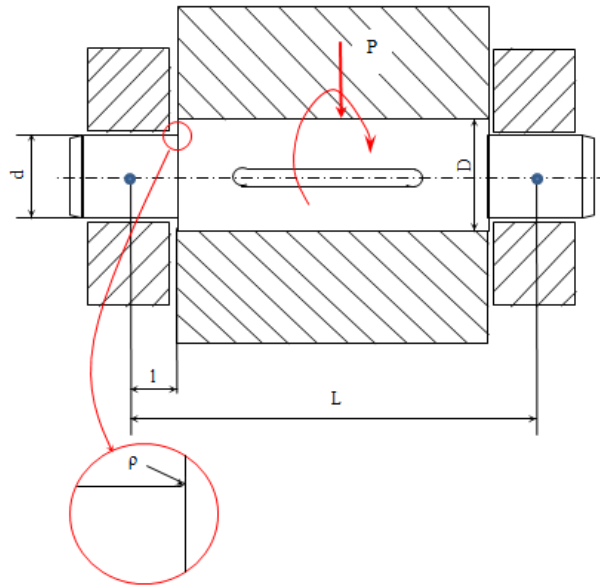
Obliczyć wartość rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$  czopa ruchomej osi, przedstawionej na rysunku 4.27, wykonanej z ulepszonej stali konstrukcyjnej. Przejście promieniem jest umocnione krążkowaniem.

**Dane:**

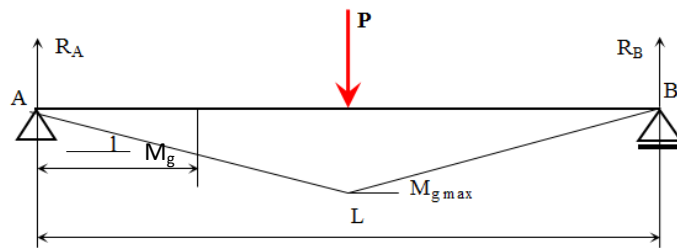
$R_m = 760 \text{ MPa}$ ,  $R_e = 520 \text{ MPa}$ ,  $Z_{go} = 300 \text{ MPa}$ . Czop obciążony wahadłowym zginaniem (obrotowe zginanie).

Schemat osi pokazano na rys. 4.27. Oś obciążona jest siłą  $P = 25000 \text{ N}$ , długość  $L = 500 \text{ mm}$ , pozostałe dane:  $D = 60 \text{ mm}$ ,  $d = 50 \text{ mm}$ ,  $\rho = 5 \text{ mm}$ .

a)



b)



Rys. 4.27. Schemat osi ruchomej (a), model obliczeniowy (b).

Wzór na rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa:

$$\delta = \frac{Z_{go}}{\beta \cdot \gamma \cdot \sigma_{na}} \quad (a)$$

nominalna amplituda naprężenia wynosi:

$$\sigma_{na} = \frac{M_g}{W_x} = \frac{M_g}{0,1 \cdot d^3} = 100 \text{MPa} \quad (b)$$

gdzie:

$$M_g = R_A \cdot l = 12500 \cdot 100 = 1250000 \text{Nmm}$$

Z wykresu współczynnika  $\alpha_k$  dla zginanego wałka z odsadzeniem (rys. 4.28) otrzymujemy stosunek

$$\frac{R}{r} = \frac{30}{25} = 1,2 \quad (c)$$

i następnie

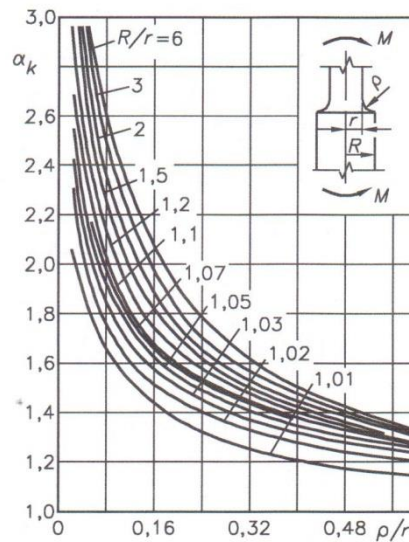
$$\frac{\rho}{r} = \frac{5}{25} = 0,2 \quad (d)$$



Z tego samego wykresu odczytujemy  $\alpha_k = 1,65$ .

