

Rozdział I

Wiadomości wstępne i ogólne

Astronomia jako nauka

Astronomia : greckie *ástron* = gwiazda i *νόμος* = prawo

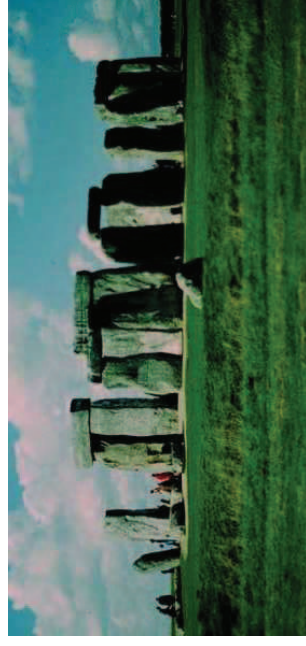
- Nauka zajmująca się badaniem własności fizycznych i ruchami **ciał niebieskich** - w tym Ziemi
 - ↳ Szczególna rola Słońca jako gwiazdy, Księżycą jako satelity Ziemi
- Jedność przyrody - ściśle powiązanie z fizyką, uniwersalność praw fizyki. (*Podział nauk ze względu na obiekt i metodę badań*)
- Obserwacja jako metoda badawcza astronomii
 - ↳ Szeroki zakres warunków fizycznych:
 - np.*
 - Temperatura od kilku Kelwinów do kilkuset milionów Kelwinów*
 - Gęstości materii od 10^{-24} kg/m³ do 10^{19} kg/m³*
 - ↳ Niepowtarzalność obserwacji, skala czasowa zjawisk ⇒ znaczenie tradycji w astronomii

Astronomia jako nauka

Jedna z najstarszych dyscyplin naukowych - kość Lembomba (~20000 p.n.e)



Namibia (4000 p.n.e)



Stonehenge (3000 p.n.e.)

Źródła informacji astronomicznych

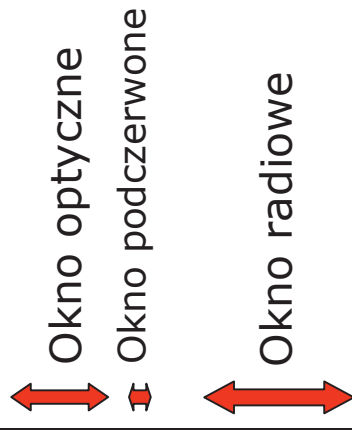
Promieniowanie elektromagnetyczne

$$\lambda = c/\nu \quad c = 299\,797.5 \text{ km/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

długość fali [m]

częstotliwość [Hz]

| Nazwa zakresu | Długość fali λ | Częstotliwość ν |
|-------------------------------|------------------------------|--|
| promieniowanie γ | <0.01 nm | > $3 \cdot 10^{19}$ Hz |
| promieniowanie rentgenowskie | 0.01 ÷ 0.1 nm 0.1 ÷ 10 nm | $3 \cdot 10^{19} \div 3 \cdot 10^{18}$ Hz $3 \cdot 10^{18} \div 3 \cdot 10^{16}$ Hz |
| promieniowanie ultrafioletowe | 10 ÷ 200 nm 200 ÷ 380 nm | $3 \cdot 10^{16} \div 1.5 \cdot 10^{15}$ Hz $1.5 \cdot 10^{15} \div 7.9 \cdot 10^{14}$ Hz |
| promieniowanie widzialne | 380 ÷ 750 nm | $7.9 \cdot 10^{15} \div 4 \cdot 10^{14}$ Hz |
| promieniowanie podczerwone | 750 nm ÷ 1 mm | $4 \cdot 10^{14} \div 10^{12}$ Hz |
| mikrofale | 1 mm ÷ 300 mm | 1000 GHz ÷ 1 GHz |
| UKF | 0.3 ÷ 10 m | 1 GHz ÷ 30 MHz |
| radiowe krótkie | 10 ÷ 100 m | 30 MHz ÷ 3 MHz |
| radiowe średnie i długie | 0.1 ÷ 30 km | 3 MHz ÷ 10 KHz |
| małej częstotliwości | > 30 km | < 10 KHz |



Nieprzezroczystość atmosfery

Promieniowanie elektromagnetyczne ulega w atmosferze pochłanianiu (absorpcji) oraz rozproszeniu. Oba efekty są przyczyną osłabiania natężenia promieniowania. Osłabienie to nosi nazwę ekstynkcji atmosferycznej.

Ekstynkcja zależy od długości fali (częstości) promieniowania.

Innym efektem atmosferycznym jest refrakcja. (O refrakcji i rozproszeniu będzie później)

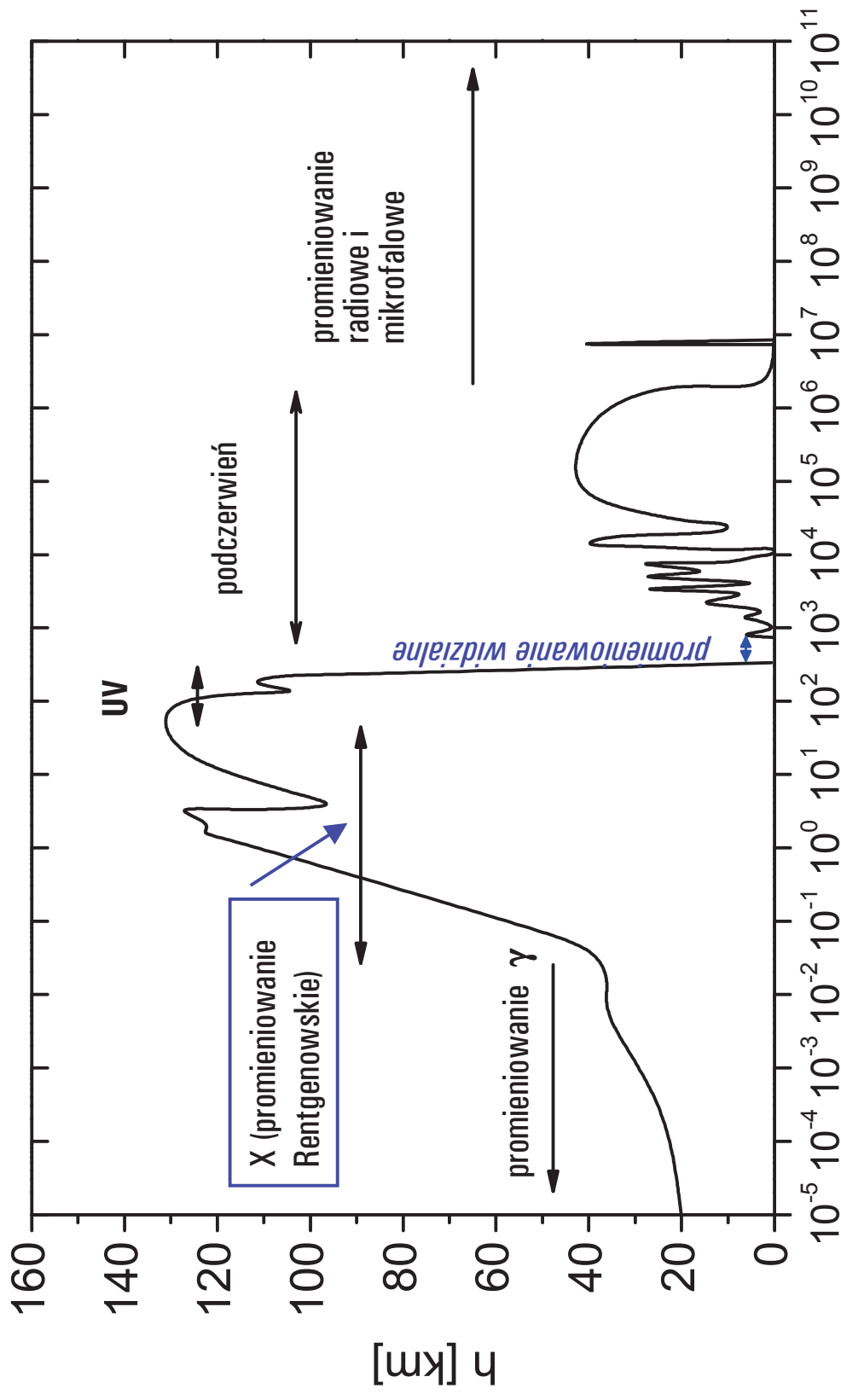
Współczynnik nieprzezroczystości atmosfery ziemskiej



Nb. Niebieski kolor nieba jest związany właśnie ze zjawiskiem rozproszenia światła na atomach i molekułach (rozpraszanie Rayleigha)

Ekstynkcja atmosferyczna - okna spektralne dla fal widzialnych i radiowych

Wysokość, do której dochodzi 50% wpadającego do atmosfery promieniowania



1 nm = 10^{-9} m

Długość fali λ [nm]

Dyscypliny astronomii i nauki pokrewne

Obserwacje naziemne

- Astronomia optyczna
- Radioastronomia

Obserwacje satelitarne

- Misje międzyplanetarne
- Pomiarowe
- Obserwacyjne
 - ✓ Obserwacje w zakresach niedostępnych z Ziemi
 - ✓ Optyczne teleskopy orbitalne (HST)

Dziedziny astronomii i nauki pokrewne

- Astronomia ogólna
- Astrofizyka
- Kosmologia
- Badania kosmiczne
- Astrochemia
- Planetologia (w tym geofizyka)
- Astrobiologia
-

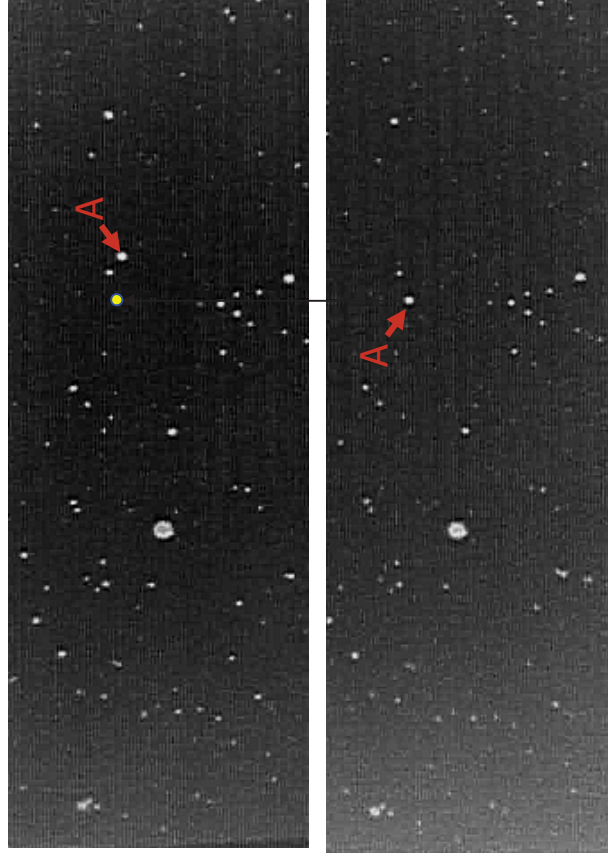
Dziedziny astronomii obserwacyjnej

- **Astrometria** (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- **Fotometria** (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- **Spektroskopia** (*Badanie widma promieniowania*)
- **Polarymetria** (*Badanie polaryzacji promieniowania*)

Obserwacje optyczne

- Astrometria (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- Fotometria (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- Spektroskopia (*Badanie widma promieniowania*)
- Polarymetria (*Badanie polaryzacji promieniowania*)

Obserwacje pozycyjne. PRZYKŁAD: Ruchy własne gwiazd

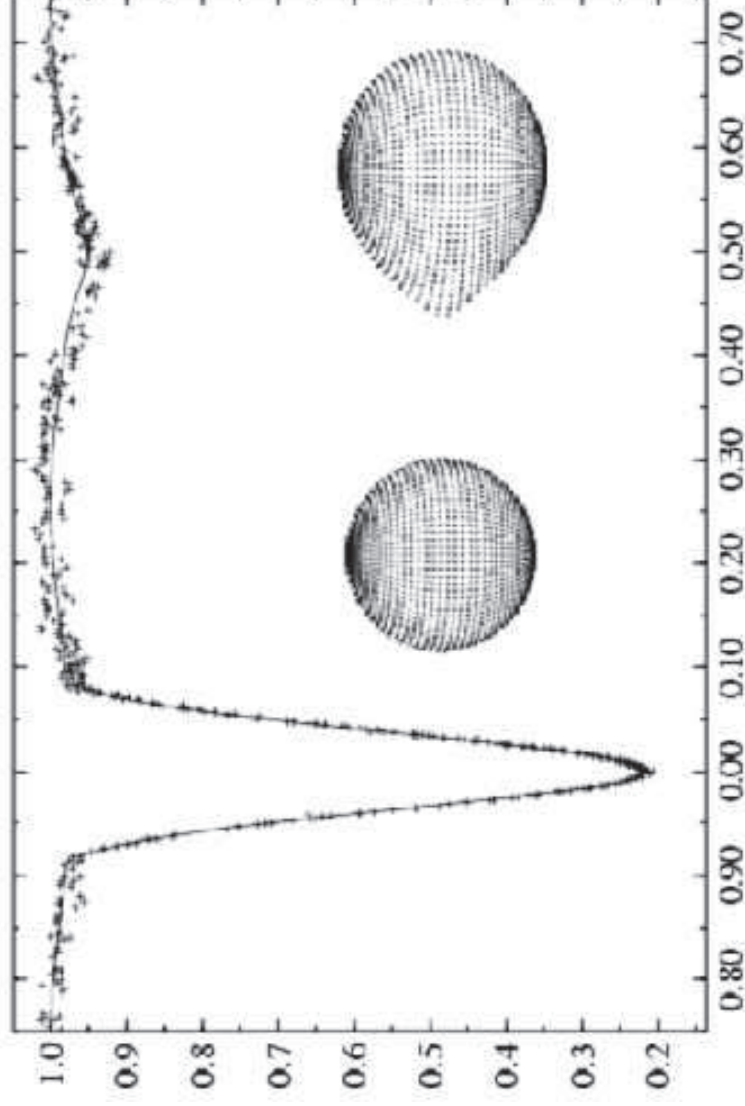


A – Gwiazda Barnarda

Obserwacje optyczne

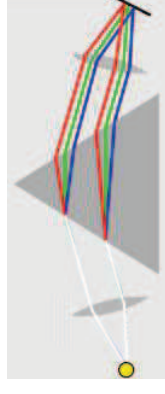
- **Astrometria** (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- **Fotometria** (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- **Spektroskopia** (*Badanie widma promieniowania*)
- **Polarymetria** (*Badanie polaryzacji promieniowania*)

PRZYKŁAD: Gwiazdy zmienne

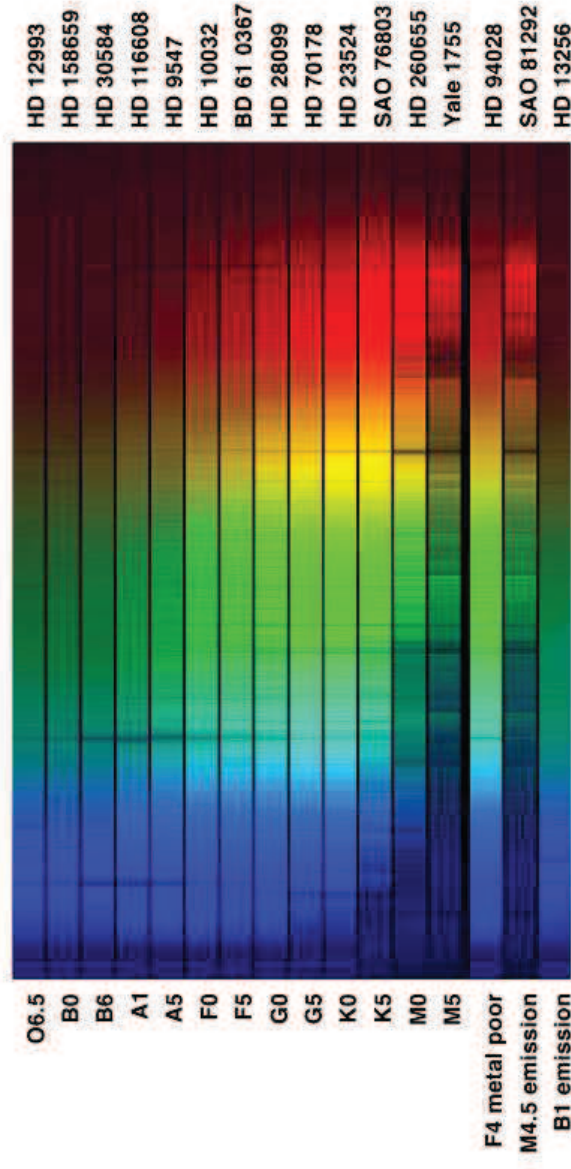


Obserwacje optyczne

- **Astrometria** (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- **Fotometria** (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- **Spektroskopia** (*Badanie widma promieniowania*)
- **Polarymetria** (*Badanie polaryzacji promieniowania*)



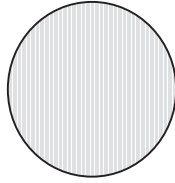
PRZYKŁAD: Typy widmowe gwiazd



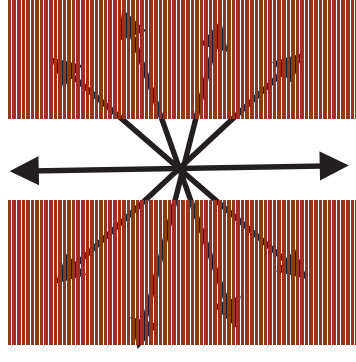
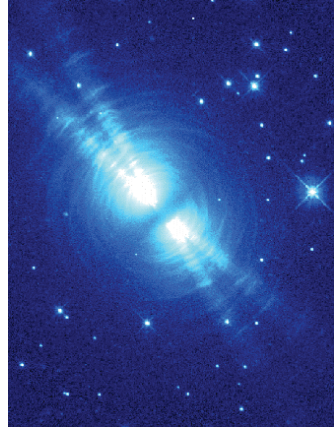
Obserwacje optyczne

- **Astrometria** (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- **Fotometria** (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- **Spektroskopia** (*Badanie widma promieniowania*)
- **Polarymetria** (*Badanie polaryzacji promieniowania*)

Sztuczne barwy informują o przestrzennej orientacji podłużnych ziarenek pyłu w polu magnetycznym w odległej mgławicy. Mgławica przepuściła tylko fale uporządkowane (spolaryzowane) w określony sposób.



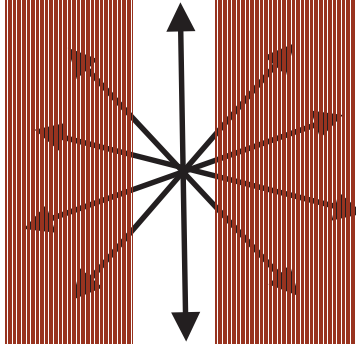
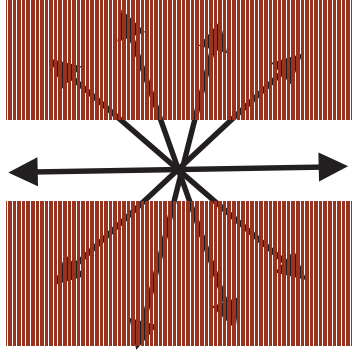
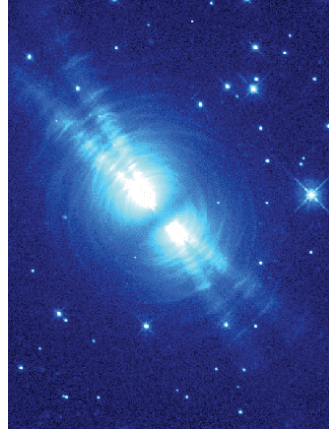
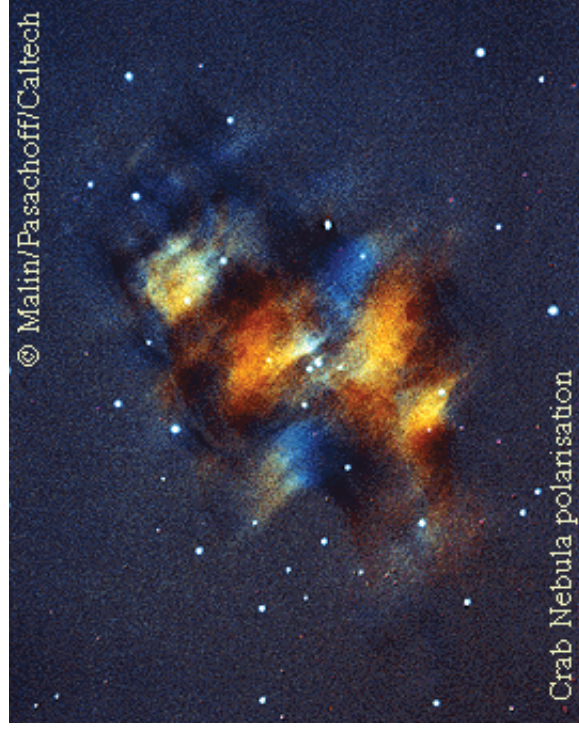
Światło niespolaryzowane



Obserwacje optyczne

- **Astrometria** (*Wyznaczanie dokładnych pozycji ciał niebieskich.*)
- **Fotometria** (*Wyznaczanie jasności ciał niebieskich.*)
- **Spektroskopia** (*Badanie widma promieniowania*)
- **Polarymetria** (*Badanie polaryzacji promieniowania*)

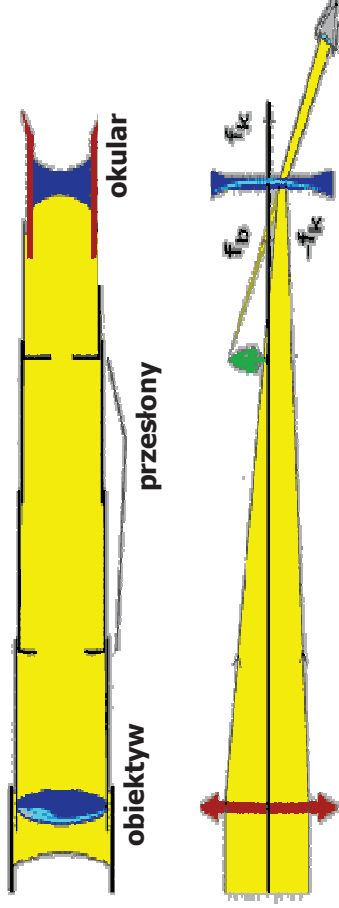
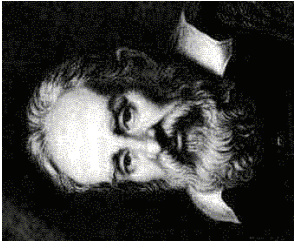
Sztuczne barwy informują o przestrzennej orientacji podłużnych ziarenek pyłu w polu magnetycznym w odległej mgławicy. Mgławica przepuściła tylko fale uporządkowane (spolaryzowane) w określony sposób.



