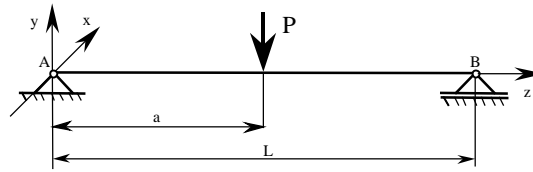


Zadanie 1

Na rysunku przedstawiono sposób obciążenia belki siłą skupioną P o stałej wartości, kierunku działania i zwrocie. Belka wykonana została ze stali S235 i posiada na całej długości stały przekrój.



W zadaniu należy przeprowadzić obliczenia maksymalnych naprężeń zginających σ_g , maksymalnej strzałki ugięcia f oraz masy belki m dla dziewięciu najczęściej stosowanych przekroi. Ich kształt i wymiary określono na rysunkach poniżej. Analizę wymienionych parametrów należy przeprowadzić dla czterech przypadków belek charakteryzujących się:

- stałą wartością jednego z głównych wymiarów przekroju,
- stałą wartością maksymalnej strzałki ugięcia,
- stałą wartością maksymalnych naprężeń zginających,
- stałą masą.

Dane:

$$\begin{aligned} P &= 4000 \text{ N} \\ a &= 500 \text{ mm} \\ L &= 1000 \text{ mm} \\ E &= 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \rho &= 7.86 \text{ kg/dm}^3 \end{aligned}$$

Szukane:

$$\begin{aligned} \sigma_g &= ? \\ f &= ? \\ m &= ? \end{aligned}$$

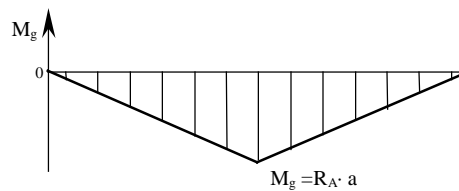
Rozwiązanie:

1. Reakcje w podporach

$$R_A = R_B = P/2 = 2000 \text{ N}$$

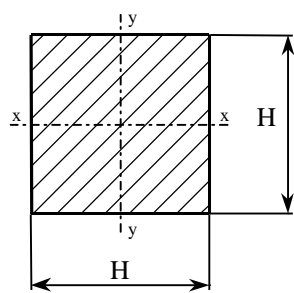
2. Moment gnący

$$M_g = R_A \cdot a = 2000 \cdot 500 = 1\,000\,000 \text{ Nmm} = 1\,000 \text{ Nm}$$



3. Obliczenia naprężeń zginających σ_g , strzałki ugięcia f oraz masy m dla belki posiadającej stałą wartością jednego z głównych wymiarów przekroju

a. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 1080000 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{H^3}{6} = 36000 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 3600 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 1080000} = 0.367 \text{ mm}$$

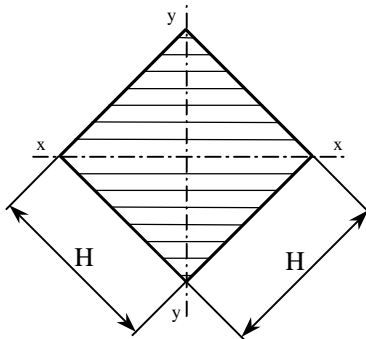
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{36000} = 27.8 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (3600 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 28.4 \text{ kg}$$

b. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 1080000 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot H^3 = 25455.8 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 3600 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 1080000} = 0.367 \text{ mm}$$

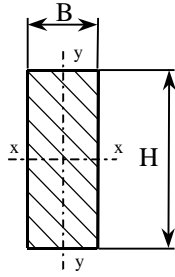
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{25455.8} = 39.3 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (3600 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 28.4 \text{ kg}$$

c. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$, $B = 15 \text{ mm}$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{B \cdot H^3}{12} = 270000 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{B \cdot H^2}{6} = 9000 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 900 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 270000} = 1.470 \text{ mm}$$

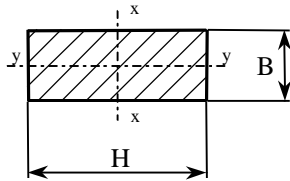
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{9000} = 111.1 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (900 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 7.1 \text{ kg}$$

d. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$, $B = 15 \text{ mm}$

Osiowy moment bezwładności

$$I_y = \frac{H \cdot B^3}{12} = 16875 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_y = \frac{H \cdot B^2}{6} = 2250 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 900 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 16875} = 23.5 \text{ mm}$$