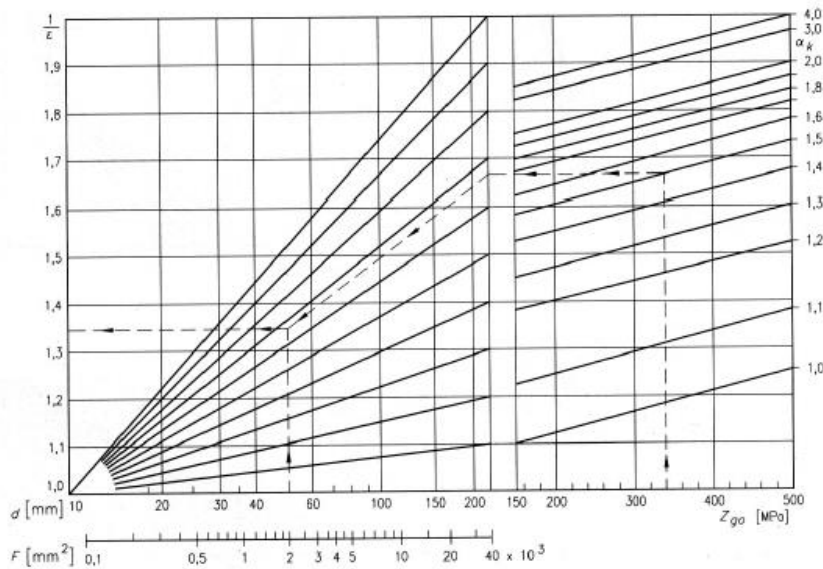
Współczynnik  $\beta_k$  odczytujemy z wykresu do wyznaczania  $\beta_k$  (rys. 4.16 lub 8.4).

$\beta_k = 1,58$ .



Rys. 4.28.  $\alpha_k$  przy zginaniu próbki okrągłej [3].

Współczynnik  $\beta_{pz}$ , uwzględniający wpływ ulepszenia warstwy wierzchniej oceniany na podstawie danych odczytanych z tabeli [3] dla krążkowania i średnicy  $d = 50$  mm jest równy  $\beta_{pz} = 0,8$ .



Rys. 4.29. Wykres do wyznaczania współczynnika wielkości przekroju  $\varepsilon$  [3]

Następnym krokiem jest obliczenie współczynnika spiętrzenia naprężeń  $\beta$ :

$$\beta = \beta_k \cdot \beta_{pz} = 1,58 \cdot 0,8 = 1,26 \quad (e)$$

Z wykresu na rys. 4.30 odczytujemy współczynnik wielkości przekroju  $\varepsilon$ :

Współczynnik wielkości przedmiotu  $\gamma = 1/\varepsilon$  dla elementów konstrukcyjnych, znajdujemy współczynnik:

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 1,43 \Rightarrow \varepsilon = 0,7 \quad (f)$$

Podstawiamy wyznaczone współczynniki do pierwszego wzoru, pamiętając, że  $\sigma_m = 0$  (obciążenie wahadłowe)

$$\delta = \frac{300}{1,26 \cdot 1,43 \cdot 100} = 1,66 \quad (g)$$

### **Wniosek**

Wartość współczynnika bezpieczeństwa w przypadku mniej odpowiedzialnych elementów odpowiada wartościom praktycznym.

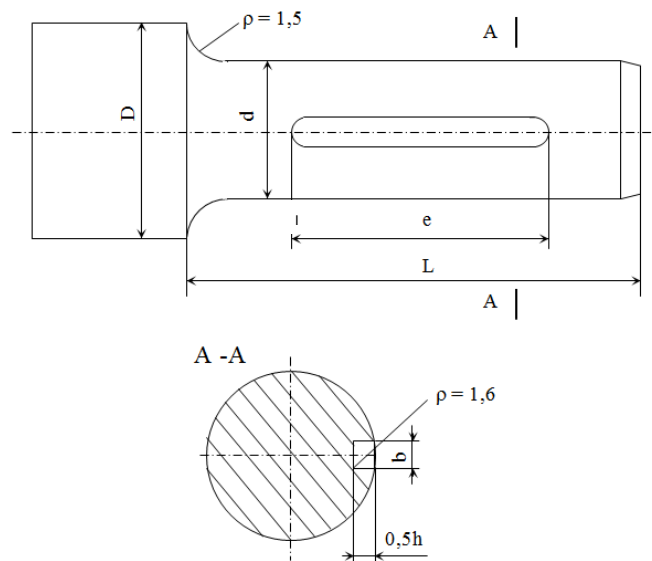
Uwaga: w miejscu wystąpienia karbu w przekroju czopa występują naprężenia zmienne od zginania  $\sigma_{na} = 300$  MPa znacznie większe od naprężeń od ścinania  $\tau_{at} = 6,4$  MPa. W związku z powyższym w obliczeniach współczynnika bezpieczeństwa pomija się wpływ naprężeń od ścinania.

### **Zadanie 4.5.**

Czop sprzęgłowy wału wykonanego z ulepszonej stali konstrukcyjnej o  $R_m = 760$  MPa, poddany jest odzerowo-tętnącemu skręcaniu. Moment maksymalny  $M_{s \max} = 1152$  Nm. Czop wykonany został dokładnym toczeniem, natomiast rowek wpustowy dokładnym frezowaniem. Granica zmęczenia  $Z_{so} = 190$  MPa. Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa.