Instrumenty astronomiczne:

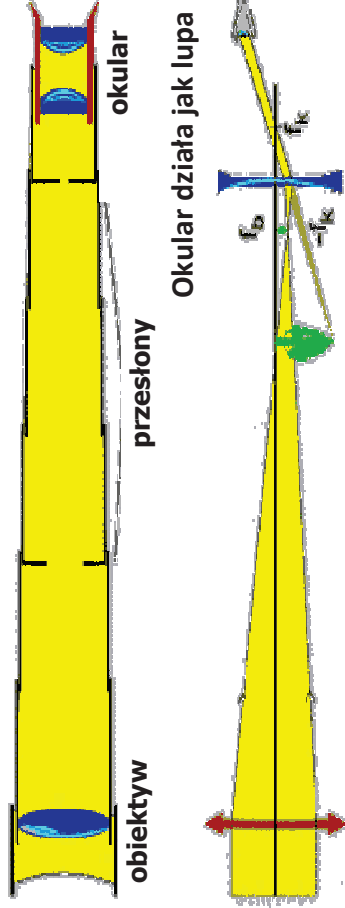
Lunety soczewkowe

Luneta Galileusza

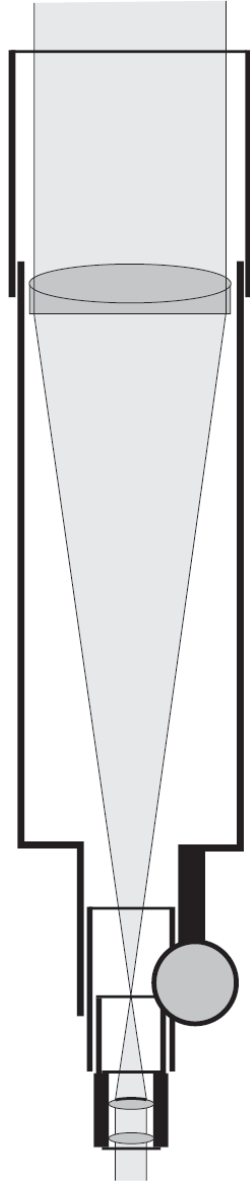


Obraz jest prosty

Luneta Keplera

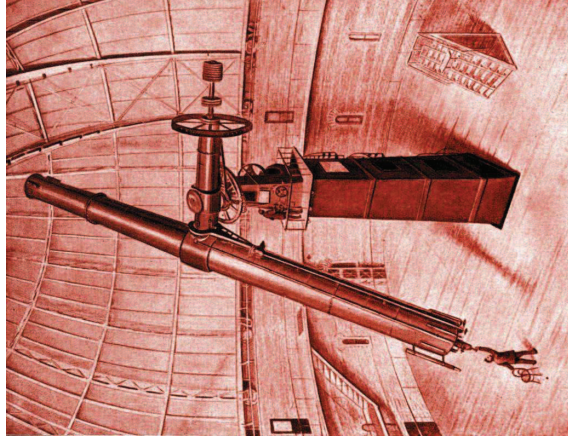


Obraz jest odwrócony



Instrumenty astronomiczne:

Lunety soczewkowe

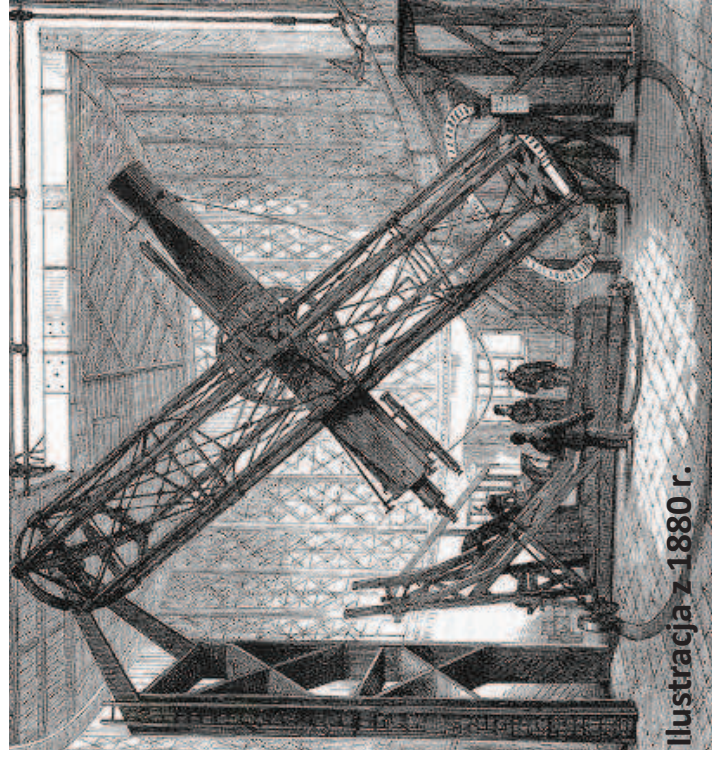


Największy refraktor

- Yerkes Observatory
- Rok budowy: 1897
- Średnica obiektywu: 1.02 m
- Długość 18 m
- Waga 20 ton



Teleskop Galileusza 1609

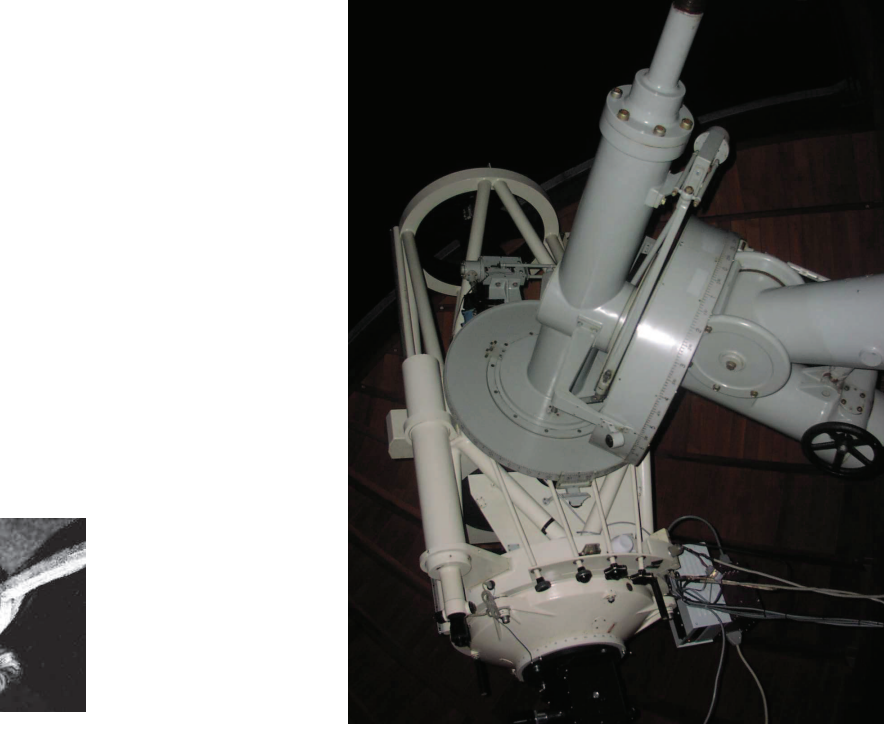


Wielki refrakcyjny teleskop równikowy
Królewskie Obserwatorium Astronomiczne
w Greenwich.
(W 1990 r. przeniesiony do Cambridge.)

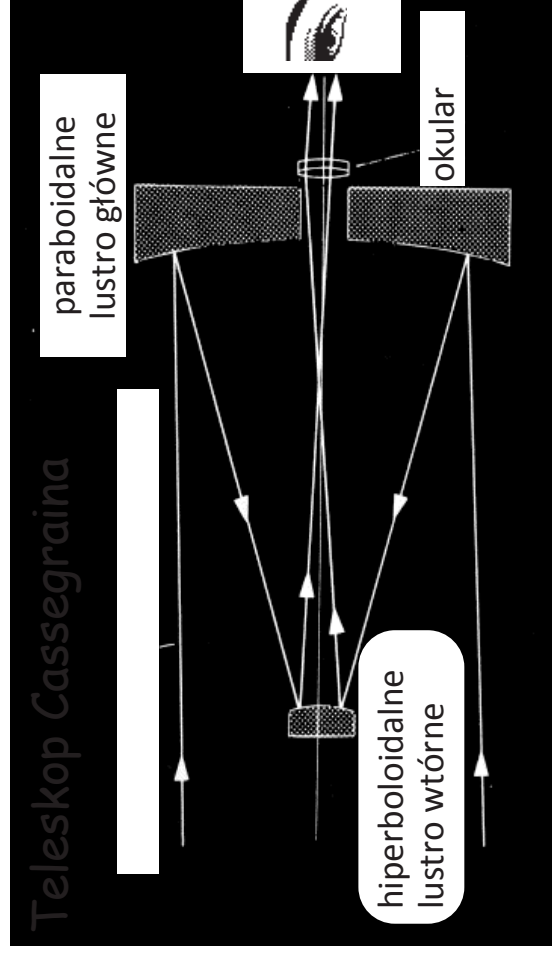
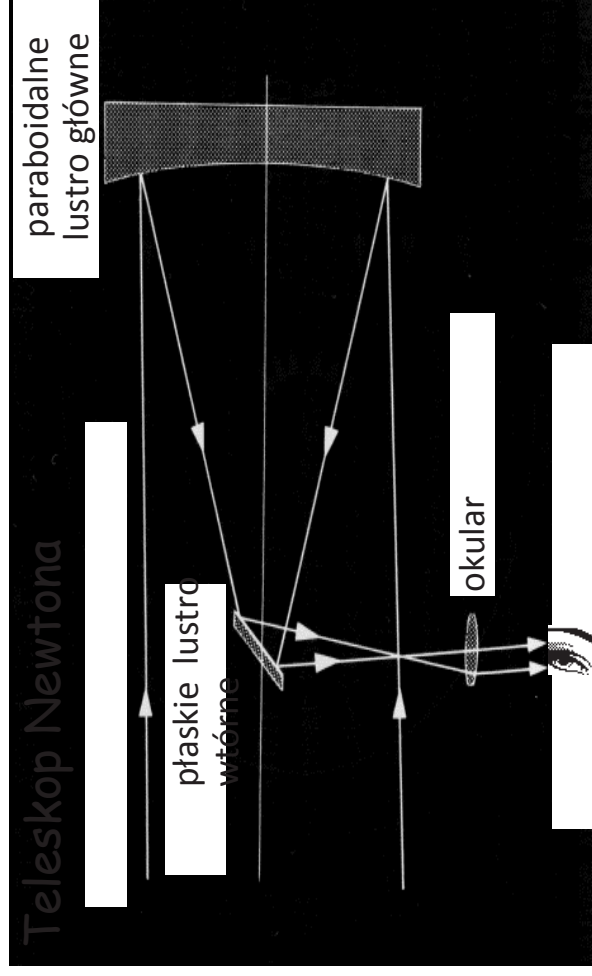


Instrumenty astronomiczne:

Teleskopy zwierciadłowe

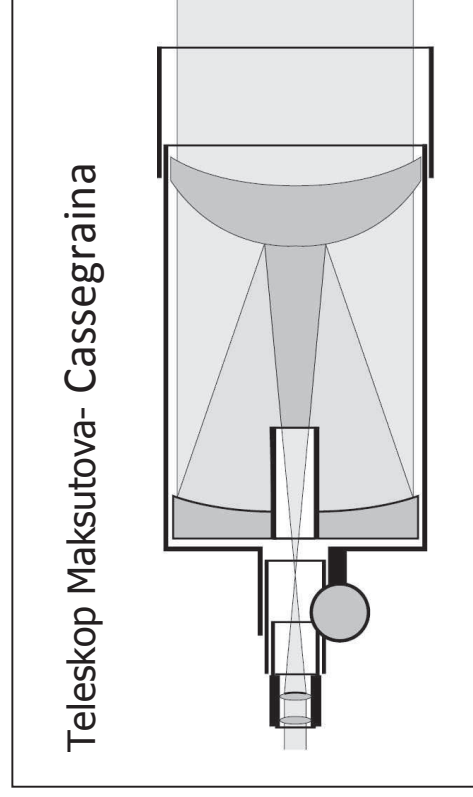
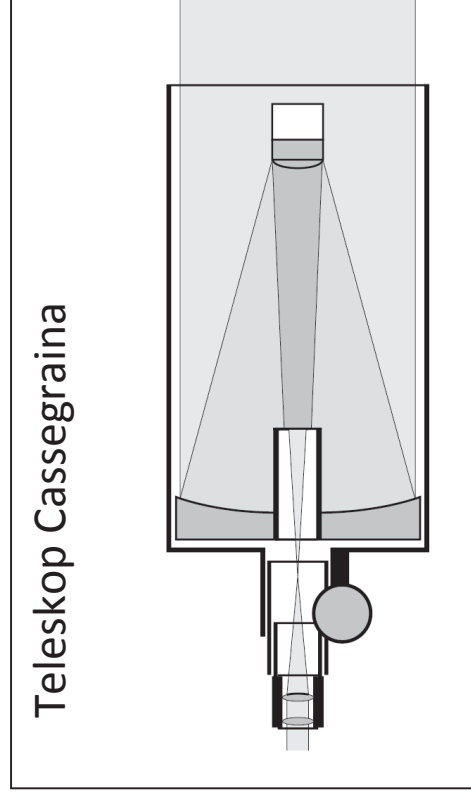
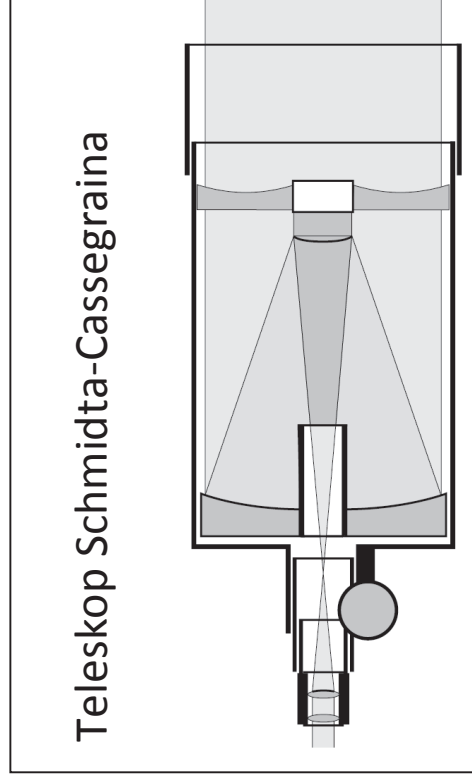
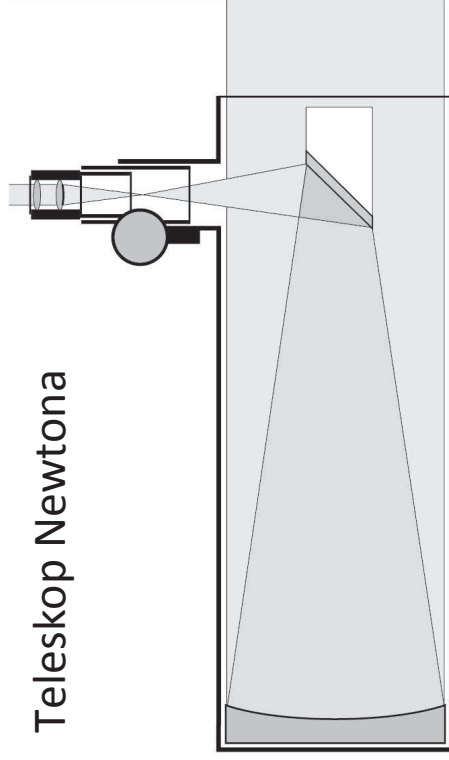


Teleskop Cassegraina (D=60cm)
w Obserwatorium Astronomicznym
Akademii Pedagogicznej na Suhorze



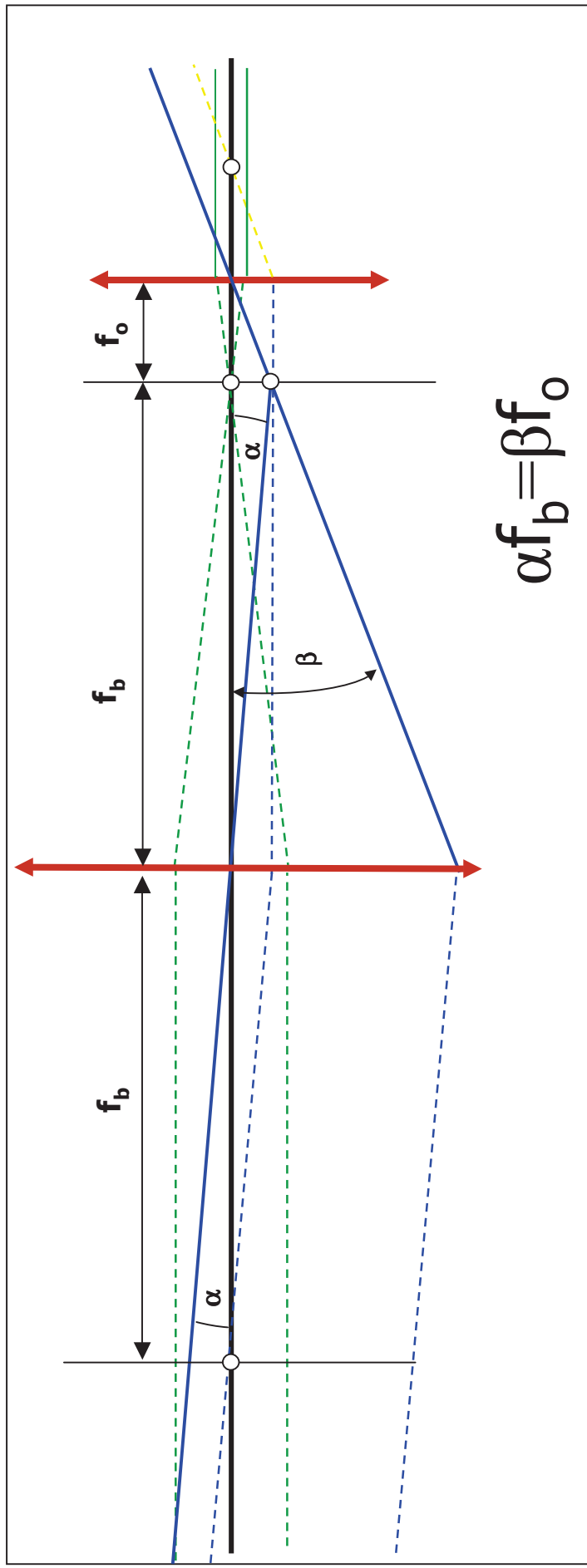
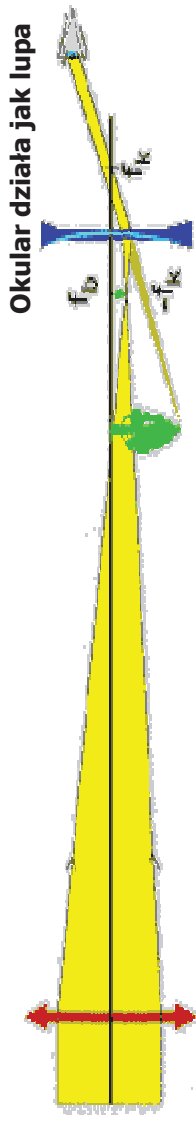
Instrumenty astronomiczne:

Teleskopy zwierciadłowe



Parametry instrumentów astronomicznych

Powiększenie kątowe $W = \frac{f_b}{f_k}$

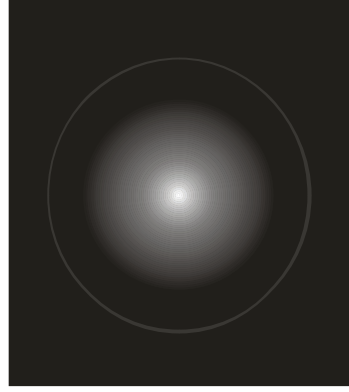


$$\alpha f_b = \beta f_o$$

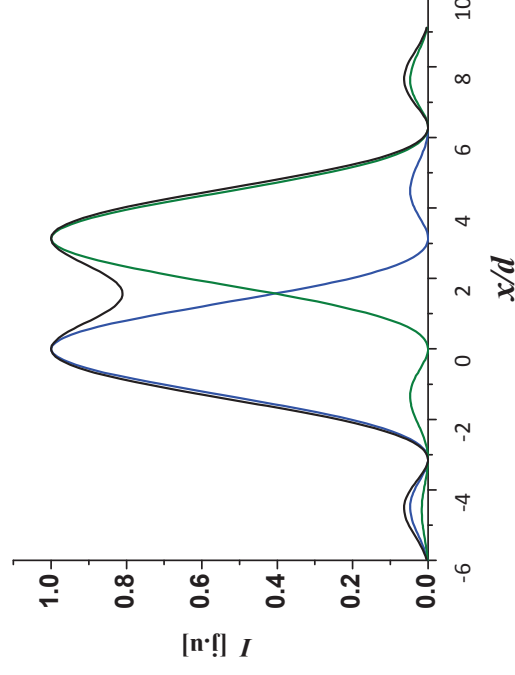
Parametry instrumentów astronomicznych

$$\text{Zdolność rozdzielcza } \rho = 2.44 \frac{\lambda}{D} \quad [\text{rad}]$$

Wyraża ona minimalną odległość kątową obiektów punktowych na niebie, przy której te obiekty jesteśmy jeszcze w stanie, przy użyciu danego teleskopu, rozpoznać jako oddzielne.



Obraz dyfrakcyjny otworu kołowego



W zakresie optycznym $\lambda \approx 550\text{nm}$ i zdolność rozdzielcza w sekundach łuku wynosi $\rho'' = 12''/D$ gdzie D jest w cm.

Parametry instrumentów astronomicznych

Dla obiektów punktowych (np. gwiazdy) jasność obrazu powstałego w ognisku jest proporcjonalna do powierzchni obiektywu.

Jest to powierzchnia zbierająca $S = \pi D^2 / 4$

Dla obiektów rozciągniętych (np. planety, galaktyki, komety) rozmiary liniowe tworzącego się w ognisku obrazu są proporcjonalne do ogniskowej.

Jasność powierzchniowa B obrazu jest wprost proporcjonalna do kwadratu średnicy D obiektywu i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu ogniskowej obiektywu f_b . tzn. $B \propto (D/f_b)^2$.

Stosunek f_b / D nazywamy światłością.

Zwróć uwagę, że w aparacie fotograficznym dwukrotny wzrost czasu naświetlania daje taki sam efekt jak spadek światłości o $\sqrt{2}$.

Stąd taki nietypowy szereg przystosów aparatu 2.8; 4, 5.6, 8, 11 ...

Kwadraty tych liczb tworzą ciąg geometryczny o podstawie 2.

Parametry instrumentów astronomicznych

Powiększenie kątowe $w = f_b / f_k$

W zakresie optycznym zdolność rozdzielcza w sekundach łuku wynosi $\rho'' = 12'' / D$ gdzie D jest w cm.

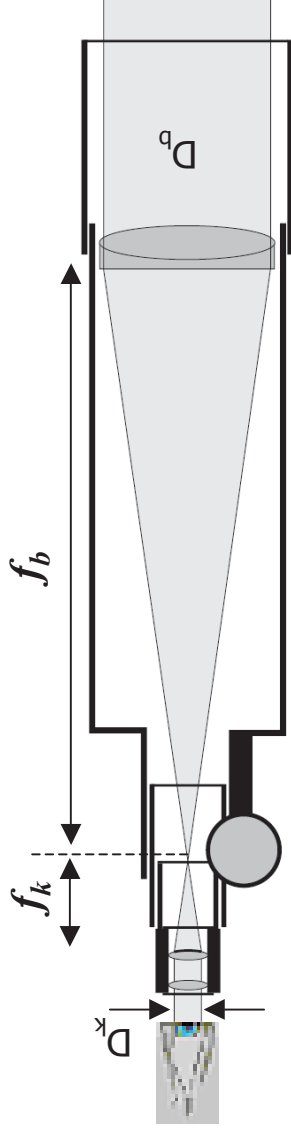
Średnica oka $d = 6\text{mm}$, a jego zdolność rozdzielcza wynosi $1' = 60''$

Powiększenie rozdzielcze to takie, przy którym ρ'' jest powiększane do $60''$.

$$w_r = 60'' / \rho'' = 5D \quad \text{gdzie } D \text{ jest w cm.}$$

Aby całe światło z okularu wpadło do źrenicy powiększenie musi być większe niż tak zwane

powiększenie minimalne $w_m = D/0.6$ gdzie D jest w cm.