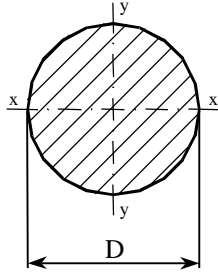
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_y} = \frac{1000 \cdot 10^3}{2250} = 444.4 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (900 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 7.1 \text{ kg}$$

e. Kołowym (pręt okrągły)



Przyjęto wymiary: $D = 60 \text{ mm}$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = 636172.5 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = 21205.8 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 2827.4 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 636172.5} = 0.624 \text{ mm}$$

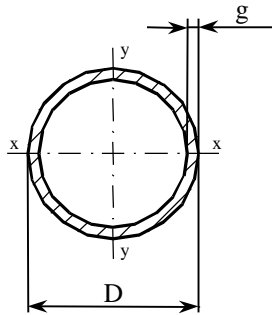
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{21205.8} = 47.2 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (2827.4 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 22.2 \text{ kg}$$

f. Pierścieniowym (kształtownik zamknięty okrągły)



Przyjęto wymiary: $D = 60 \text{ mm}$, $g = 5 \text{ mm}$, $d = D - 2g$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = 329376.4 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = 10979.2 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = 863.9 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 329376.4} = 1.20 \text{ mm}$$

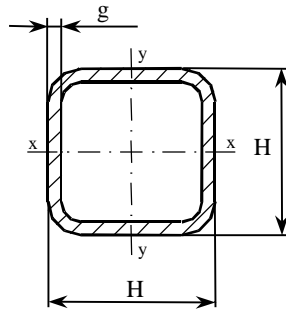
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{10979.2} = 91.1 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (863.9 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 6.8 \text{ kg}$$

g. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$, $g = 5 \text{ mm}$, $h = H - 2g$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4 - h^4}{12} = 559166.7 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{1}{6} \cdot \frac{H^4 - h^4}{H} = 18638.9 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 - h^2 = 1100 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 559166.7} = 0.71 \text{ mm}$$

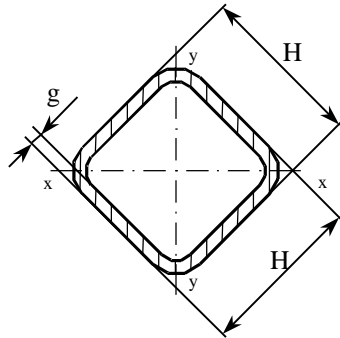
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{18638.9} = 53.7 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (1100 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 8.6 \text{ kg}$$

h. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$, $g = 5 \text{ mm}$, $h = H - 2g$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4 - h^4}{12} = 559166.7 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot \frac{H^4 - h^4}{H} = 13179.7 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 - h^2 = 1100 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 559166.7} = 0.71 \text{ mm}$$

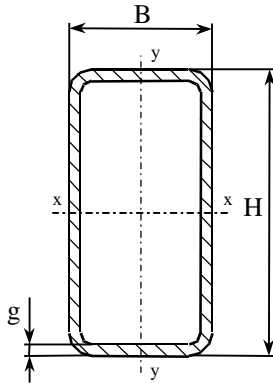
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{13179.7} = 75.9 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (1100 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 8.6 \text{ kg}$$

i. Prostokątnym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty prostokątny)



Przyjęto wymiary: $H = 60 \text{ mm}$, $B = 40 \text{ mm}$, $g = 5 \text{ mm}$

$$h = H - 2g, \quad b = B - 2g$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{12} = 407500 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H} = 13583.3 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = B \cdot H - b \cdot h = 900 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 407500} = 0.97 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{13583.3} = 73.6 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (900 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 7.1 \text{ kg}$$

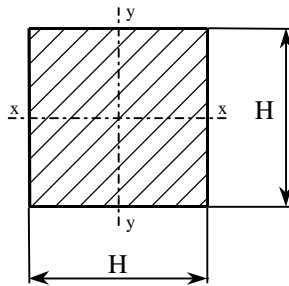
4. Obliczenia naprężeń zginających σ_g oraz masy m dla belki posiadającej **stałą wartość maksymalnej strzałki ugięcia f**