### **Dane:**

$D = 55$  mm,  $d = 40$  mm,  $L = 60$  mm,  $l = 50$  mm,  $b = 10$  mm,  
 $0,5h = 4$  mm. Pozostałe dane przedstawiono na rys. 4.30.



Rys. 4.30. Czop sprzęgłowy wału

Z rys. 4.30 wynika, że pęknięcie zmęczeniowe może wystąpić w przekroju zmiany średnicy czopa lub w przekroju osłabionym rowkiem wpustowym. Obliczyć zatem należy dwa współczynniki bezpieczeństwa  $\delta$ .

Dane w obliczeniach dla rowka wpustowego oznaczmy znakiem prim (').

**a) Współczynnik bezpieczeństwa w przekroju zmiany średnicy czopa:**

Odpowiednie współczynniki potrzebne do obliczeń wyznaczono podobnie jak w zadaniu 4.4, z wykresów na rys. 4.15, 4.16 i 4.17 i wynoszą:

- $\alpha_k = 2,23 \rightarrow$  z wykresu odczytano dla  $\rho/r = 0,075$ ;  $R/r = 1,375$
- $\beta_k = 2,03 \rightarrow$  z rysunku dla  $\rho = 1,5$  mm,  $R_m = 760$  MPa i  $\alpha_k = 2,23$
- $\beta_p = 1,3 \rightarrow$  dla  $R_m = 760$  MPa i toczenia

Obliczamy wartość współczynnika spiętrzenia naprężeń:

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 = 2,03 + 1,3 - 1 = 2,33 \quad (a)$$

Współczynnik wielkości przedmiotu  $\gamma$ :

odczytane z wykresu dla  $\alpha = 2,23$  oraz dla  $d = 40$  mm

i przybliżonej wartości  $Z_{go} 0,45 R_m = 342$  MPa.

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon} = 1,36 \quad (b)$$

Współczynnik wrażliwości stali na asymetrię cyklu  $\psi_z$  dla skręcania:

$\psi_\tau = 0 \div 0,5$  przyjmujemy  $\psi_\tau = 0$  (zgodnie z tabelą 8.3)

Obliczamy naprężenia nominalne  $\tau_{n \max}$ :

$$\tau_{n \max} = \tau_{n_a} + \tau_{n_m} = \frac{M_{s \max}}{W_0} = \frac{1152 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 40^3} = 90 \text{ MPa} \quad (c)$$

Podstawiając uzyskane dane do wzoru na obliczanie rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$  pamiętając, że  $\tau_{na} = \tau_{nm} = 0,5 \tau_{n \max} = 45$  MPa otrzymujemy:

$$\delta = \frac{Z_{so}}{\gamma \cdot \beta \cdot \tau_{n_a} + \psi_\tau \cdot \tau_{n_m}} = 1,39 \quad (d)$$

Wartość rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa odpowiada wartościom przyjmowanym w praktyce dla elementów średniej jakości wykonania.

**b) w przekroju osłabionym rowkiem wpustowym.**

$$- \alpha_k' = 2,55 \text{ dla } \frac{\rho'}{0,5h} = \frac{1,6}{4} = 0,4 \quad (e)$$

-  $\beta_k' = 2,32$  dla  $\alpha_k' = 2,55$ ;  $\rho' = 1,6$ ;  $R_m = 760$  MPa

-  $\beta_p' = 1,1$  dla  $R_m = 760$  MPa i frezowania

Współczynnik spiętrzenia naprężeń  $\beta'$ :

$$\beta' = \beta'_k + \beta'_p - 1 = 2,42 \quad (\text{f})$$

Naprężenia nominalne ( $d_0 = 36 \text{ mm}$ ):

$$\tau'_{n_{\max}} = \frac{M_{s_{\max}}}{W'_0} = \frac{M_{s_{\max}}}{0,2d_0^3} = 123 \text{ MPa} \quad (\text{g})$$

$$\tau'_{n_a} = \frac{\tau'_{n_{\max}}}{2} = 61,5 \text{ MPa} \quad (\text{h})$$

Rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa w przekroju osłabionym rowkiem wpustowym wynosi:

$$\delta' = \frac{Z_{so}}{\gamma' \cdot \beta' \cdot \tau'_{n_a} + \psi_{\tau} \cdot \tau'_{n_m}} = 0,94 \quad (\text{i})$$

Z przedstawionych obliczeń wynika, że obliczany wał posiada możliwość do przyjęcia, ze względów praktycznych, wartość rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$  w przekroju zmiany średnicy czopa, natomiast w przekroju osłabionym rowkiem wpustowym wartość rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa  $\delta'$  jest niedopuszczalnie mała i wał wymaga umocnienia przekroju z rowkiem wpustowym (np. przez zwiększenie średnicy czopa lub dobór materiału o wyższej granicy zmęczenia).