Zwróć uwagę, że $w = f_b / f_k = D_b / D_k$, ale powinno być $D_k < 0.6\text{ cm}$, (po to by całe światło wychodzące z okularu trafiło do wnętrza oka)

Parametry instrumentów astronomicznych podsumowanie

Powiększenie kątowe $W = \frac{f_b}{f_k}$

Zdolność rozdzielcza $\rho = 2.44 \frac{\lambda}{D}$ [rad]

Wyraża ona minimalną odległość kątową obiektów punktowych na niebie, przy której te obiekty jesteśmy jeszcze w stanie, przy użyciu danego teleskopu, rozpoznać jako oddzielne.

W zakresie optycznym $\lambda \approx 550\text{nm}$ i zdolność rozdzielcza w sekundach łuku wynosi $\rho'' = 12''/D_b$ gdzie D_b jest w cm.

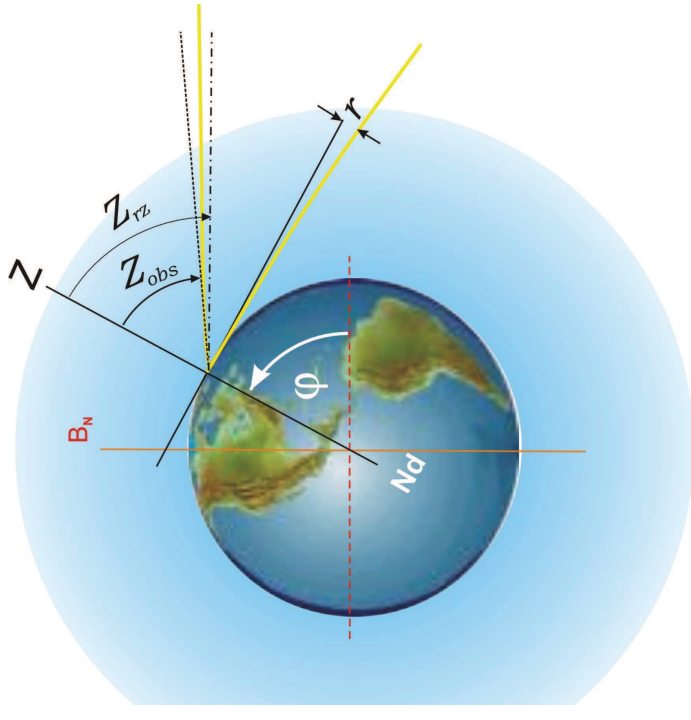
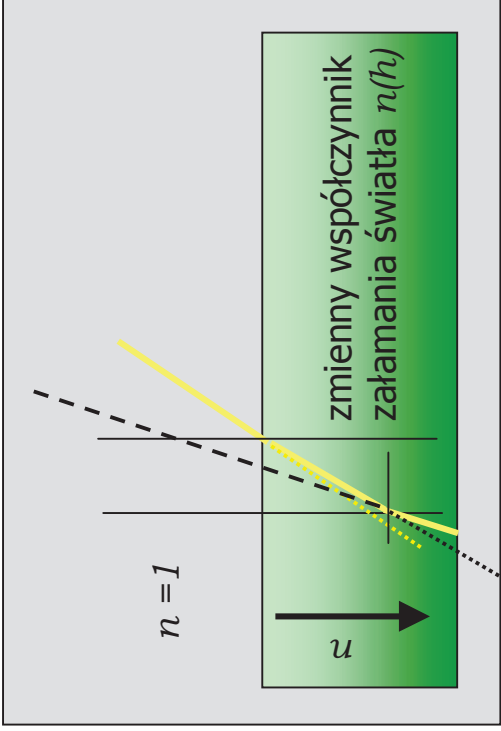
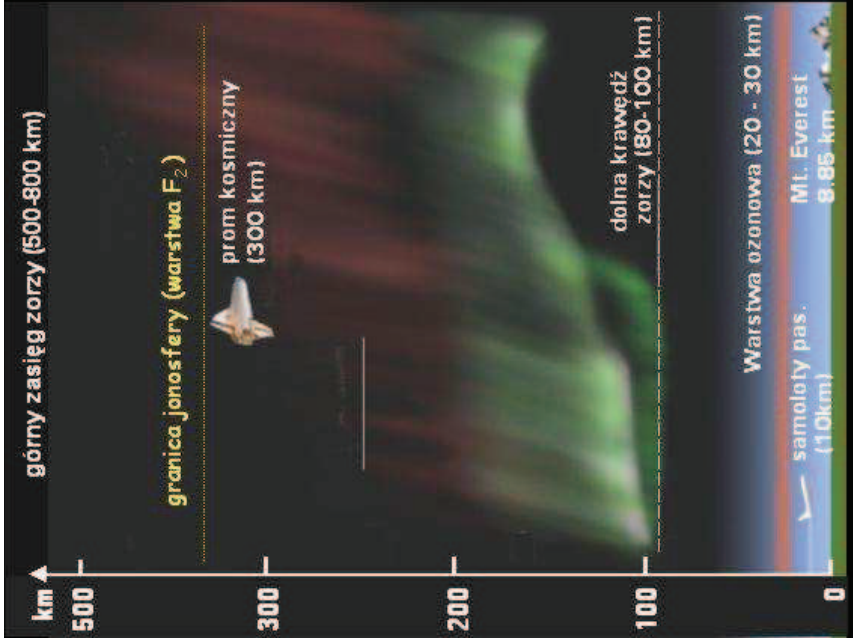
Średnica oka wynosi 6mm, a jego zdolność rozdzielcza wynosi $1' = 60''$

Powiększenie rozdzielcze to takie, przy którym ρ'' jest powiększane do $60''$. $w_r = 60''/\rho'' = 5D[\text{cm}]$
Aby całe światło z okularu wpadło do źrenicy powiększenie musi być większe niż tak zwane powiększenie minimalne $w_m = D/0.6$

Dla obiektów punktowych (np. gwiazdy) jasność obrazu powstałego w ognisku jest proporcjonalna do powierzchni obiektu.

Dla obiektów rozciągniętych (np. planety, galaktyki, komety) rozmiary tworzącego się w ognisku obrazu są proporcjonalne do ogniskowej. Jasność powierzchniowa $B = (D/f_b)^2$. Stosunek D/f_b nazywamy światłością.

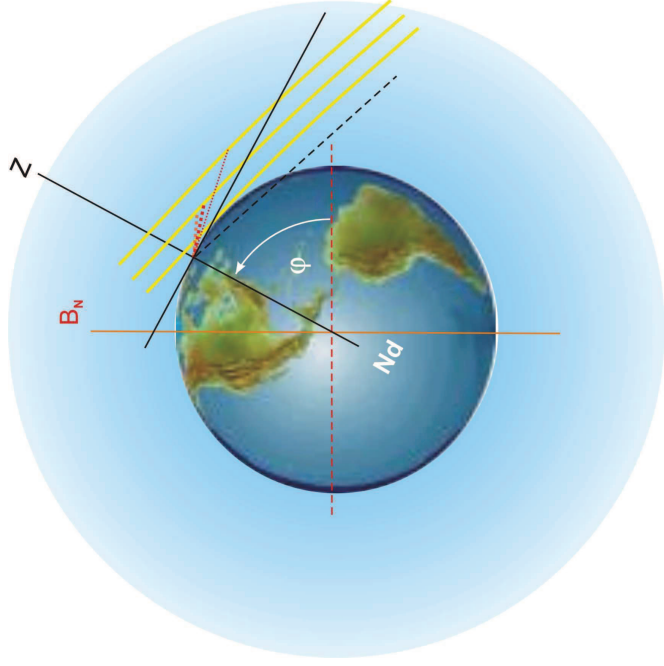
Refrakcja



Poprawka refrakcyjna r w zenicie wynosi 0°
 Na horyzoncie $r \approx 35'$

$$Z_{obs} = Z_{rzecz} - r$$

Rozproszenie światła



Światło w atmosferze ulega rozproszeniu na molekułach (Rozpraszanie Rayleigha) wielkość rozproszenia $1/k \propto \lambda^4$

$$I(\lambda) = a \cdot I_0 \cdot \lambda^{-4}$$



Inne efekty – czerwień i rozmiar Słońca nad horyzontem

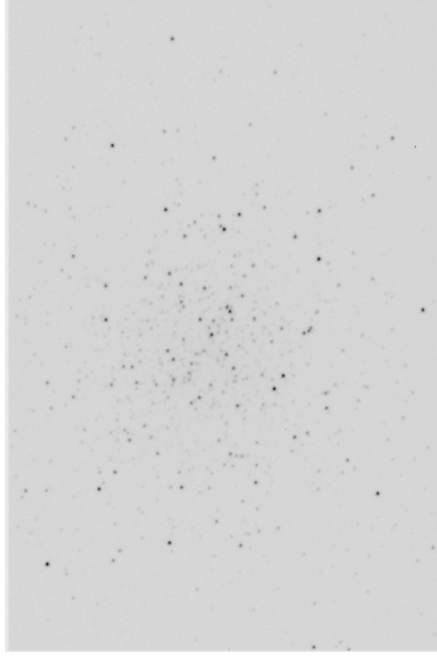
Identycznie światło gwiazd, Księżyc, światło od naziemnych obiektów rozpraszają się w atmosferze.
Niebo nie jest czarne! Powstaje tzw. tło nieba.

W rozpraszaniu Rayleigha wielkość rozproszenia jest odwrotnie proporcjonalna do 4 potęgi długości fali. Oznacza to, że im dłuższa fala jest mniejsza, tym rozpraszanie jest (znacznie) większe. Dlatego też rozpraszanie jest największe dla fioletu, a najmniejsze dla czerwieni. Mimo to kolor nieba nie jest fioletowy - wynika to z małej intensywności fioletu w widmie słonecznym oraz z charakterystyki czułości oka ludzkiego, a suma światła rozproszonego w całym widmie widzialnym daje kolor niebieski.

Rozproszenie światła

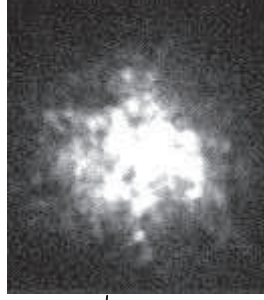
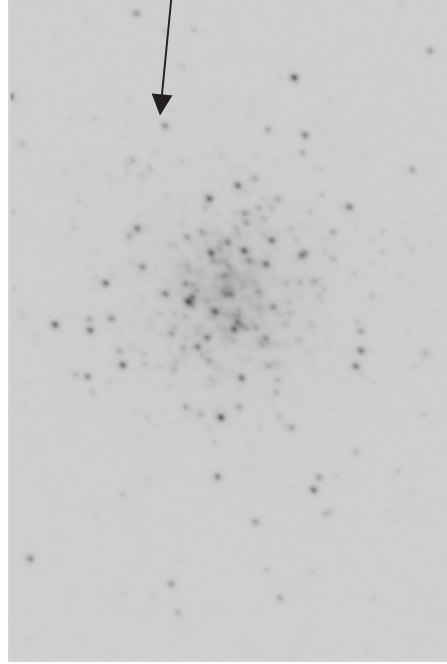


Seeing



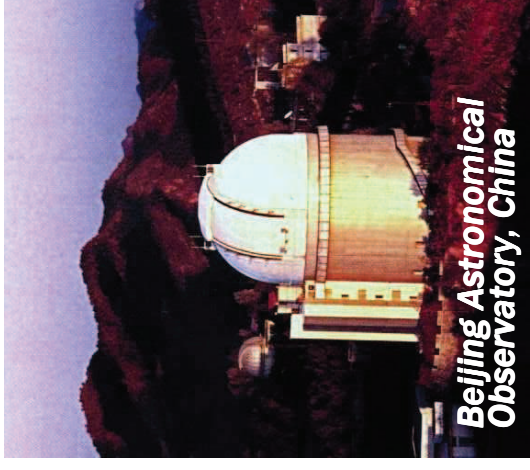
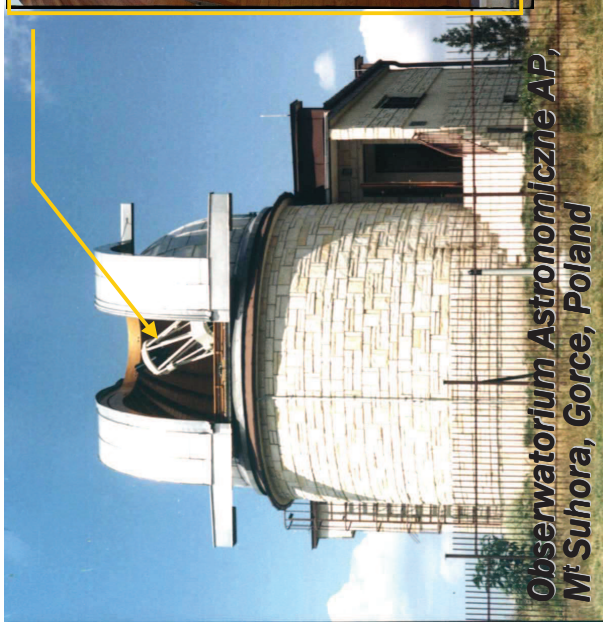
$$Z_{obs}(t) = Z_{rzecz} - r$$

Dla krótkich czasów t zmiany Z_{rzecz} można pominąć. Zmienia się poprawka refrakcyjna r . Przyczyną zmian położenia obrazu są fluktuacje współczynnika załamania powietrza.



najlepszy 0.25" w Polsce ~ 1-3"

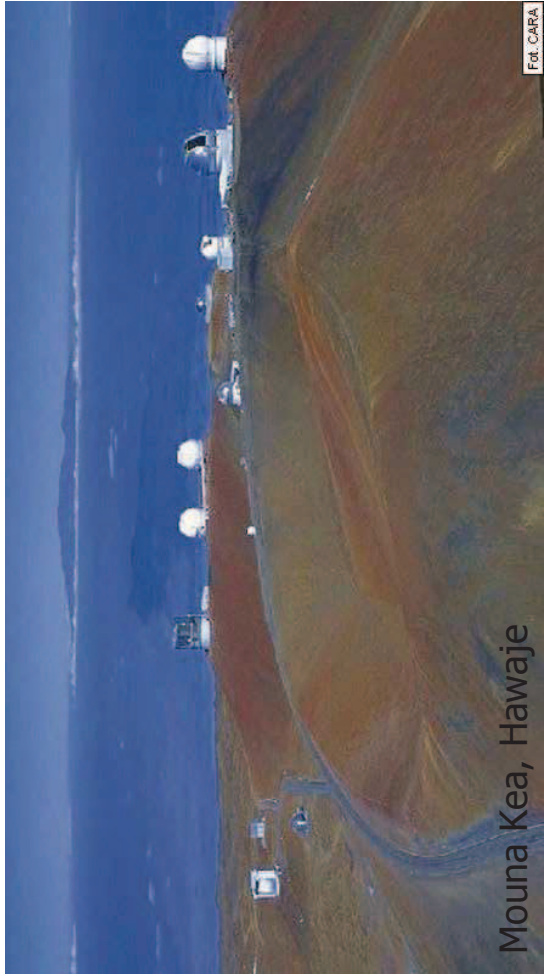
Teleskopy i obserwatoria



Największe teleskopy świata: Subaru, Keck I i II, HET, SALT



Keck I i Keck II

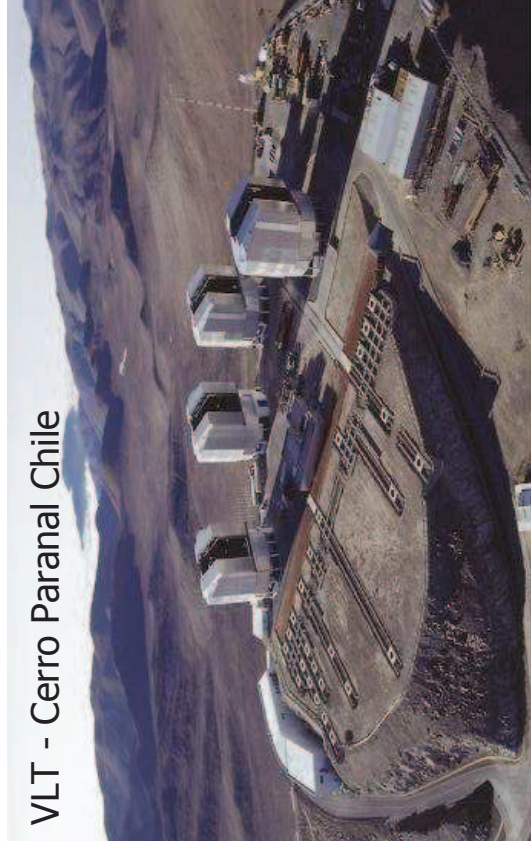


Mouna Kea, Hawaje

Fot. CARA



SALT - RPA



VLT - Cerro Paranal Chile

Subaru - japoński teleskop (1999r)

Średnica zwierciadła 8,3m (największe pojedyncze zwierciadło astronomiczne na świecie)

Keck efektywna średnica: 10 m

- Zwierciadła złożone z 36 sześciokątnych segmentów. Elementy różnią się od siebie.
- Waga zwierciadła głównego: 14.4 tony, waga kopuły: 635 ton, długość teleskopu: 24.6 m, wysokość kopuły: 37 m
- Optyka aktywna.

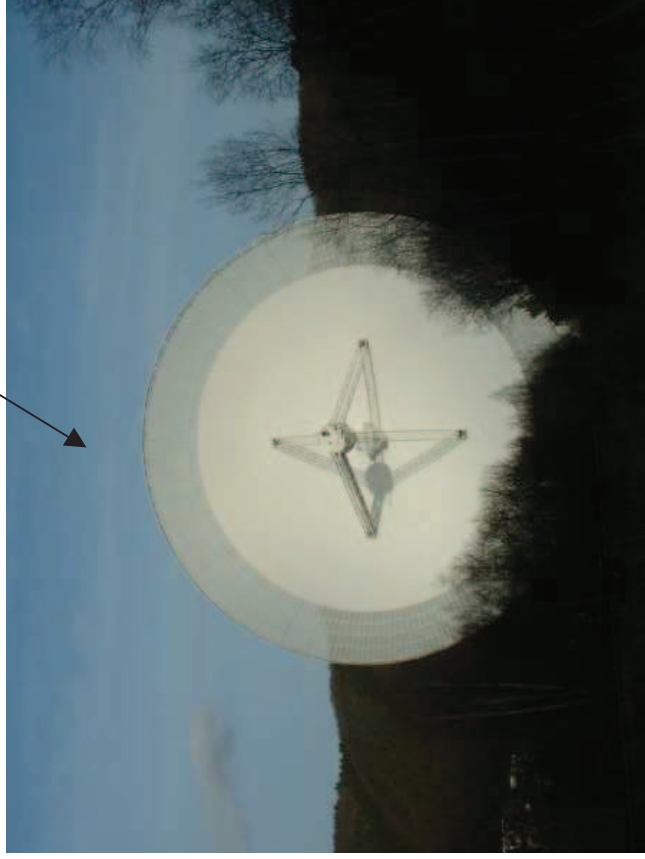
HET (Hobby-Eberly Telescope) zwierciadło o maksymalnej rozpiętości 11 m.

- Oddano go do użytku w 1997 roku na Mt. Fowlkes w pobliżu Fort Davis w Teksasie, na terenach McDonald Observatory.
- zwierciadło składa się z 91 segmentów o średnicy 1 m i grubości 5 cm.
- teleskop obraca się tylko wokół osi pionowej, a w stosunku do horyzontu jest zawsze nachylony pod kątem 55°. Śledzenie gwiazdy zapewnia tracker

SALT na identyczną konstrukcję

Obserwatoria radiowe

Obserwatoria te pracują na falach o długości λ od 1mm do 100m
Największe: Efelsberg 100m, Arrecibo 300m



Dlaczego takie duże: Długość fali światła widzialnego to $550\text{nm} = 0.55 \cdot 10^{-6}\text{m}$. Przyjmijmy typową długość fali dla radioteleskopu $21\text{cm} = 0.21\text{m}$.

$\rho = 2.44 \lambda / D$. Dla radioteleskopu o średnicy 210m $\rho = 0.00244 \text{ rad} = 8.4' = 503''$. Gołe oko ma zdolność rozdzielczą $1'$ a więc 10 razy większą niż 300 metrowy radioteleskop Arecibo. Zdolność rozdzielczą nieuzbrojonego oka miałby radioteleskop o średnicy 1.7km! Amatorska lunetka o $D=7\text{cm}$ ma zdolność rozdzielczą $2''$. Widać gdzie jest problem w radioastronomii, nieprawdaż?