W obliczeniach przyjęto, iż belkę będzie charakteryzowała stała wartość strzałki ugięcia $f = 1\text{mm}$. Po przekształceniu wzoru na strzałkę ugięcia określono wartość osiowego momentu bezwładności I_x wymaganego dla analizowanych przekroji

$$I_x = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot f} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 1} = 396825.4 \text{ mm}^4$$

Wartość osiowego momentu bezwładności posłuży do wyznaczenia wymiarów belki.

a. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności

$$H = \sqrt[3]{12 \cdot I_x} = \sqrt[3]{12 \cdot 396825.4} = 46.7 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{H^3}{6} = 16989.6 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 2182.2 \text{ mm}^2$$

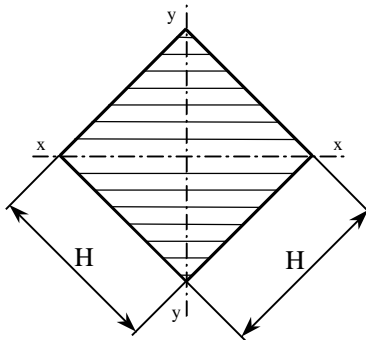
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{16989.6} = 58.9 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (2182.2 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 17.2 \text{ kg}$$

b. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności

$$H = \sqrt[3]{12 \cdot I_x} = \sqrt[3]{12 \cdot 396825.4} = 46.7 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot H^3 = 12013.5 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 2182.2 \text{ mm}^2$$

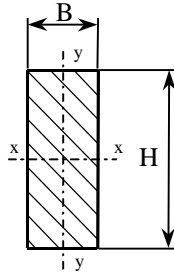
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{12013.5} = 83.2 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (2182.2 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 17.2 \text{ kg}$$

c. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[4]{48 \cdot I_x} = \sqrt[4]{48 \cdot 396825.4} = 66.1 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 16.5 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{B \cdot H^2}{6} = 12013.5 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = B \cdot H = 1091.1 \text{ mm}^2$$

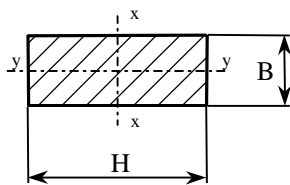
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{12013.5} = 83.2 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (1091.1 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 8.6 \text{ kg}$$

d. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[4]{768 \cdot I_y} = \sqrt[4]{768 \cdot 396825.4} = 132.1 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 33.0 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_y = \frac{H \cdot B^2}{6} = 24027.0 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = B \cdot H = 4364.4 \text{ mm}^2$$

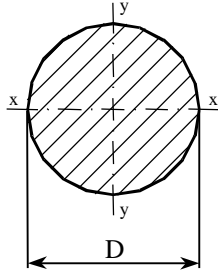
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_y} = \frac{1000 \cdot 10^3}{24027.0} = 41.6 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (4364.4 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 34.3 \text{ kg}$$

e. Kołowym (pręt okrągły)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności

$$D = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_x}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 396825.4}{\pi}} = 53.3 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 14884.1 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 2233.1 \text{ mm}^2$$

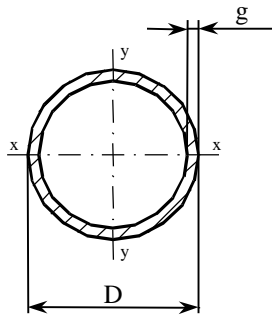
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 67.2 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = 17.6 \text{ kg}$$

f. Pierścieniowym (kształtownik zamknięty okrągły)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot D$, $d = D - 2g = \frac{21}{25} \cdot D$

Średnicę D przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$D = \sqrt[4]{\frac{1562500 \cdot I_x}{12259 \cdot \pi}} = \sqrt[4]{\frac{1562500 \cdot 396825.4}{12259 \cdot \pi}} = 63.3 \text{ mm}$$

$$d = \frac{21}{25} \cdot D = \frac{21}{25} \cdot 63.3 = 53.2 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 12529.3 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 927.8 \text{ mm}^2$$