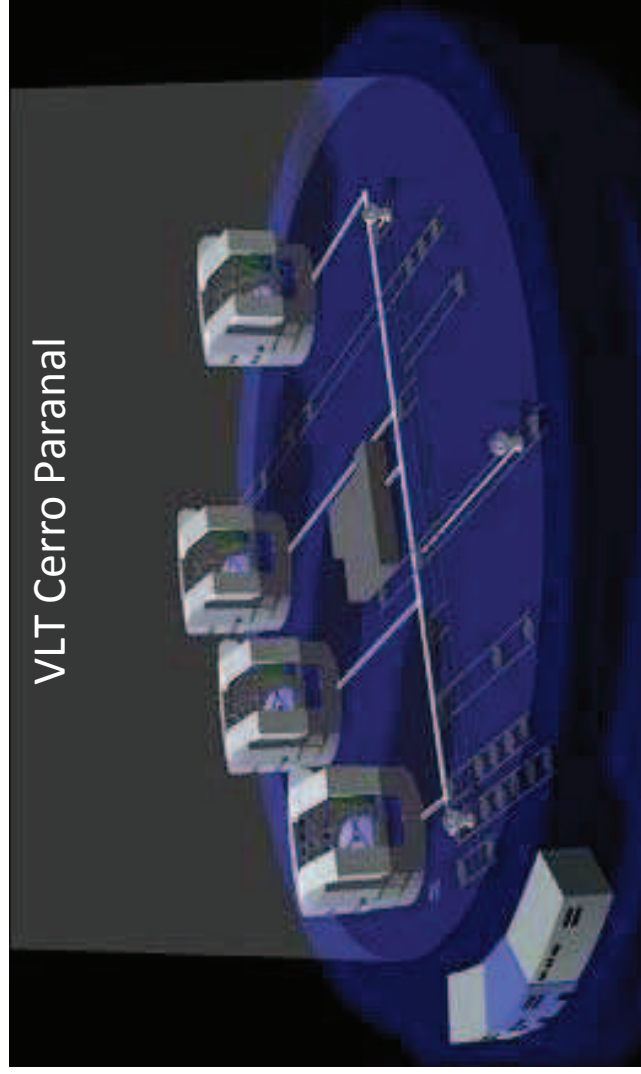
VLA



Very Large Array (bardzo duża macierz)

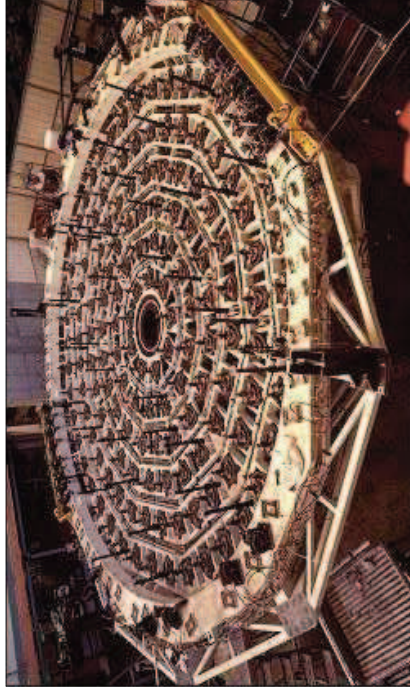
Jeśli zapewnić, że sygnały z każdego z małych radioteleskopów docierają do elektroniki odbiorczej w fazie to zdolność rozdzielcza macierzy jest taka jak radioteleskopu o średnicy okręgu przechodzącego przez skrajne radioteleskopy

Największe teleskopy świata: VLT



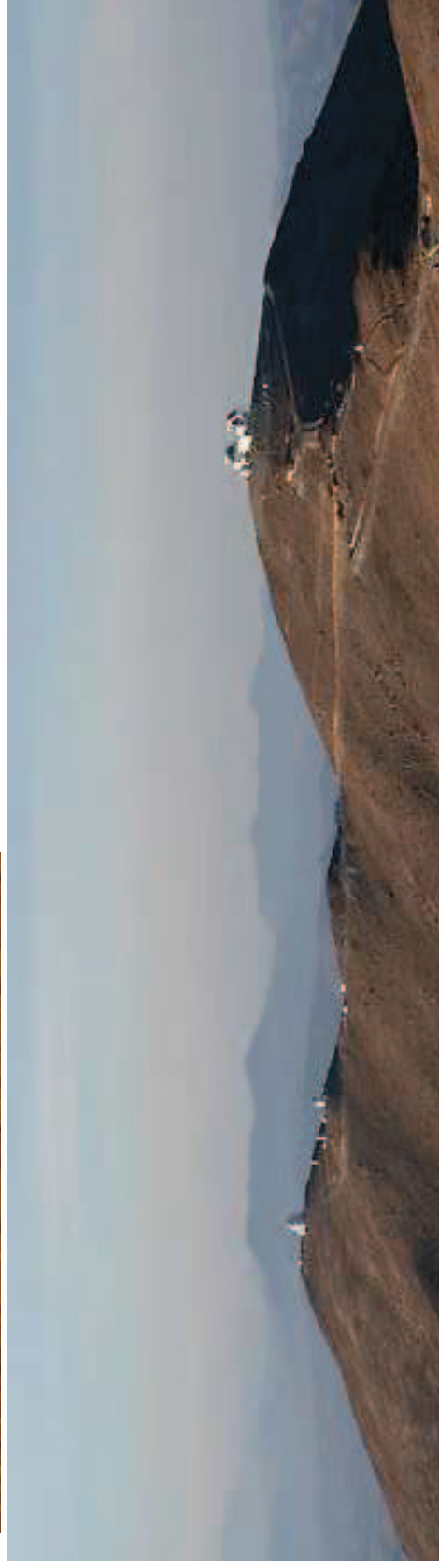
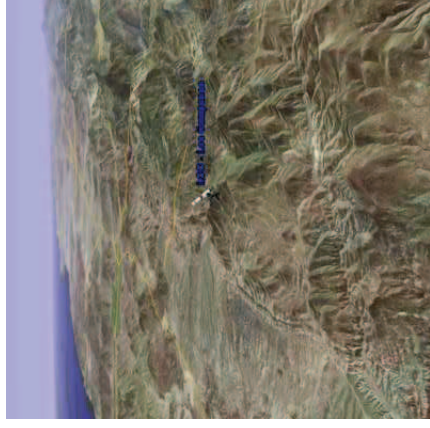
Działają już Antu (Słońce), Kueyen (Księżyc) i Melipal (Krzyż Południa).

Cztery teleskopy VLT (każdy o średnicy 8,2 m), sprzężone ze sobą w układ interferometryczny, dysponują zdolnością rozdzielczą odpowiadającą pojedynczemu zwierciadłu o średnicy 200 m.



Struktura wsporników i czujników, podtrzymująca 8,2-metrowe lustro VLT.

Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Warszawskiego
w Las Campanas Chile (Andy) Wysokość 2230m. n.p.m.



Teleskopy Magellana — bliźniacze teleskopy, każdy o średnicy zwierciadła 6,5 metra

Teleskop Irénée du Pont o średnicy zwierciadła 2,5 metra

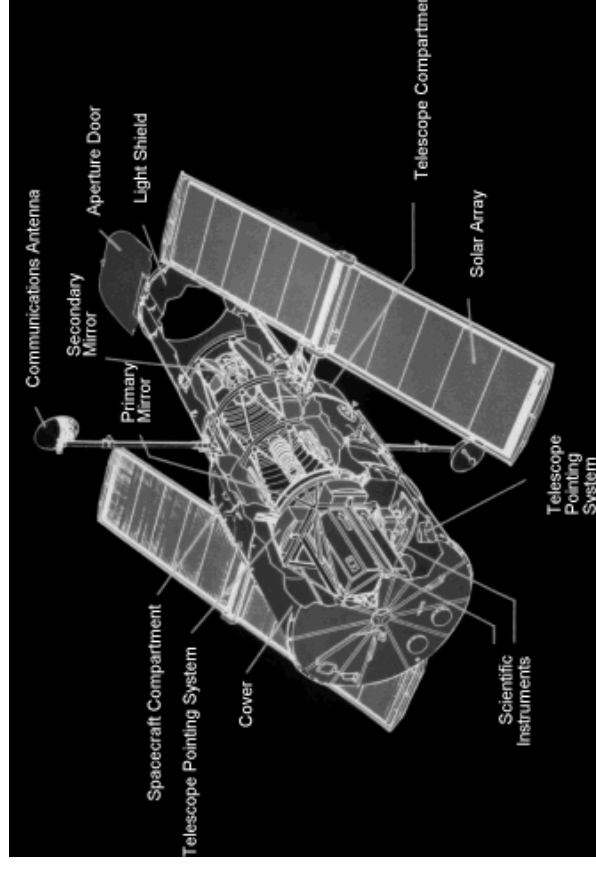
Teleskop Henrietta Swope o średnicy zwierciadła 1 metr

Teleskop Obserwatorium Astronomicznego Uniwersytetu Warszawskiego o średnicy zwierciadła 1,3 metra.

.....

Hubble Space Telescope

Zwierciadło główne 2.4 m Długość całkowita 15.9 m
Średnica (przy złożonych panelach słonecznych) 4.2 m, rozpiętość paneli słonecznych 12.1 m
Masa 11 110 kg
Precyzja prowadzenia 0.007" na 24h
Orbita: Wysokość pierwotna 598 km, nachylenie do płaszczyzny równika 28.5°

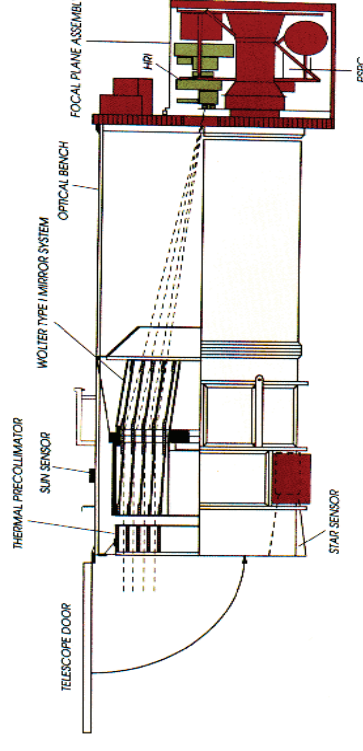
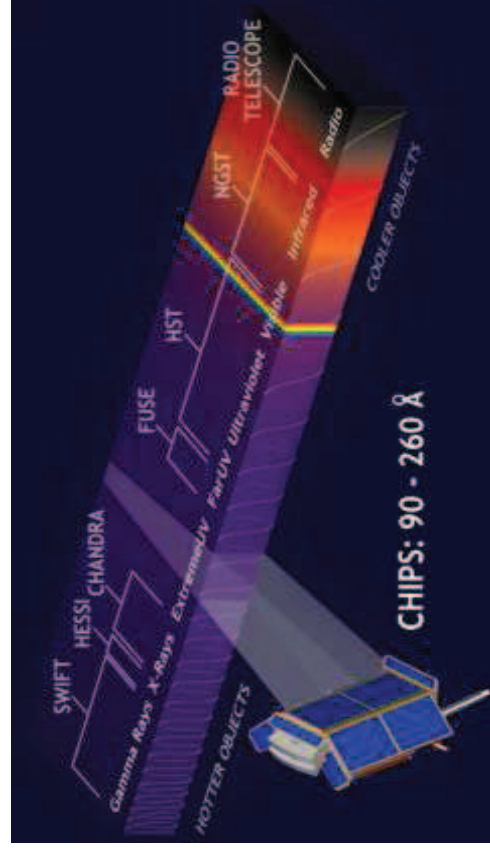


- Kamera Przeglądowa (**Advanced Camera for Surveys – ACS**)
- Spektrograf obrazujący (Space Telescope Imaging Spectrograph - STIS)
- Kamera bliskiej podczerwieni i spektrometru wieloobiektowego (Near Infrared Camera and Multi-Object Spectrograph – NICMOS)
- Wide Field and Planetary Camera 2 (WFPC2) - kamera CCD szerokiego pola - zdjęcia Głębokiego Pola Hubble'a

Nowe misje: Kepler i Gaja

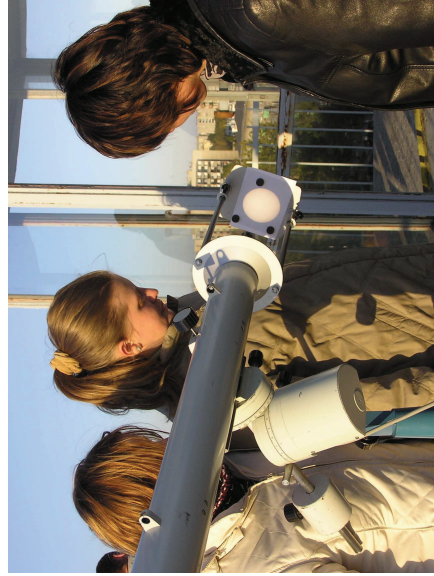
Obserwatoria Satelitarne - przykłady

- Infrared Astronomical Satellite IRAS $\lambda=12, 25, 60, 100 \mu\text{m}$ (1983)
- International Ultraviolet Explorer IAU 45 cm teleskop przeznaczony do badań spektroskopowych $115\text{nm} < \lambda < 325\text{nm}$
- ROSAT teleskop rentgenowski – przegład nieba (1990)
- CHANDRA Advanced CCD Imaging Spectrometer High Resolution Camera (HRC) zakres 0.1 - 10 keV
- Hipparcos – satelita astrometryczny średnia dokładność $\pi \approx 0.003''$
(Wyznaczenie pozycji i paralaksy 100 000 wybranych gwiazd i właściwości fotometrycznych 400 000 gwiazd)
- CHIPS (*The Cosmic Hot Interstellar Plasma Spectrometer*) satelita UV i miękkie X
9 nm $< \lambda < 26$ nm
- FUSE - Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer, 91 nm $< \lambda < 120$ nm, $D=80\text{cm}$
- Swift – do badania rozbłysków gamma
- RHESSI
- YOKOH
-



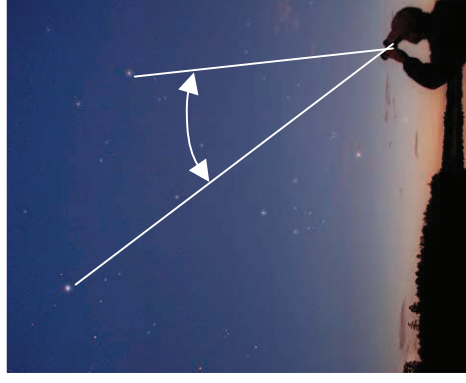
Teleskop rentgenowski

Obserwacje amatorskie



Obserwacje nieba

Na sferze niebieskiej mierzymy kąty!



W ten sposób mierzymy odległości kątowe na niebie

Jednostki kątowe

1 radian - kąt pełny = 2π

1° - kąt pełny = 360°

$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ $12^\circ 11' 20''$

1^h - kąt pełny = 24^h

$1^h = 60^m$ $1^m = 60^s$ $4^h 10^m 20.5^s$

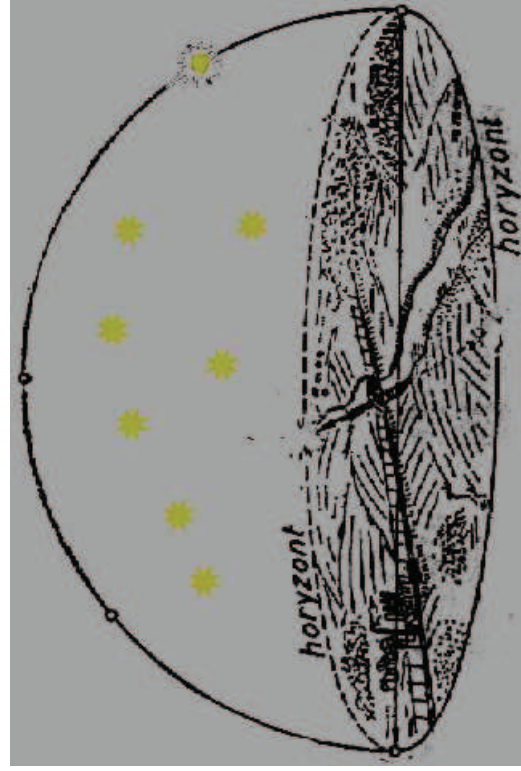
$1^\circ = 4^m$

$1^h = 15^\circ$

Sfera niebieska

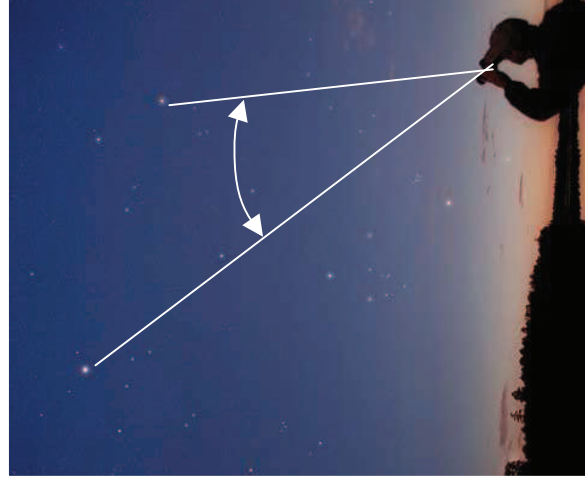


Nocne niebo



Obserwacje nieba

Na sferze niebieskiej mierzymy kąty!



Jednostki katowe:

1 radian - kąt pełny = 2π

1° - kąt pełny = 360°

$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ $12^\circ 11' 20''$

W ten sposób mierzymy odległości katowe na niebie

1^h - kąt pełny = 24^h

$1^h = 60^m$ $1^m = 60^s$ $4^h 10^m 20.5^s$

$1^h = 15^\circ$ $1^\circ = 4^m$

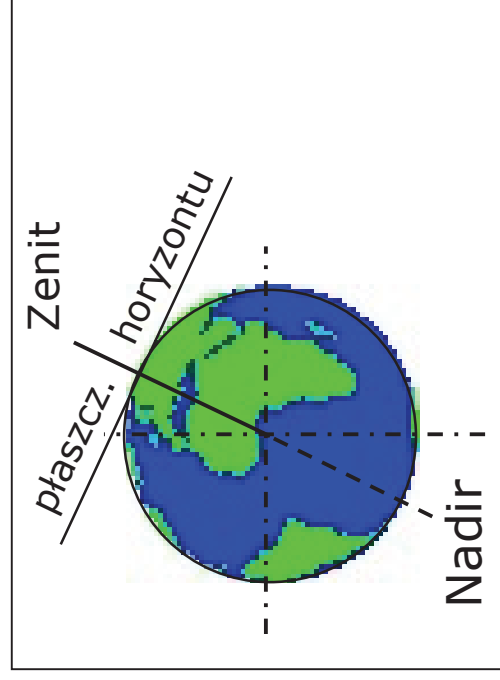
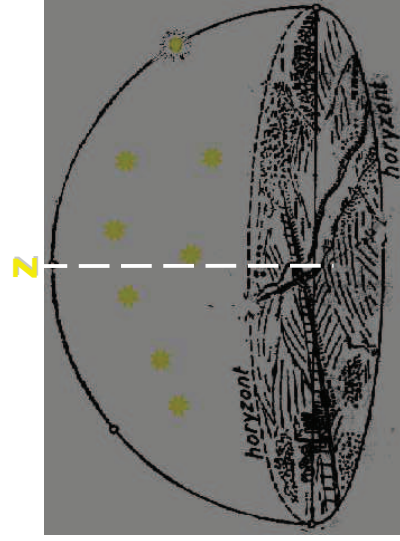
Obserwacje nieba



Astrolabium

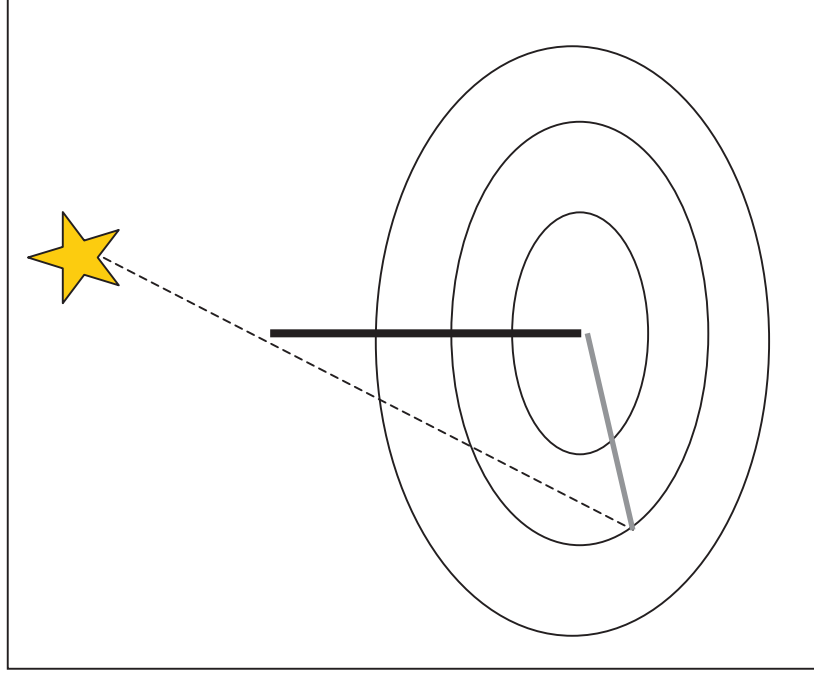


Pomiar kąta pomiędzy zenitem a obiektem (horyzontem a obiektem)

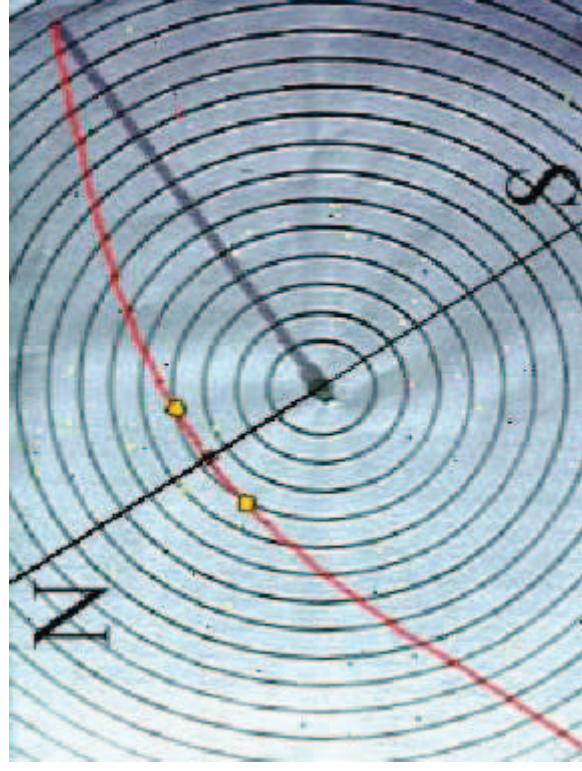


Gnomon - jak wyznaczyć południk

Gnomon to pionowy pręt rzucający cień na prostopadłą do niego płaszczyznę podstawy.

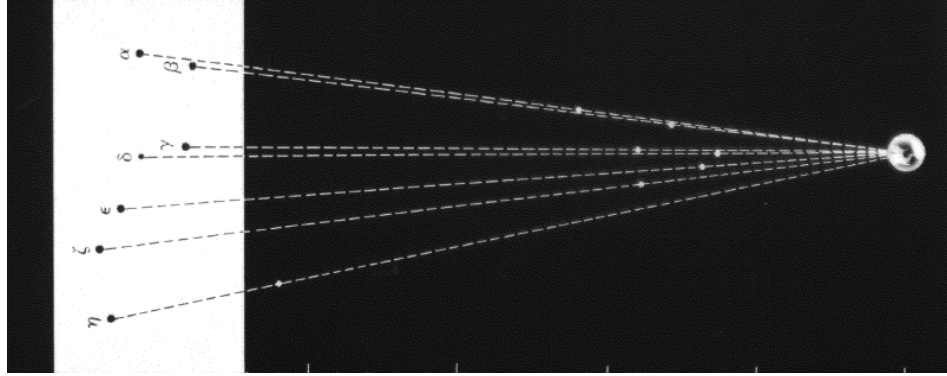


Gnomon - jak wyznaczyć południk

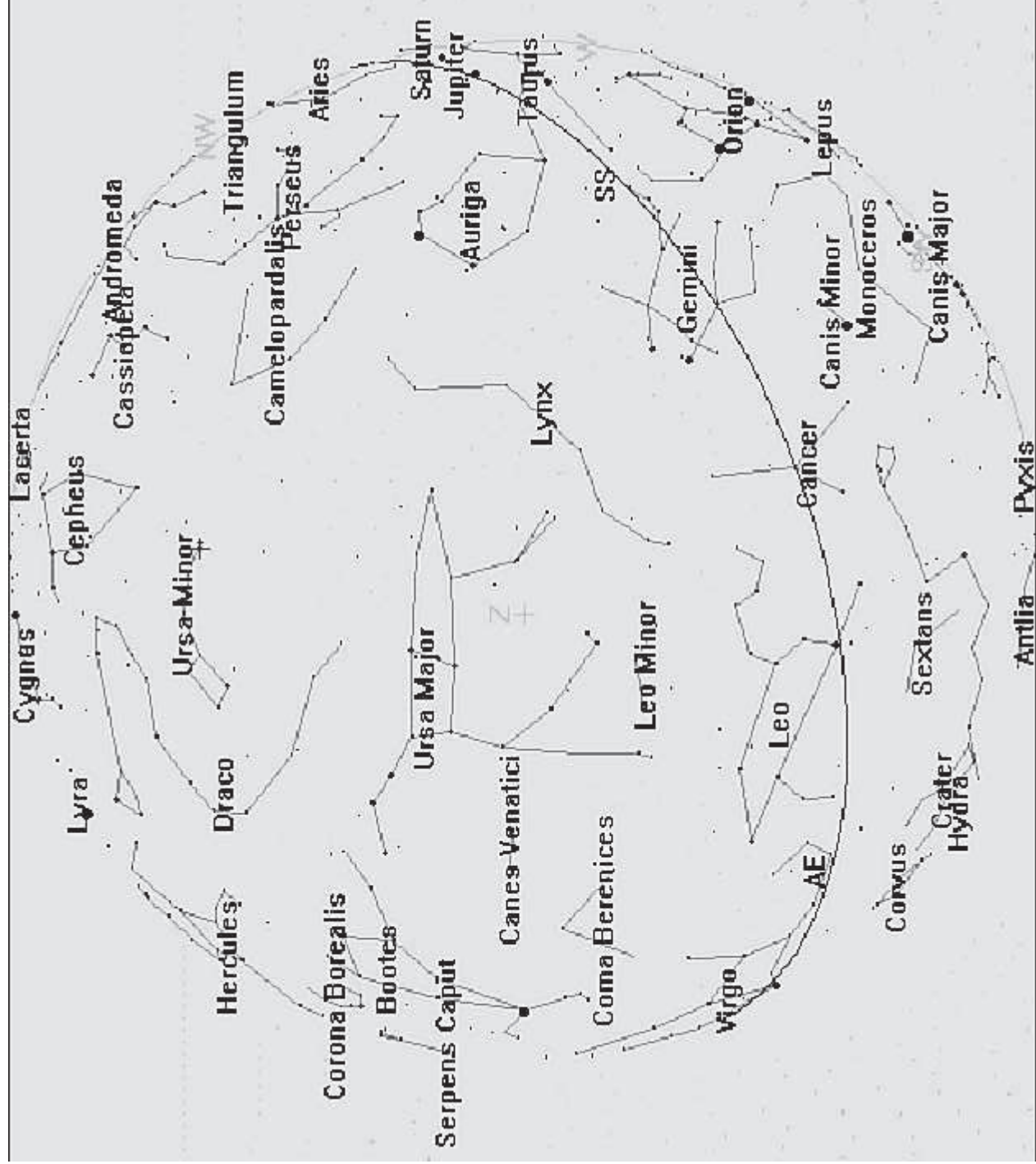


Sfera niebieska

złudzenie jednakowej odległości gwiazd



Orientacja na niebie gwiazdozbiory



Rozdział II

Wiadomości podstawowe

Jednostki astronomiczne, odległości we Wszechświecie

Jednostki kątowe

$$1 \text{ radian} - \text{ kąt pełny} = 2\pi$$

$$1^\circ - \text{ kąt pełny} = 360^\circ$$

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$12^\circ 11' 20''$$

$$1^h - \text{ kąt pełny} = 24^h$$

$$1^h = 60^m$$

$$1^m = 60^s$$

$$4^h 10^m 20.5^s$$

$$1^\circ = 4^m$$

$$1' = 4^s$$

$$1^h = 15^\circ$$

$$1^m = 15'$$

$$1^s = 15''$$

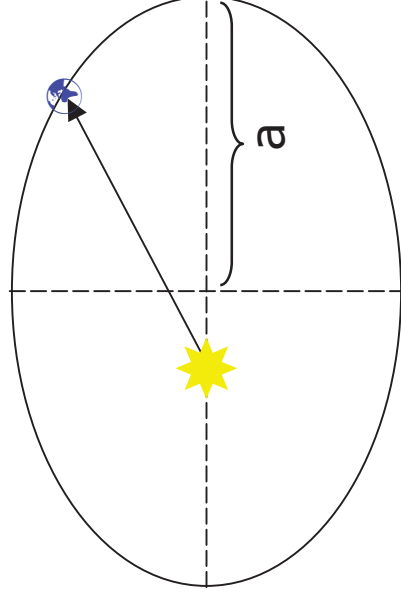
Odległości od ciał niebieskich

Promień równikowy Ziemi - 6378km $\approx 6.4 \cdot 10^6$ m

Promień Słońca $\approx 7.0 \cdot 10^8$ m $\approx 109 R_{\oplus}$

Średnia odległość Ziemia-Księżyc $\approx 3.9 \cdot 10^8$ m $\approx 60 R_{\oplus}$

**Wielka półoś elipsy orbity Ziemi wokół Słońca = 149 597 870 km
Jest to jedna Jednostka Astronomiczna 1AU $\approx 1.5 \cdot 10^{11}$ m**



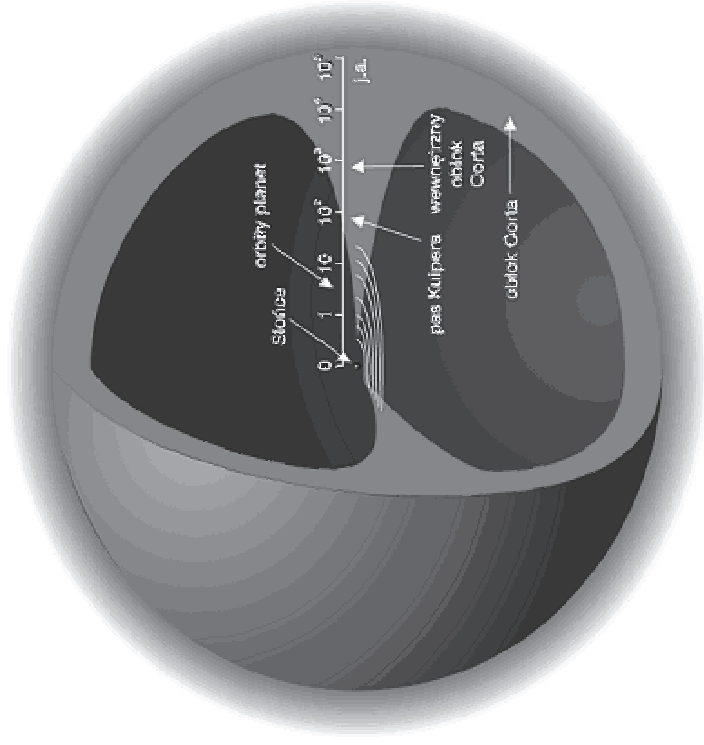
Odległości od ciał niebieskich

Promień równikowy Ziemi - 6378km $\approx 6.4 \cdot 10^6$ m

Promień Słońca $\approx 7.0 \cdot 10^8$ m $\approx 109 R_{\oplus}$

Średnia odległość Ziemia-Księżyc $\approx 3.9 \cdot 10^8$ m $\approx 60 R_{\oplus}$

Wielka półoś elipsy orbity Ziemi wokół Słońca = 149 597 870 km
Jest to jedna Jednostka Astronomiczna 1AU $\approx 1.5 \cdot 10^{11}$ m



Średnia odległość Księżyc-Ziemia ~ 0.003 AU

Średnia odległość Neptun-Słońce ~ 30 AU

Odległość pasa Kuipera od Słońca ~ 100 AU

Odległość obłoku Oorta od Słońca ~ 1000 AU

Proxima Centauri $\sim 300\,000$ AU $= 3 \cdot 10^5$ AU

Odległości od ciał niebieskich

Jeden rok świetlny to odległość, którą światło przebywa w ciągu roku

$$1 \text{ ly} = 365.2422^{\text{d}} \times 86\,400 \text{ s} \times 299\,798 \text{ km/s}$$

$$1 \text{ ly} = 9.46073 \cdot 10^{15} \text{ m} = 63\,200 \text{ AU} \quad 1 \text{ AU} = 8 \text{ min } 19 \text{ sek świetlnych}$$

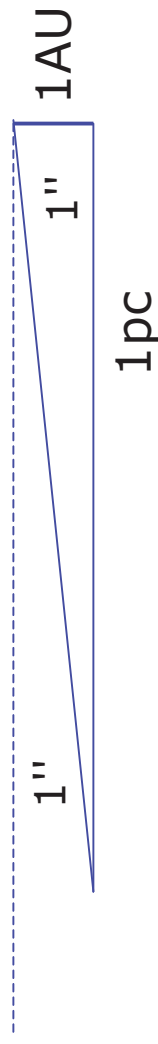
Średnia odległość Księżyc-Ziemia $\sim 1.3 \text{ sek św.}$

Średnia odległość Neptun-Słońce $\sim 4 \text{ h } 10 \text{ min św.}$

Proxima Centauri $\sim 4.25 \text{ ly}$

Jeden parsek to odległość, z której 1AU widać pod kątem 1" łuku

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ly} = 206\,265 \text{ AU} = 30.86 \cdot 10^{15} \text{ m}$$



Proxima Centauri $\sim 1.3 \text{ pc}$

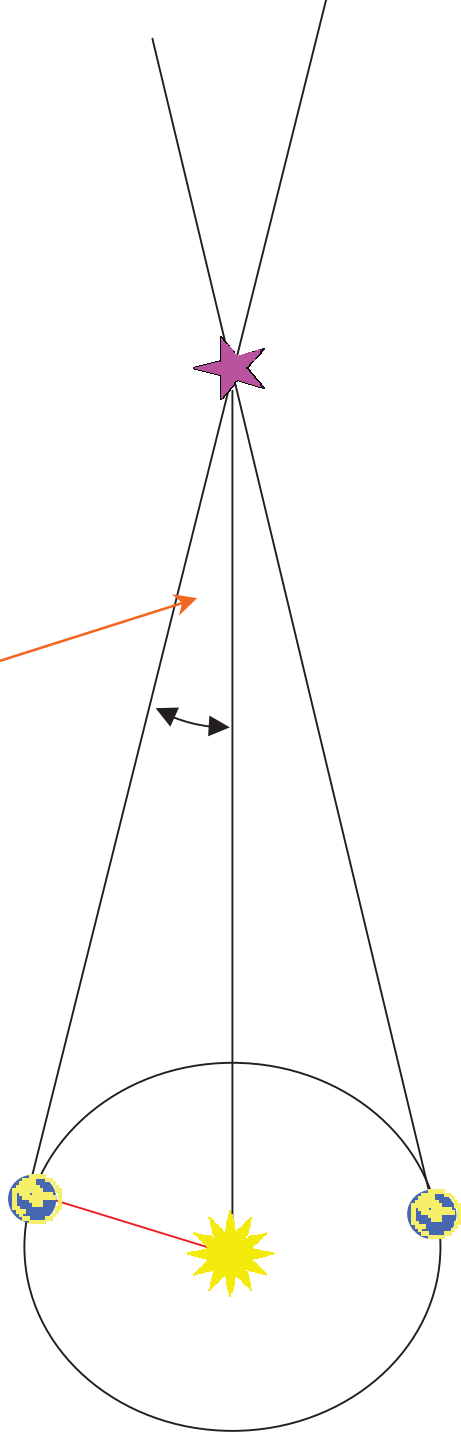
Paralaksa trygonometryczna

Paralaksa jest miarą odległości !!! Paralaksa \Leftrightarrow odległość

$$d = \frac{1}{\pi}$$

π jest w ["] tj. sekundach łuku
 d jest w [pc] tj. parsekach

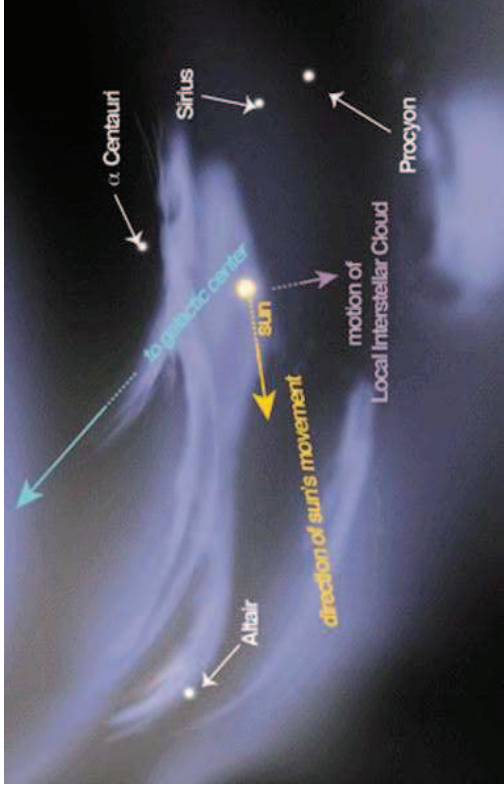
Paralaksa π



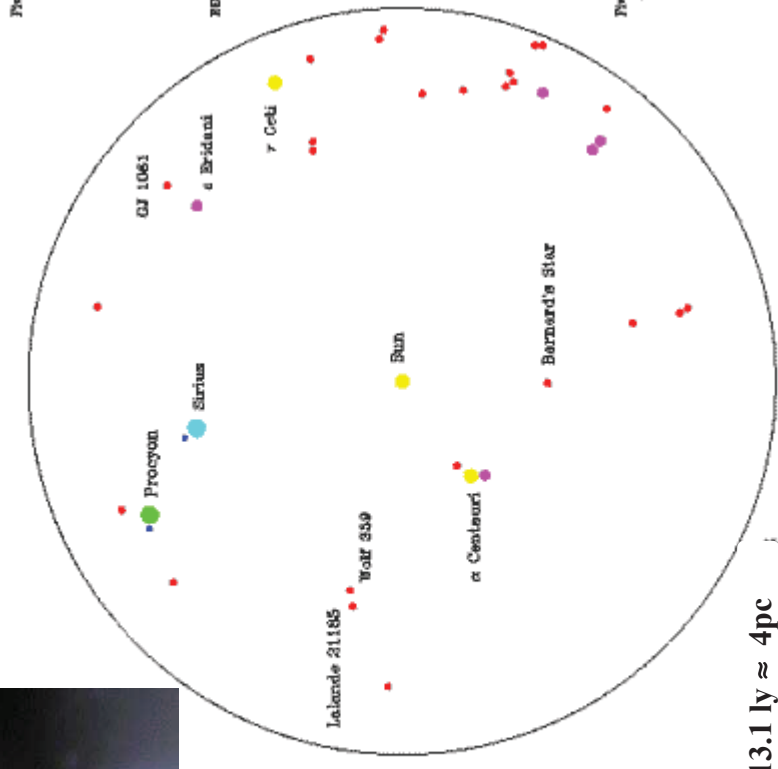
Paralakсы są mierzalne do $\sim 0.01''$ czyli tak można zmierzyć odległość $< \sim 10\text{kpc}$

Odległości od ciał niebieskich

Otoczenie Słońca



Proxima Centauri $\sim 4.25\text{ly} = 1.3\text{ pc}$

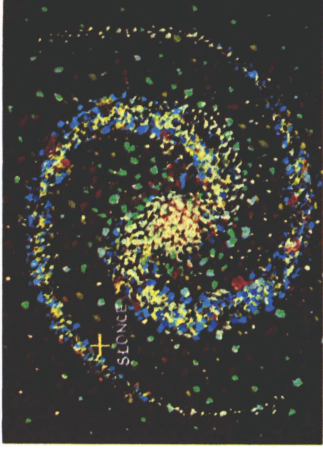
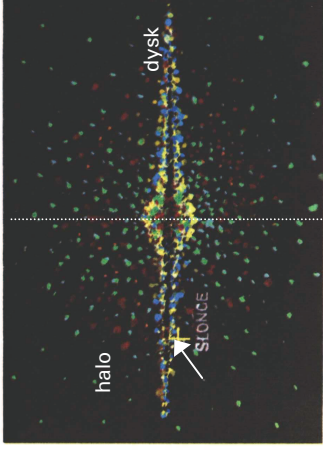


Promień $13.1\text{ ly} \approx 4\text{ pc}$

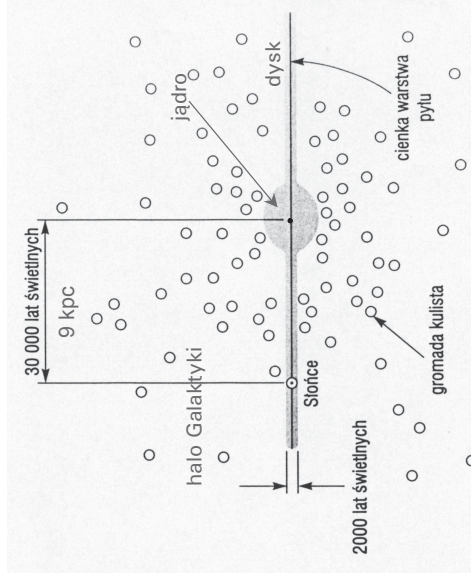
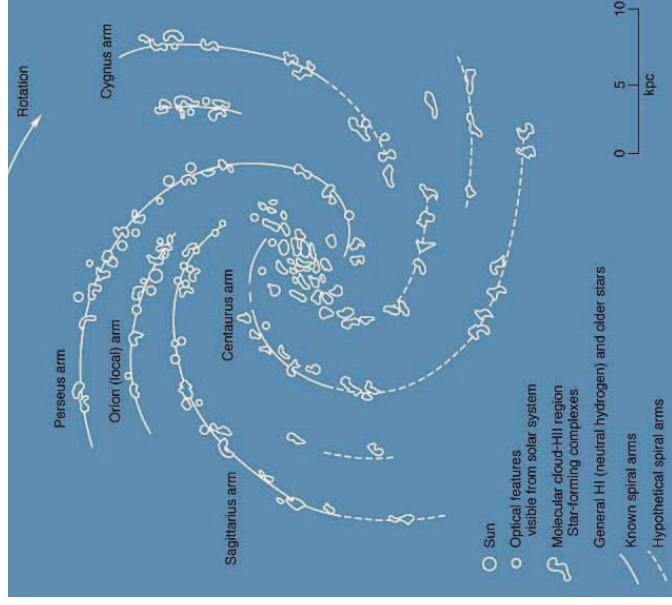
Odległości od ciał niebieskich



Galaktyka



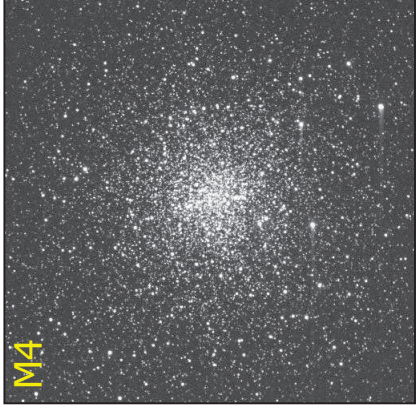
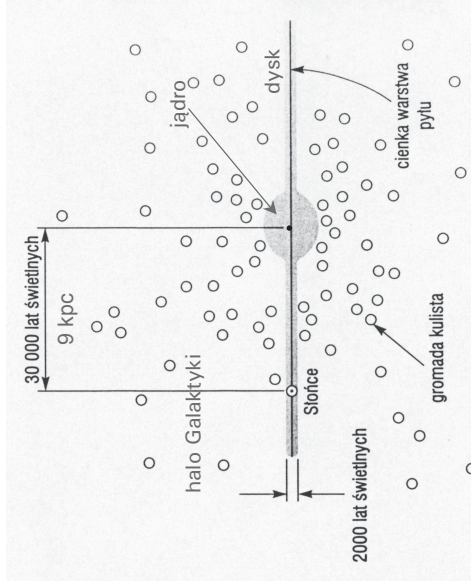
Słońce obiega środek galaktyki z okresem ~240 mln lat



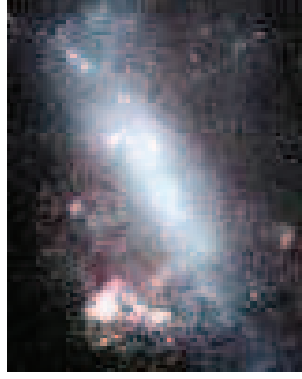
W centrum jądra Galaktyki jest masywna czarna dziura. Z Ziemi obszar ten jest widoczny w gwiazdozbiore Strzelca. (Sagittarius)

podobnie wygląda nasza Galaktyka

Odległości od ciał niebieskich



Najbliższa gromada kulista M4
6 800 ly = 2.1 kpc



Wielki Obłok Magellana
163 tys. ly=55 kpc



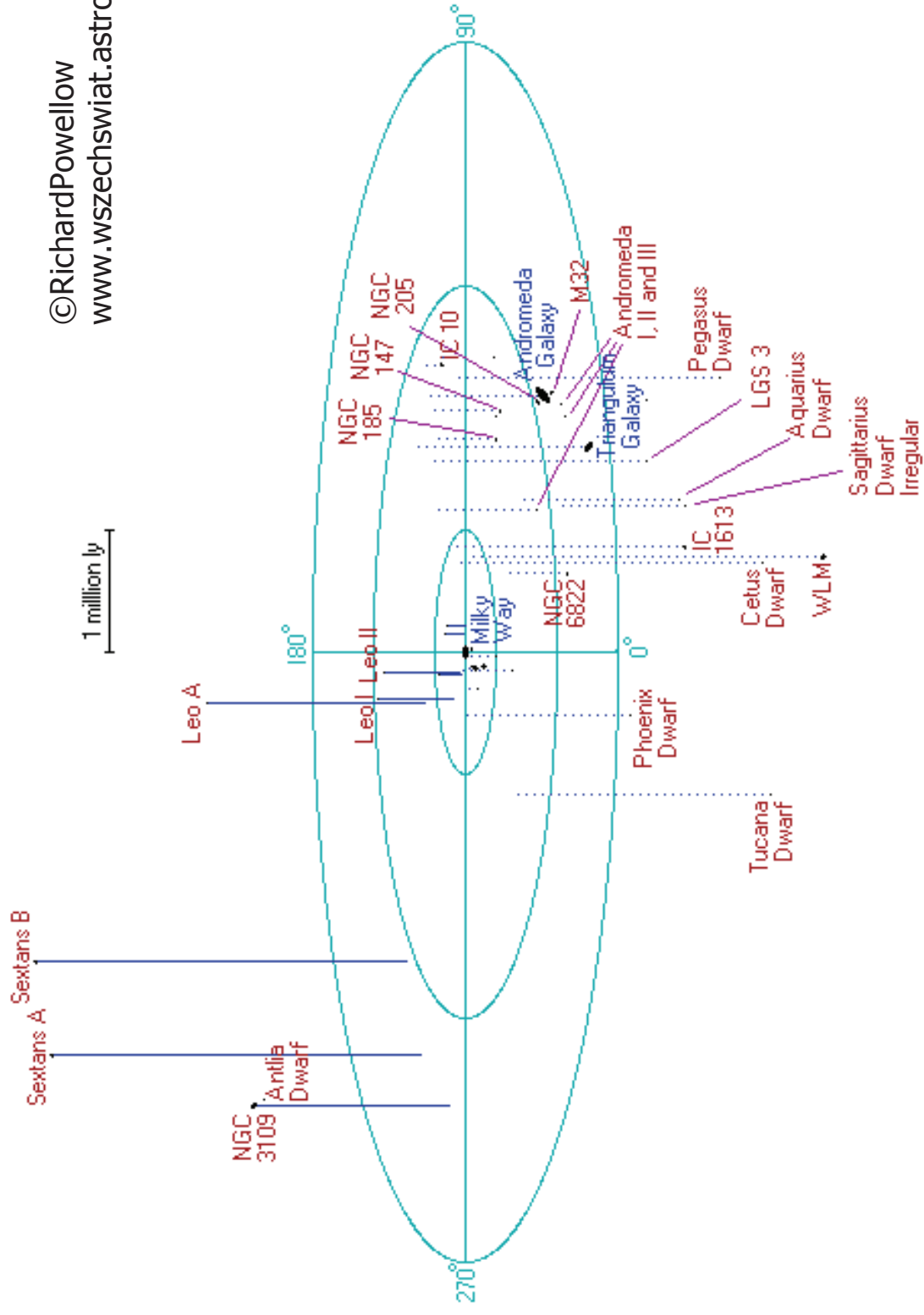
Karzeł Sagittarius (Strzelec)
78 tys. ly = 24kpc



2.2 mln ly ; 0.67 Mpc
 $1.8 \cdot 10^9$ AU ; $2.1 \cdot 10^{22}$ m

Galaktyka, Wielki Obłok Magellana, Mały Obłok Magellana i galaktyka M31 w gwiazdozbiorze Andromedy wchodzą w skład Lokalne Grupy galaktyk

Odległości od ciał niebieskich



©RichardPowell
www.wszechswiat.astrowww.pl

r powell

Lokalna Grupa galaktyk

Odległości od ciał niebieskich

Średnica Ziemi 0.04 sek św

1y=31 556 926s = $31.6 \cdot 10^6$ s

Ziemia-Księżyc 1.28 sek św

Ziemia-Słońce 8.32min św = 500 sek św

Słońce-Neptun 4.18 godz św = (30.1 AU)

Słońce-Proxima Centauri 4.28 ly = 1.3 pc = 27 000 AU

Słońce-centrum Galaktyki 30 000 ly=9 kpc

Grupa Lokalna

Słońce -Karzeł Sagittarius (Strzelec) 78 000 ly = 24kpc

Słońce-Wielki Obłok Magellana 163 000 ly=55 kpc

Słońce-M31 2.3 mln ly = 0.67 Mpc

Słońce-IC 10 5.9 mln ly = 1.8 Mpc

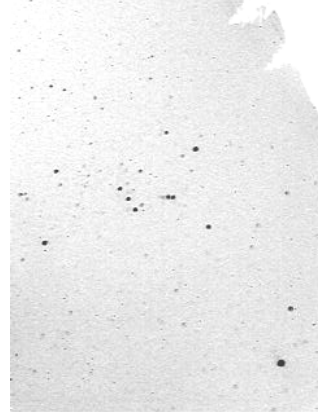
Gromada galaktyk w Warkoczku Bereniki (Coma)

440 mln ly = 135 Mpc

Granica obserwowanego Wszechświata ~ 12 mld ly



Skala jasności gwiazd



Ptolomeusz dla opisanja jasności gwiazd wprowadził pojęcie „wielkość gwiazdowa”, (magnitudo), które nie ma nic wspólnego z rzeczywistymi rozmiarami gwiazd

Podzielił on gwiazdy widoczne gołym okiem na sześć klas od pierwszej do szóstej wielkości gwiazdowej

Współcześnie nadal stosuje się tę skalę, rozszerzając jej zakres na wszystkie obiekty dostępne obserwacjom teleskopowym.

Przykłady:

| | | | |
|--------------|----------|-----------------|-------------------|
| Słońce | -26 mag | Syriusz | -1 mag |
| Księżyc | -12 mag | Wega | ≡ 0 (z definicji) |
| Wenus | -4 mag | Zasięg oka do ~ | 6 mag |
| Inne planety | ~ -1 mag | Teleskopy | do ~30 mag |

Skala jasności gwiazd

Wzór fotometryczny Pogsona:

$$m_1 - m_2 = 2.5 \log (I_2 / I_1) \quad \Leftrightarrow \quad m_1 - m_2 = -2.5 \log (I_1 / I_2)$$

$m_{1,2}$ - wielkości gwiazdowe (*magnitudo*)

$I_{1,2}$ - energia danego obiektu padająca w jednostce czasu na jednostkę powierzchni detektora

Skala jest skalą logarytmiczną!
100 razy więcej energii na jednostkę powierzchni detektora to 5 magnitudo mniej - skala jest odwrócona!!

Związek wielkości gwiazdowej z jednostkami fizycznymi układu SI.

$$m = -2.5 \log (I/5.6) = -2.5 \log I - 13.98$$

gdzie **I** jest natężeniem oświetlenia wyrażonym w W/m^2

Ale!!! skala magnitudo podobnie jak skala decybelowa w akustyce służy do porównania czegoś z czymś - tutaj natężenia oświetlenia obiektu z natężeniem oświetlenia pochodzącego od Węgi.

$$\log a = \log_{10} a$$
$$\log(a/b) = \log a - \log b$$

$$\ln a = \log_e a$$
$$\log(ab) = \log a + \log b \quad \log a^x = x \log a$$

Spadek natężenia światła z kwadratem odległości

Taki sam strumień energii przechodzi przez sferę o promieniu R_1 jak i przez sferę o promieniu $R_2=2R_1$. Powierzchnia drugiej sfery jest 4 razy większa:

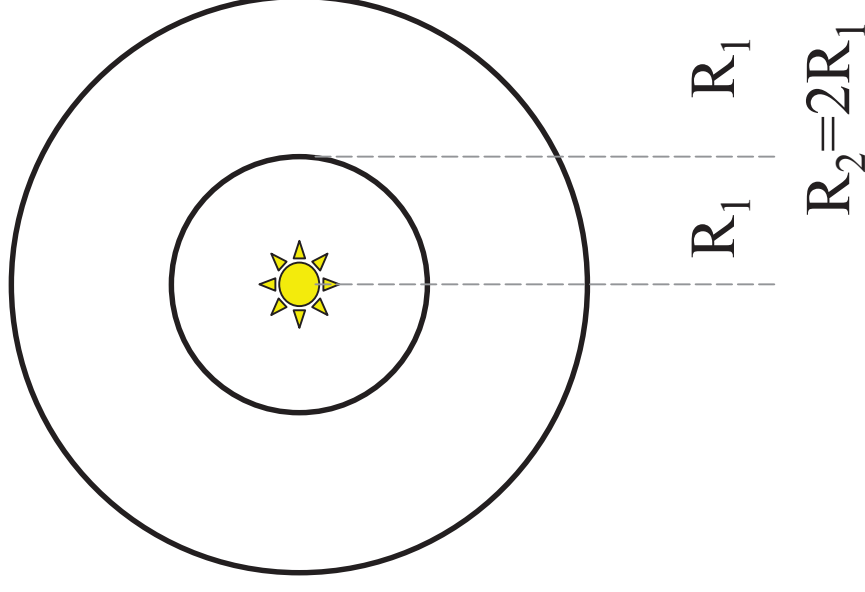
$$S_1 = 4\pi R_1^2$$

$$S_2 = 4\pi R_2^2 = 4\pi(2R_1)^2 = 4\pi 4R_1^2 = 4S_1$$

Natężenie oświetlenia to znaczy energia przepływająca w jednostce czasu przez jednostkową powierzchnię maleje z kwadratem odległości

$$I(R) \cdot R^2 = I(R_0) \cdot R_0^2$$

$$I(R) = I(R_0) \frac{R_0^2}{R^2}$$



Jasność obserwowana i absolutna

Wielkości gwiazdowe niestety nie odzwierciedlają prawdziwych jasności gwiazd. Gwiazdy o takiej samej mocy promieniowania ($I_1=I_2$) mogą różnić się obserwowaną wielkością gwiazdową, jeśli znajdują się w różnych odległościach. Na przykład strumień energii od obiektu będącego 2 razy dalej będzie 2² razy słabszy, a jego obserwowana wielkość gwiazdowa będzie się różnić o

$$2.5 \log(4 \cdot I_2/I_1) \approx 1.5 \text{ magnitudo}$$

Aby bezpośrednio porównać moce promieniowania różnych gwiazd wprowadzono tak zwane absolutne wielkości gwiazdowe (M)

Absolutne wielkość gwiazdowa M jest to wielkość gwiazdowa jaką byśmy zaobserwowali gdyby dana gwiazda znalazła się w odległości 10 pc od Ziemi. ($\pi=0.1''$)

Związek m i M z odległością: moduł odległości

$$M = m + 5 - 5 \log D$$

gdzie D to rzeczywista odległość gwiazdy wyrażona w parsekach

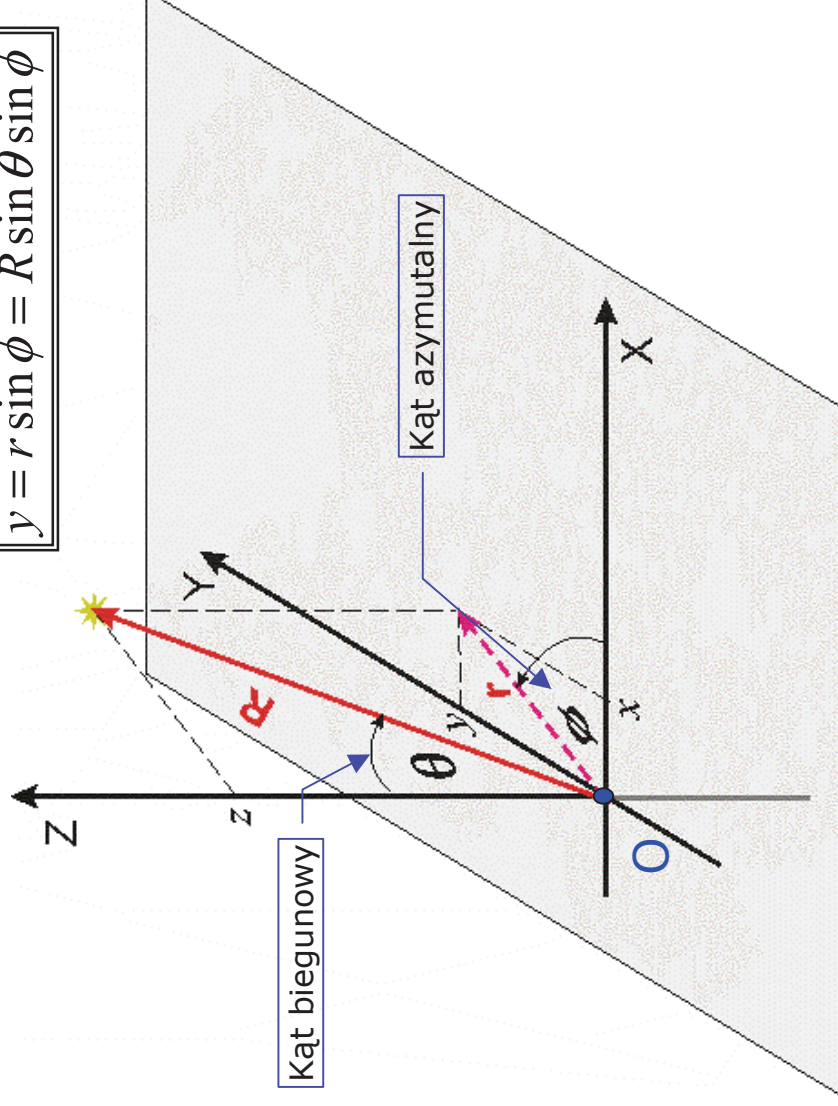
Rozdział III

Astronomiczne układy współrzędnych

Przypomnienie ogólnych uwag o układach współrzędnych

Sferyczny układ współrzędnych R, θ, ϕ

$$\begin{aligned}z &= R \cos \theta \\r &= R \sin \theta \\x &= r \cos \phi = R \sin \theta \cos \phi \\y &= r \sin \phi = R \sin \theta \sin \phi\end{aligned}$$



- Środek układu O
- Płaszczyzna podstawowa (oś Z, $\theta=0$)
- Oś X (kąt $\phi=0$)
- Skrętność - kierunek narastania kąta ϕ
CW - lewoskrętny
CCW - prawoskrętny

Na sferze $R = \text{const}$

Dla Ziemi $R = R_{\oplus}$

(przybliżenie kulistego kształtu Ziemi)

A jak to jest na sferze niebieskiej?

$R \rightarrow \infty$

Współrzędne sferyczne (geograficzne na powierzchni Ziemi)

Bieguny-pkty przecięcia się osi obrotu z kulą ziemską
Południk – półokrąg na sferze o końcach na biegunach

Szerokość geograficzna φ :

kąt pomiędzy kierunkiem pionu w danym miejscu a płaszczyzną równika ziemskiego

Długość geograficzna λ :

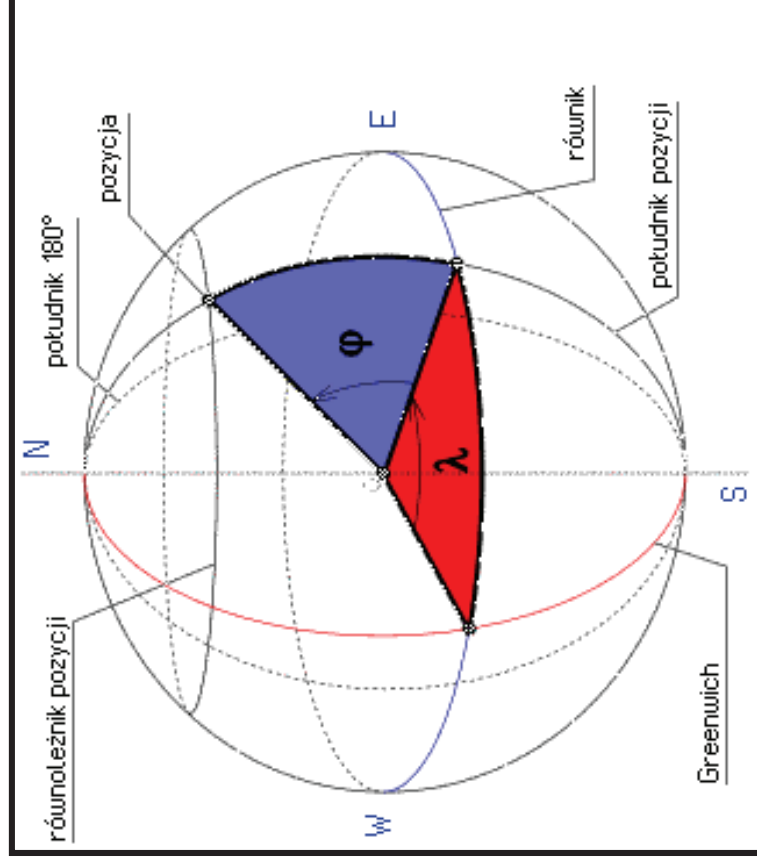
kąt dwuścienny pomiędzy płaszczyzną południka zerowego a płaszczyzną południka przechodzącego przez dane miejsce.

$\varphi = \text{const} \Leftrightarrow$ równoleżnik

$\lambda = \text{const} \Leftrightarrow$ południk

(-12^h, +12^h]

1^h = 15° 1^m = 15' 1^s = 1''
1° = 4^m; 1' = 4^s 1'' = 0.4^s



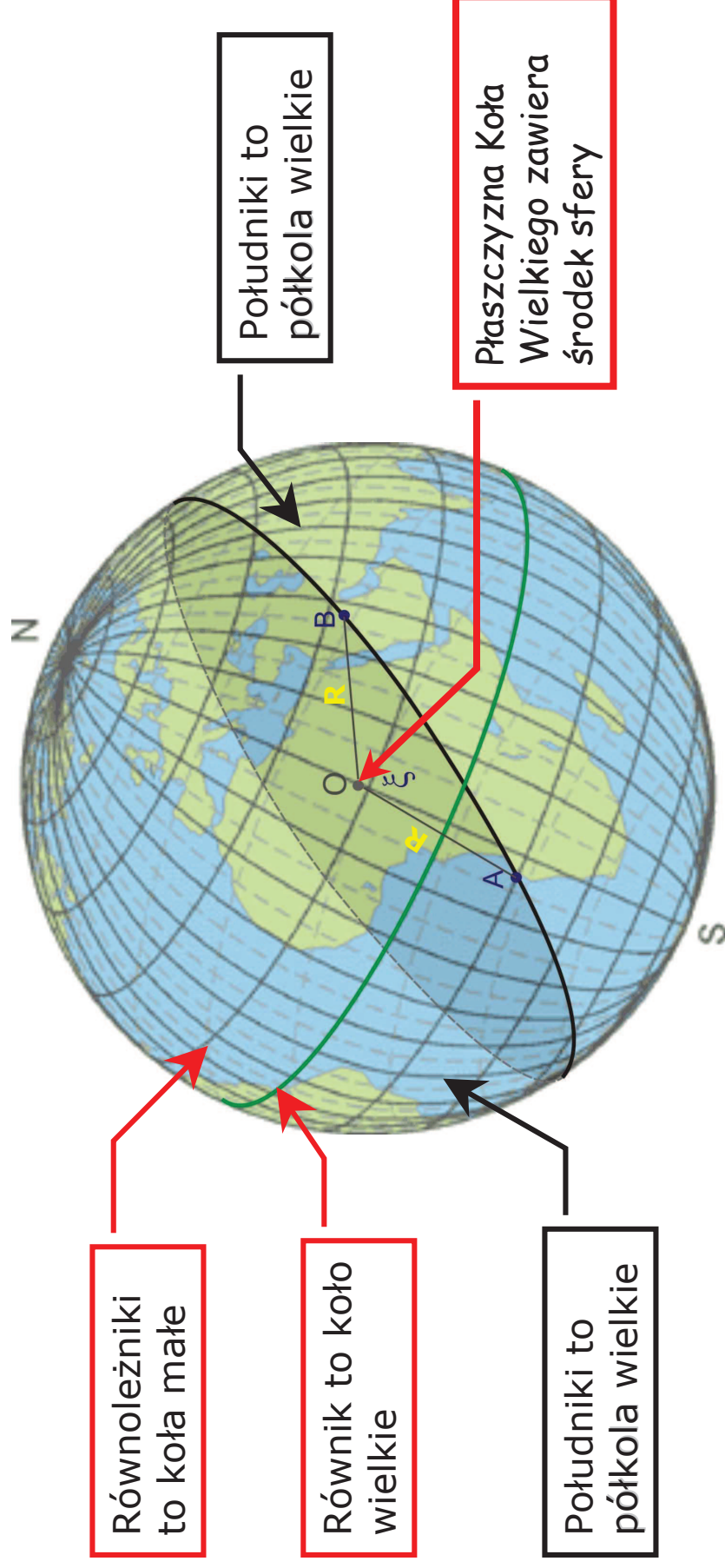
Środek układu – środek kuli ziemskiej

Oś główna („oś z”) – oś obrotu kuli ziemskiej \Leftrightarrow
Płaszczyzna podstawowa – równik

„oś x” ($\varphi=0$) – południk Greenwich ($\lambda = 0^\circ$)

Układ CCW - od 1970r!!!

Koła Wielkie i Koła Małe



Równoleżniki to koła małe

Równik to koło wielkie

Południki to półkoła wielkie

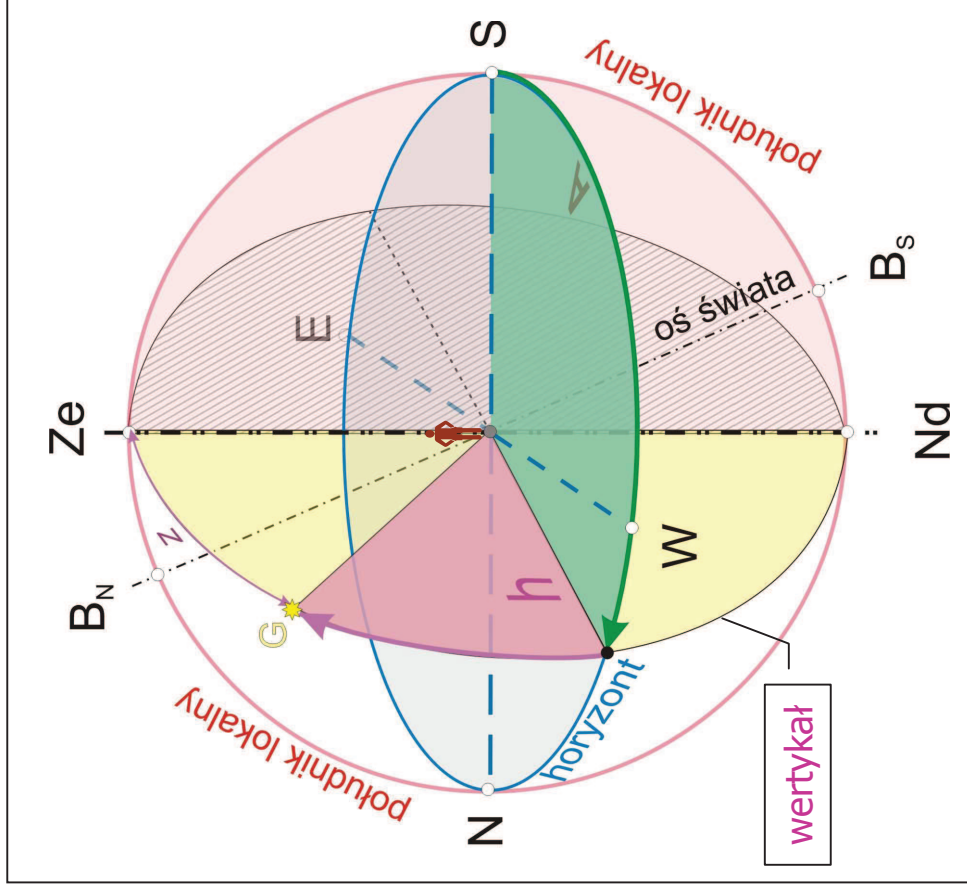
Południki to półkoła wielkie

Płaszczyzna Koła Wielkiego zawiera środek sfery

Koło wielkie to część wspólna kuli i płaszczyzny, do której należy środek kuli.
Koło małe to część wspólna kuli i płaszczyzny, do której nie należy środek kuli.

Najkrótsza linia łącząca na sferze dwa punkty A i B to łuk okręgu wielkiego przechodzącego przez A i B. Jest on miarą odległości katowej ξ .
W radianach $\xi = \widehat{AB}/R$; w stopniach $\xi = (180^\circ / \pi) (\widehat{AB}/R)$; w godzinach $\xi = (24^h / \pi) (\widehat{AB}/R)$

Układ horyzontalny



Wertykał przechodzący przez punkty W,E nazywamy pierwszym wertykałem. Jest on prostopadły do południka lokalnego.

Zenit i Nadir punkty przecięcia pionu ze sferą niebieską

Horyzont - Koło Wielkie prostopadłe do pionu

Oś świata - prosta równoległa do osi obrotu Ziemi przechodząca przez obserwatora

Bieguny Niebieskie - przecięcie Osi Świata ze sferą niebieską

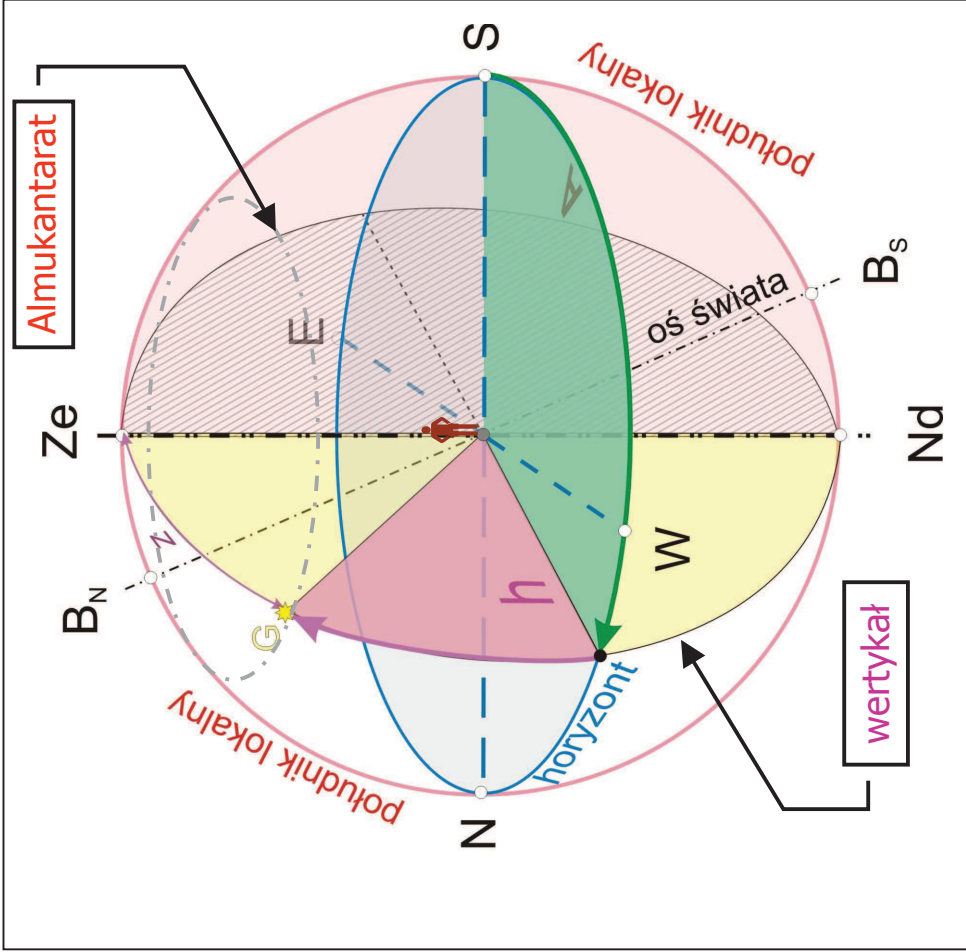
Wertykał - Koło Wielkie przechodzące przez zenit i nadir

Południk lokalny astronomiczny - Koło Wielkie przechodzące przez oba bieguny, zenit i nadir. Linia Ze-Nd dzieli go na dwa półkola. Do jednego z nich należy biegun południowy. Przecięcie tego półkola z horyzontem wyznacza punkt **UWAGA na półkule południową!**

Punkty kardynalne: S,W,N,E

Oś główna („oś z”) – oś Ze-Nd ⇔ Płaszczyzna podstawowa – płaszczyzna horyzontu ⊥ Ze-Nd

Układ horyzontalny



Definicja układu

Oś główna: oś Ze-Nd \Leftrightarrow
 płaszczyzna podstawowa: płaszczyzna horyzontu \perp Ze-Nd

h - wysokość $-90^\circ \leq h \leq 90^\circ$

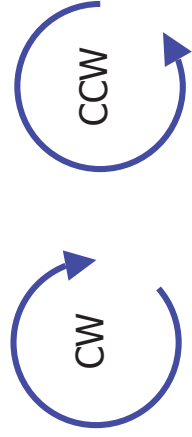
z - odległość zenitalna $z = 90^\circ - h$

A - azymut (CW) $0^\circ \leq A < 360^\circ$

Azymut punktu $S = 0^\circ$

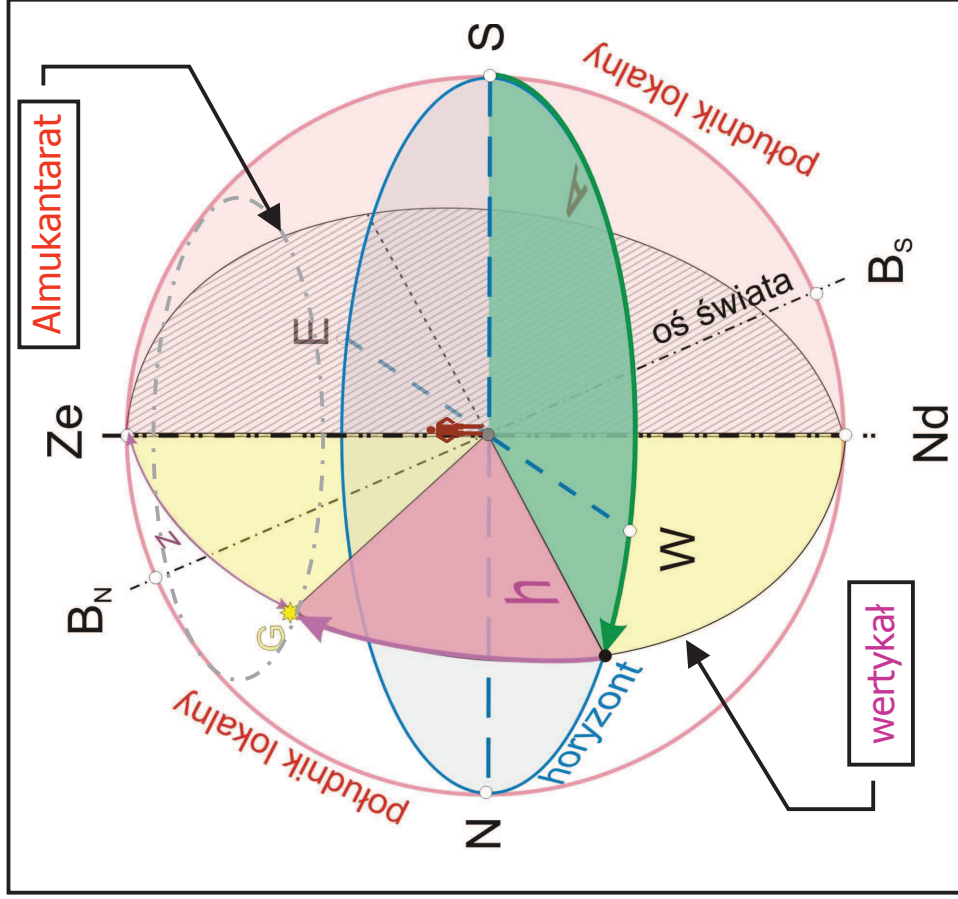
UWAGA!!!
W geodezji azymut Liczymy od N (CW)

Układ horyzontalny związany jest z obserwatorem!



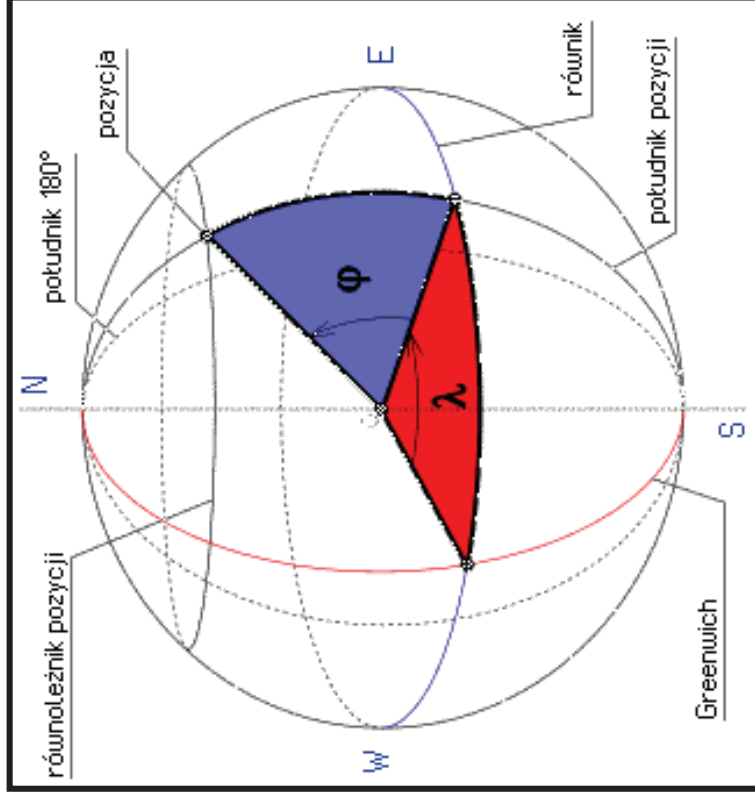
Okrag $h = \text{const}$ nazywamy **almukantaratem**
 Koło wielkie przechodzące przez Ze, G, Nd nazywamy **wertykałem**
 półokręgi $A = \text{const}$ nazywamy **półwertykałami**

Układ horyzontalny a współrzędne geograficzne



almukantarat <-> równoleżnik
 półwertykał <-> południk geog.

Uwaga: wertykał to koło wielkie a południk geog. to półokrąg!



$$-90^{\circ} \leq \varphi \leq 90^{\circ}$$

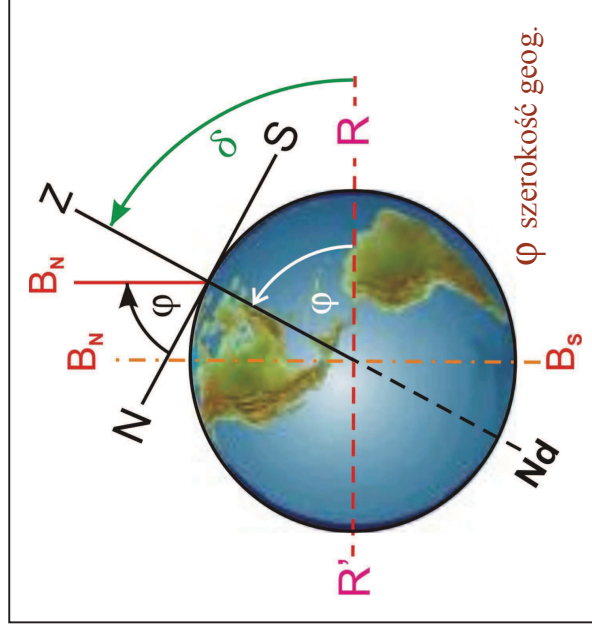
$$-180^{\circ} < \lambda \leq 180^{\circ} \text{ (CCW)}$$

$$-90^{\circ} \leq h \leq 90^{\circ}$$

$$0^{\circ} \leq A < 360^{\circ} \text{ (CW)}$$

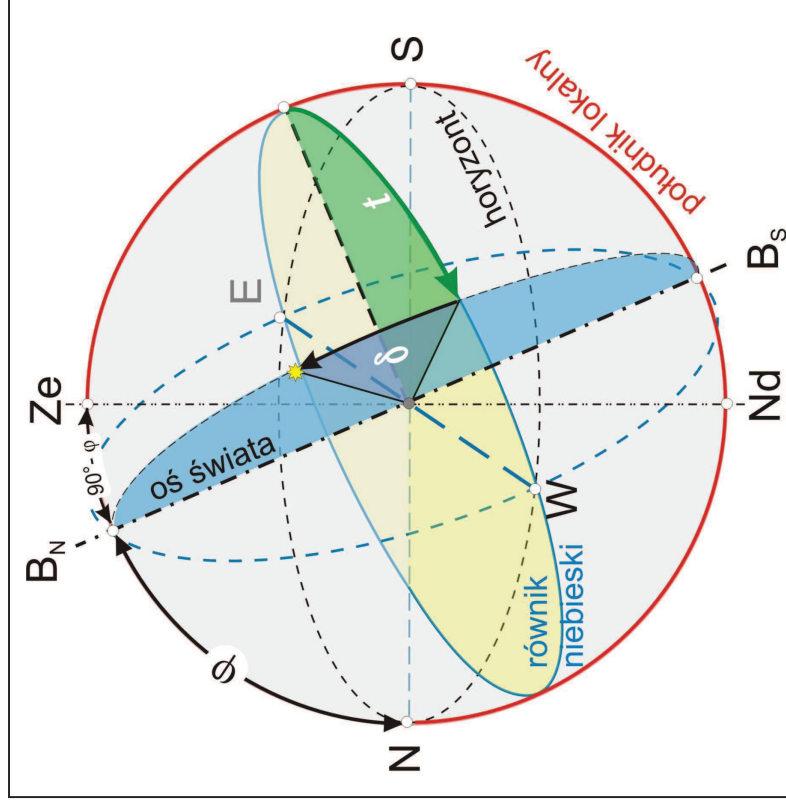
Układ równikowy I (godzinowy)

Układ równikowy I związany jest z obserwatorem!



Wysokość bieguna $h_{BN} = \varphi$

Deklinacja zenitu $\delta_z = \varphi$



Przesunięcie osi świata do punktu obserwatora (pominięcie paralaksy geocentrycznej).
Zabieg ten jest zbyt dużym uproszczeniem gdy obserwujemy obiekty bardzo bliskie

deklinacja δ : kąt pomiędzy kierunkiem do obiektu a płaszczyzną równika niebieskiego

kąt godzinny t : kąt dwuścienny pomiędzy płaszczyzną południka a płaszczyzną południka przechodzącego przez dany obiekt na sferze niebieskiej liczony od punktu S w kierunku CW

Układ godzinowy (godzinny) otrzymamy obracając układ horyzontalny wzdłuż osi $W-E$ o kąt $90^\circ - \varphi$

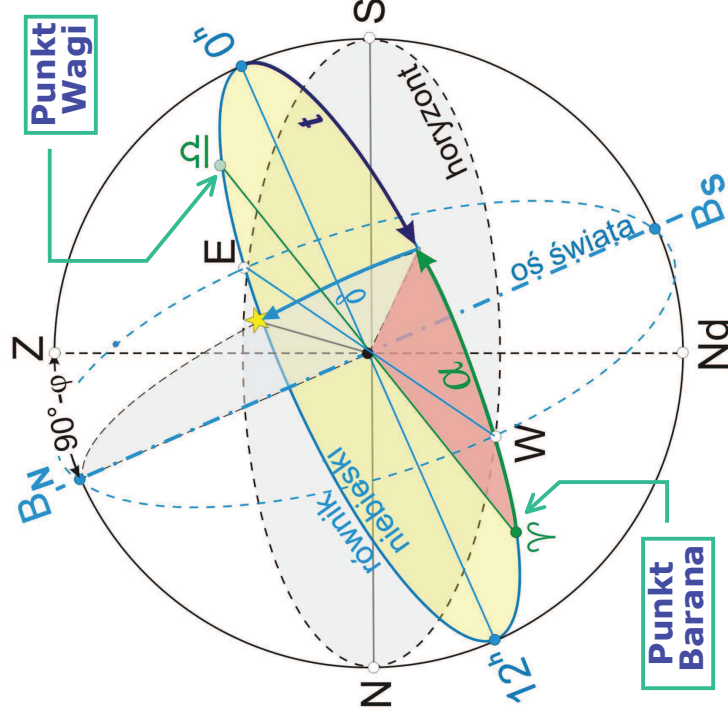
Układ Równikowy II

Układ równikowy II związany jest ze sferą niebieską

δ - deklinacja α - rektascensja ($0^h \leq \alpha < 24^h$)

Oś główna („oś z”) – oś obrotu kuli ziemskiej \Leftrightarrow Płaszczyzna podstawowa – równik niebieski

„oś x” ($\alpha = 0^h$) – punkt Barana (Υ), układ CCW



$$t + \alpha = t_{\Upsilon} = T^*$$

czas gwiazdowy

δ - deklinacja $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$

α - rektascensja (CCW) $0^h \leq t < 24^h$

dość gwiazdowa $\sim 23^h 56^m$

Jest to okres obrotu Ziemi wokół osi świata.
Doba słoneczna to 24^h !

α_{\odot} narasta około 4^m na dobę

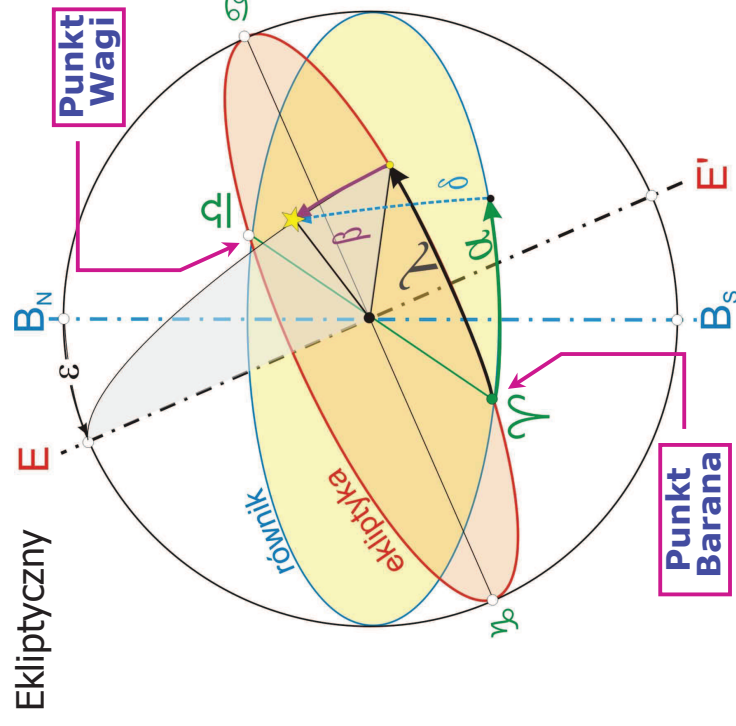
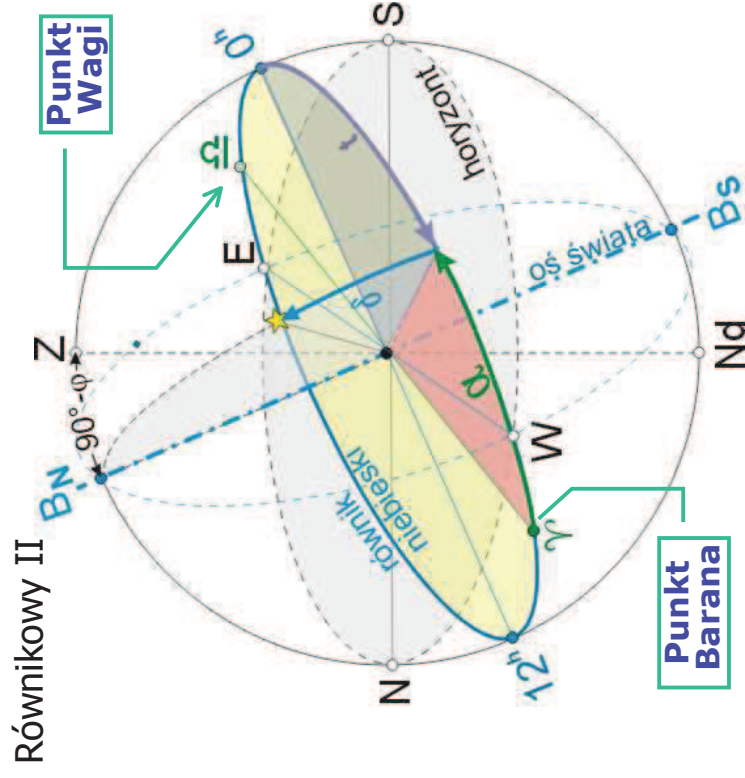
Układ ekliptyczny

Układ ekliptyczny związany jest ze sferą niebieską

Płaszczyzna podstawowa – płaszczyzna ekliptyki (płaszczyzna orbity Ziemi wokół Słońca)

λ - długość ekliptyczna β - szerokość ekliptyczna,

$$-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ \quad 0^\circ \leq \lambda < 360^\circ \quad \lambda_{\text{W}} = 0^\circ, \text{ CCW}$$



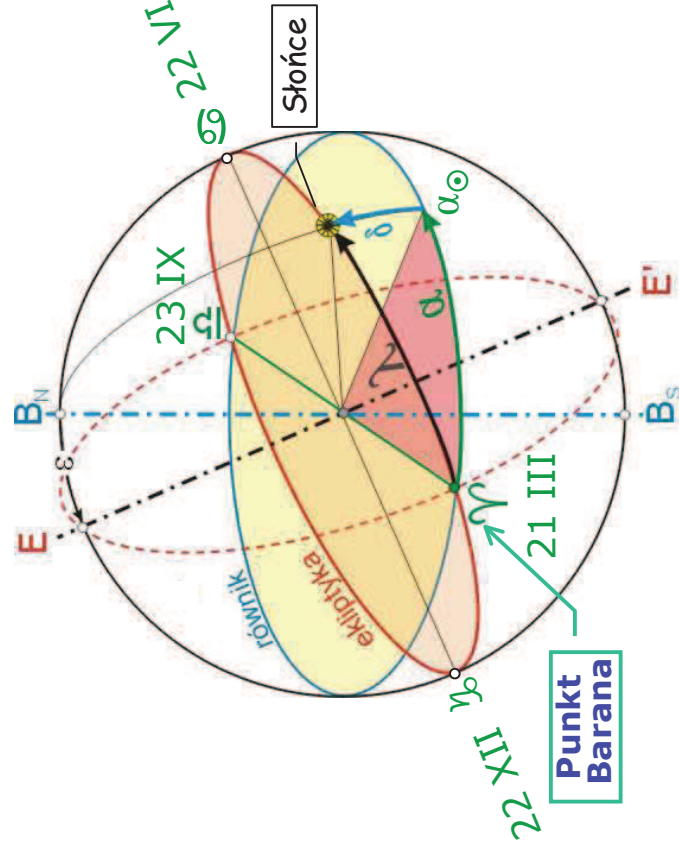
ε - nachylenie płaszczyzny równika Ziemi do płaszczyzny orbity Ziemi $\varepsilon = 23^\circ 26'$ (23.4°)

Układ ekliptyczny

Płaszczyzna podstawowa – płaszczyzna ekliptyki (płaszczyzna orbity Ziemi wokół Słońca)

ε - nachylenie płaszczyzny równika Ziemi do płaszczyzny orbity Ziemi $\varepsilon = 23^{\circ}26'$ (23.4°)

$\beta_{\odot} \equiv 0^{\circ}$ (z definicji!) λ_{\odot} narasta $\sim 59'$ na dobę ($360^{\circ}/365.2422^d$)



Przemyśli! Jak się zmienia α_{\odot} jeśli λ_{\odot} narasta jednostajnie?

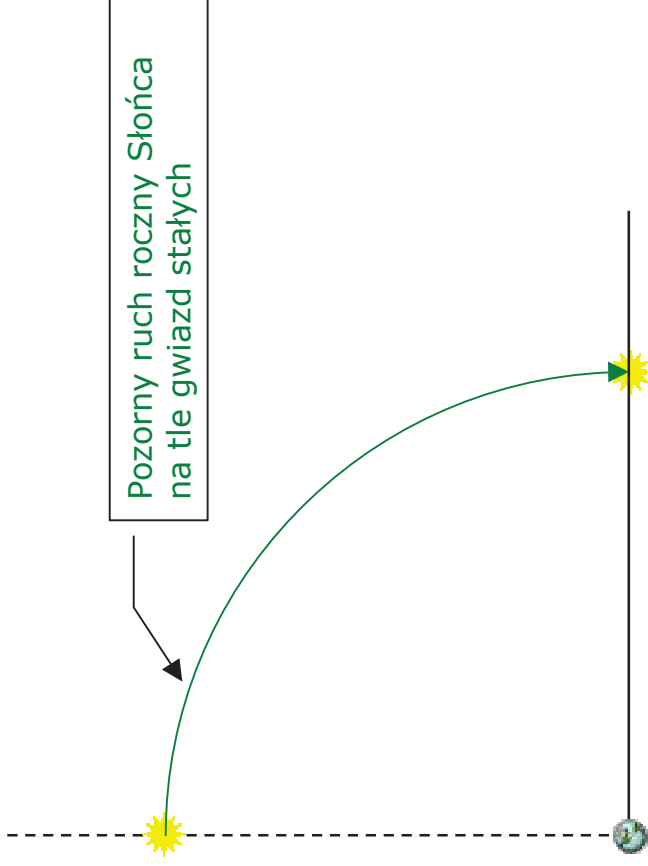
Znaki zodiaku

| Nazwa polska | Nazwa łacińska | Symbol | λ_{\odot} | |
|--------------|--------------------|--------|-------------------|--------|
| Baran | <i>Aries</i> | ♈ | 0°-30° | Wiosna |
| Byk | <i>Taurus</i> | ♉ | 30°-60° | |
| Bliźnięta | <i>Gemini</i> | ♊ | 60°-90° | |
| Rak | <i>Cancer</i> | ♋ | 90°-120° | Lato |
| Lew | <i>Leo</i> | ♌ | 120°-150° | |
| Panna | <i>Virgo</i> | ♍ | 150°-180° | |
| Waga | <i>Libra</i> | ♎ | 180°-210° | Jesień |
| Skorpion | <i>Scorpius</i> | ♏ | 210°-240° | |
| Strzelec | <i>Sagittarius</i> | ♐ | 240°-270° | |
| Koziorożec | <i>Capricornus</i> | ♑ | 270°-300° | Zima |
| Wodnik | <i>Aquarius</i> | ♒ | 300°-330° | |
| Ryby | <i>Pisces</i> | ♓ | 330°-360° | |

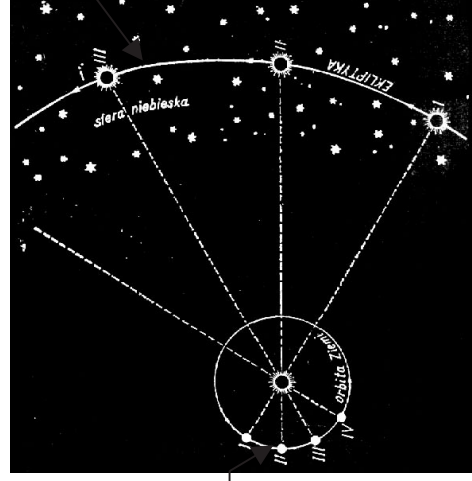
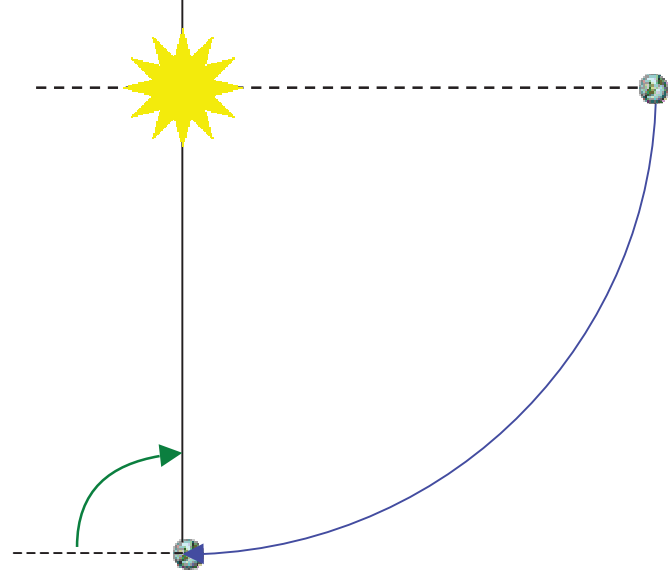
Układ ekliptyczny otrzymamy obracając układ równikowy równonocny osi ♈-♑ o kąt ε ($\varepsilon = 23^{\circ}26'$)

Ekliptyka

Odwzorowanie ruchu Ziemi w układzie geocentrycznym



Ruch Ziemi w układzie heliocentrycznym



Pozycja Ziemi na orbicie

Pozorny ruch roczny Słońca na tle gwiazd stałych

Ekliptyka

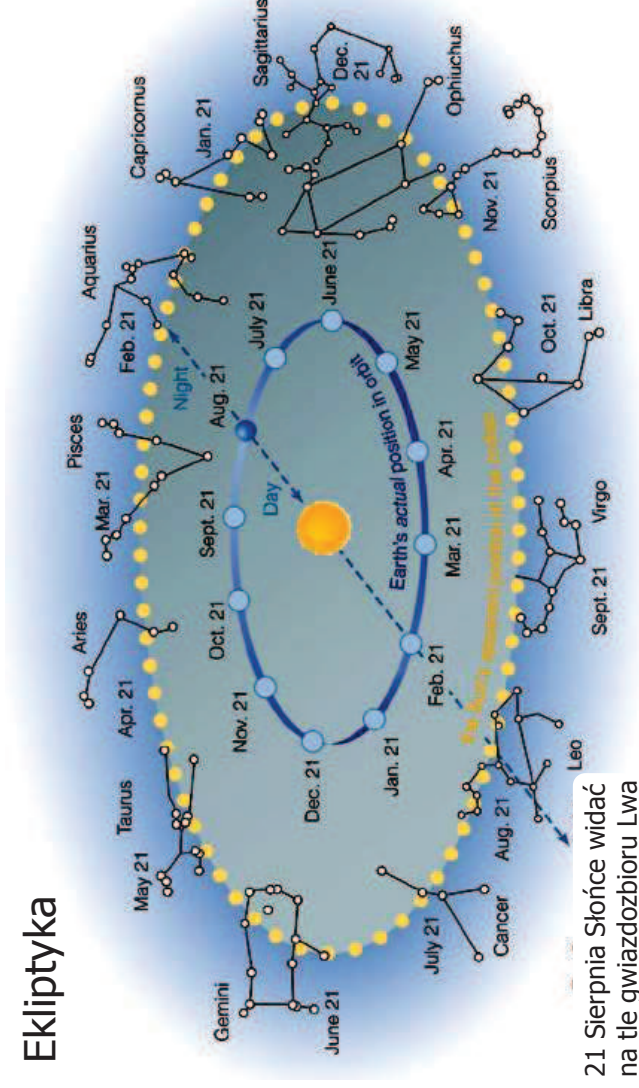
Ekliptyka

Przecięcie się płaszczyzny orbity Ziemi ze sferą niebieską.



Linia rocznego ruchu Słońca na tle gwiazd stałych

Ekliptyka

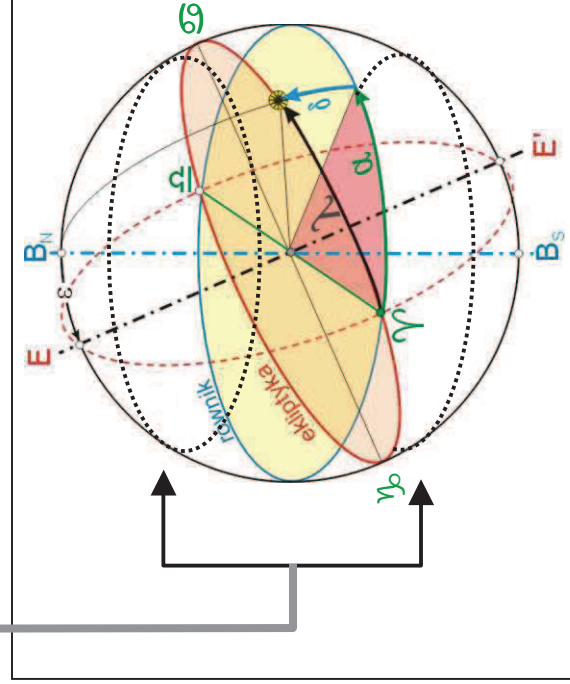
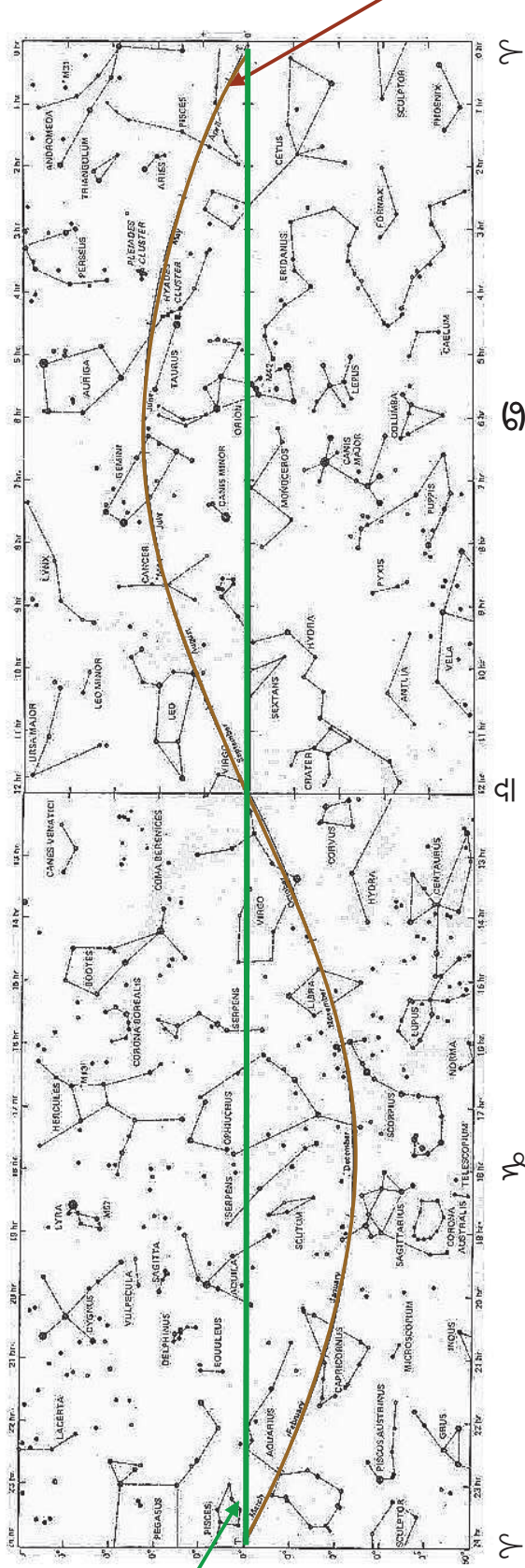


21 Sierpnia Słońce widać na tle gwiazdozbioru Lwa

Ekliptyka

$$\epsilon = 84381''448 - 48''8150T - 0,00059T^2 + 0,001813T^3$$

Równik



Ekliptyka

nachylenie płaszczyzny równika Ziemi do płaszczyzny orbity Ziemi $\epsilon = 23^{\circ}26'$ (23.4°)

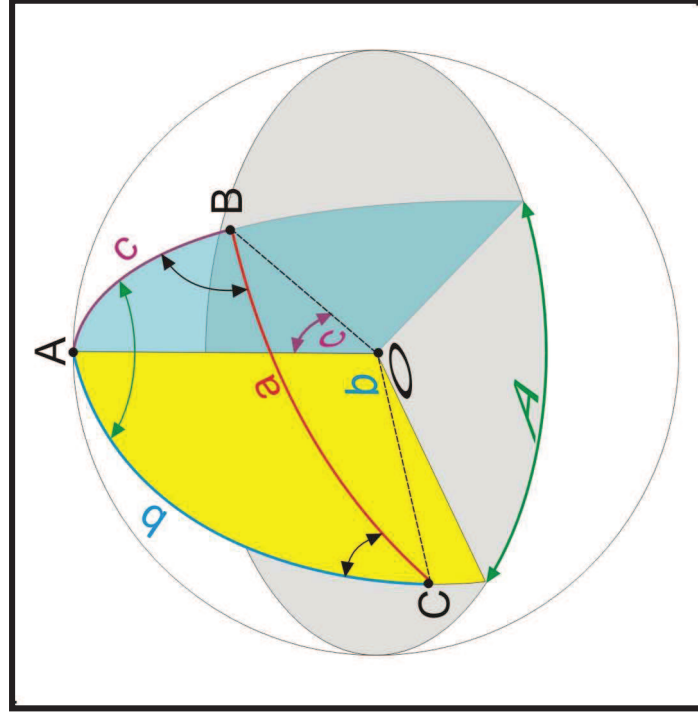
Ale!

To co tutaj jest omawiane jest dużym przybliżeniem.

W rzeczywistości:

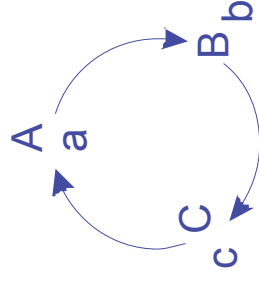
- wskutek nutacji osi obrotu nachylenie ϵ jest zmienne w czasie
- Ziemia nie jest bryłą sztywną i chwilowe położenie biegunów zmienia się w czasie
- w niniejszym wykładzie używamy pojęcia biegunu średniego

Trygonometria sferyczna



a, b, c - łuki kół wielkich (boki trójkąta)
 A, B, C - kąty dwuścienne (kąty trójkąta)

UWAGA!! $A+B+C \neq 180^\circ$
 $A+B+C > 180^\circ$ (nadwyżka sferyczna)
 dodatnia krzywizna powierzchni



$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$

wzór sinusowy

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

wzór cosinusowy

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

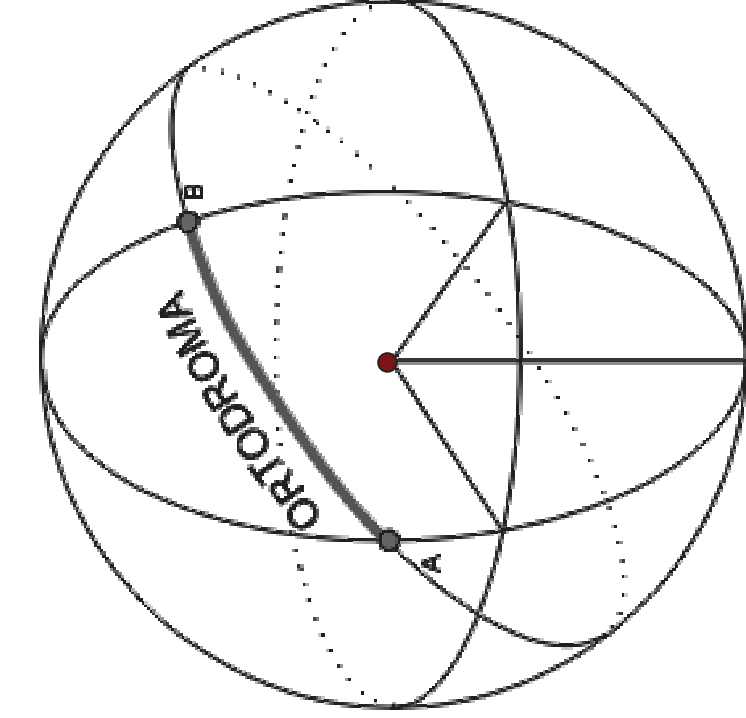
wzór mieszany

Ortodroma a Loksodroma

Ortodroma - „prostobieżnia” jest najkrótszą drogą pomiędzy dwoma punktami na powierzchni sfery np.: dwa miasta na kuli ziemskiej)
Ortodroma to łuk koła wielkiego przechodzącego przez punkty A i B

Loksodroma - „skośnobieżnia” przecina wszystkie południki pod tym samym kątem, zatem podróżnik może utrzymywać stały kurs aby dotrzeć do celu
- jest dłuższa od ortodromy

Ortodroma



Ortodroma to łuk koła wielkiego przechodzącego przez punkty A i B
przecina wszystkie południki pod różnymi kątami, zatem podróżnik musi stale zmieniać kurs aby dotrzeć do celu po ortodromie

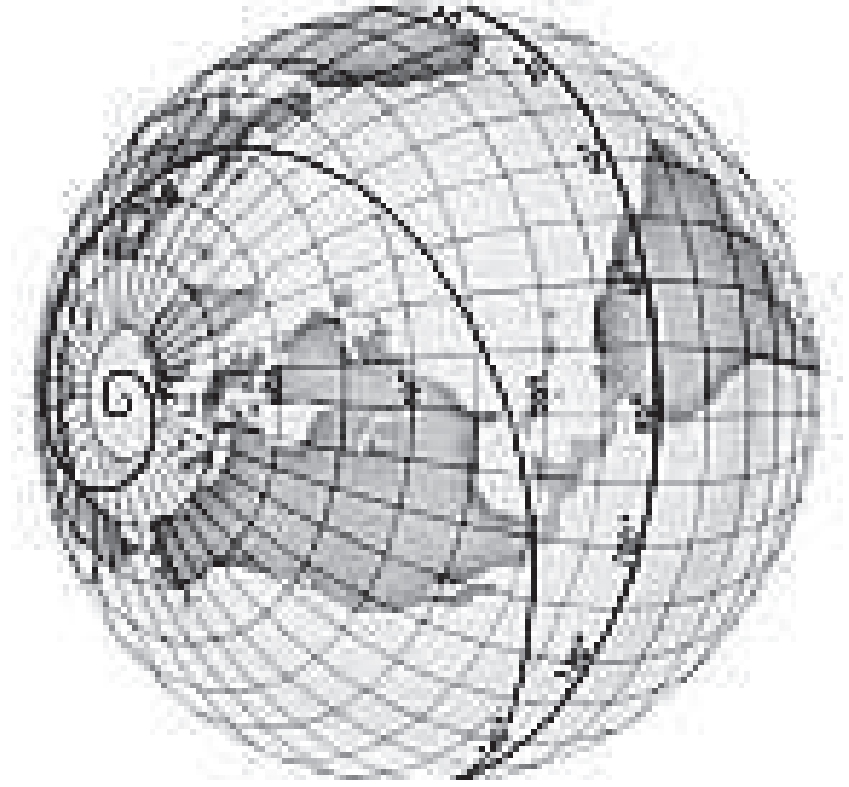
W praktyce nawigacja po odbywa się po linii łamanej złożonej z loksodrom aproksymując ortodromę

1 mila morska = 1852 metry odpowiada kątowi równemu 1' łuku wzdłuż koła wielkiego średniego

1° średniego koła wielkiego odpowiada odległości ~111.2 kilometrów

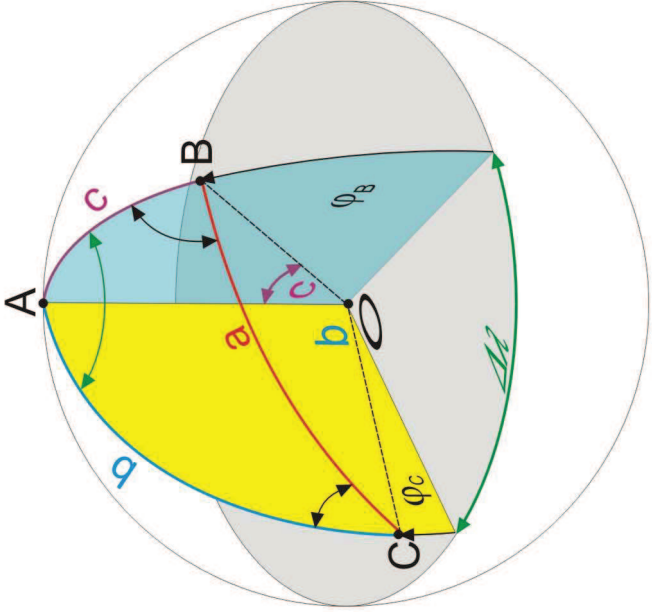
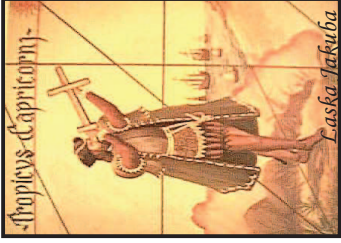
Loksodroma

Loksodroma przecina południki pod stałym kątem - na mapie Merkatora jest linią prostą



Ortodroma

Ortodroma na sferze niebieskiej to odległość katowa między gwiazdami



Jaka jest długość ortodromy pomiędzy B i C?

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

$$c = 90^\circ - \varphi_B$$

$$b = 90^\circ - \varphi_C$$

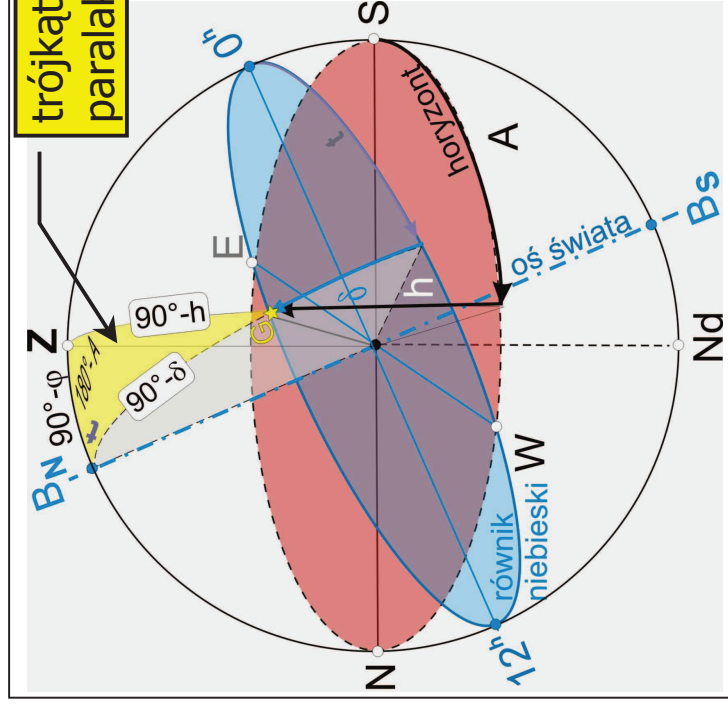
$$A = \Delta\lambda$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos a = \sin \varphi_B \sin \varphi_C + \cos \varphi_B \cos \varphi_C \cos \Delta\lambda$$

Trójkąt paralaktyczny – (transformacje pomiędzy układami)



$$\begin{aligned} \sin a \cdot \sin \mathcal{B} &= \sin b \cdot \sin \mathcal{A} \\ \cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \mathcal{A} \\ \sin a \cdot \cos \mathcal{B} &= \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos \mathcal{A} \end{aligned}$$

Transformacja $(t, \delta) \leftrightarrow (A, h)$

Trójkąt Z, B_N, G

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 180^\circ - A && ; a = 90^\circ - \delta \\ \mathcal{B} &= t && ; b = 90^\circ - h \\ & && c = 90^\circ - \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \mathcal{A} \\ \sin \delta &= \sin h \cdot \sin \varphi - \cos h \cdot \cos \varphi \cdot \cos A \end{aligned}$$

Trójkąt B_N, Z, G

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= t && ; a = 90^\circ - h \\ \mathcal{B} &= 180^\circ - A && ; b = 90^\circ - \delta \\ & && c = 90^\circ - \varphi \end{aligned}$$

$$\cos t = \frac{\sinh - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi}$$

$$\cos A = \frac{-\sin \delta + \sinh \cdot \sin \varphi}{\cosh \cdot \cos \varphi}$$

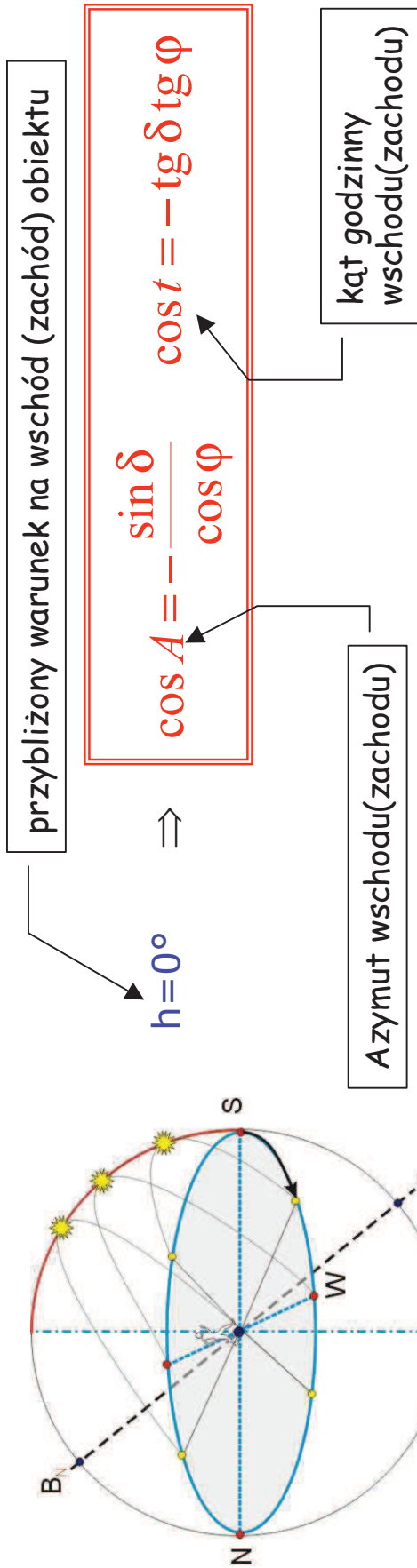
$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \mathcal{A} \\ \sin h &= \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t \end{aligned}$$

Trójkąt paralaktyczny – (transformacje pomiędzy układami)

Transformacja $(t, \delta) \leftrightarrow (A, h)$

$$\cos t = \frac{\sinh - \sin \delta \cdot \sin \varphi}{\cos \delta \cdot \cos \varphi}$$

$$\cos A = \frac{-\sin \delta + \sinh \cdot \sin \varphi}{\cosh \cdot \cos \varphi}$$



Zwróć uwagę, że w kulminacji górnej $A=0^\circ$ i $t=0^h$

Transformacja $(t, \delta) \leftrightarrow (\alpha, \delta)$

$t + \alpha = t_{\gamma} = T^*$

czas gwiazzdowy