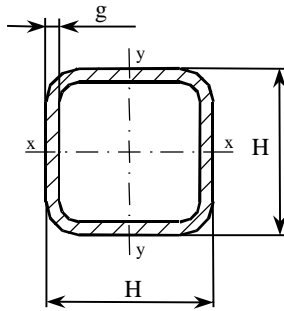
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 79.8 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = 7.3 \text{ kg}$$

g. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[4]{\frac{1171875 \cdot I_x}{49036}} = \sqrt[4]{\frac{1171875 \cdot 396825.4}{49036}} = 55.5 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 55.5 = 46.6 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{1}{6} \cdot \frac{H^4 - h^4}{H} = 14301.7 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 - h^2 = 906.6 \text{ mm}^2$$

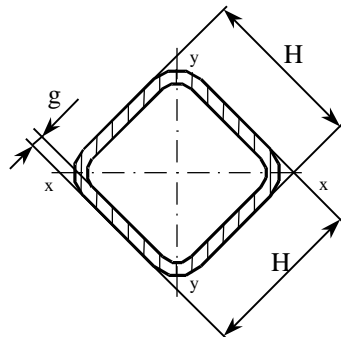
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{14301.7} = 69.9 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (906.6 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 7.1 \text{ kg}$$

h. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[4]{\frac{1171875 \cdot I_x}{49036}} = \sqrt[4]{\frac{1171875 \cdot 396825.4}{49036}} = 55.5 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 55.5 = 46.6 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 10112.8 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 906.6 \text{ mm}^2$$

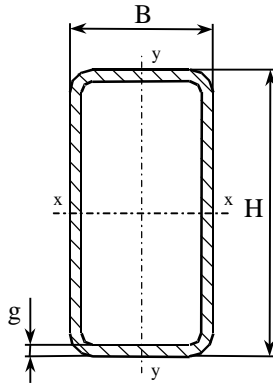
Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 98.9 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = 7.1 \text{ kg}$$

i. Prostokątnym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty prostokątny)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H, \quad b = B - 2g = \frac{38}{75} \cdot H$$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy moment bezwładności, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[4]{\frac{3515625 \cdot I_x}{107333}} = \sqrt[4]{\frac{3515625 \cdot 396825.4}{107333}} = 60.0 \text{ mm}$$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H = \frac{2}{3} \cdot 60.0 = 40.0 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 60.0 = 50.4 \text{ mm}$$

$$b = \frac{38}{75} \cdot H = \frac{38}{75} \cdot 60.0 = 30.4 \text{ mm}$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 13217.9 \text{ mm}^3$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 869.1 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 75.7 \text{ MPa}$$

Masa belki

$$m = 6.8 \text{ kg}$$

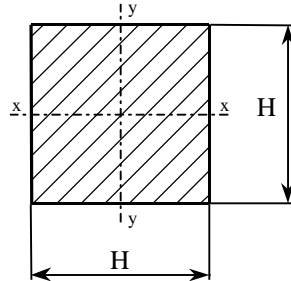
5. Obliczenia strzałki ugięcia f oraz masy m dla belki posiadającej stałą wartość maksymalnych naprężeń zginających σ_g

W obliczeniach przyjęto, iż belkę będzie charakteryzowała stała wartość maksymalnych naprężeń zginających $\sigma_g = 100$ MPa. Na tej podstawie określono wartość osiowego wskaźnika wytrzymałości W_x , jakim powinien charakteryzować przekrój

$$W_x = \frac{M_g}{\sigma_g} = \frac{1000 \cdot 10^3}{100} = 10\,000 \text{ mm}^3$$

Wartość osiowego wskaźnika wytrzymałości posłuży do wyznaczenia wymiarów przekroju belki.

a. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$H = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 10000} = 39.1 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 195743.4 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 = 1532.6 \text{ mm}^2$$

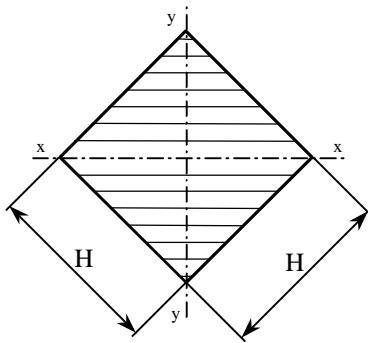
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 195743.4} = 2.03 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (1532.6 \cdot 1000 \cdot 0.000001) \cdot 7.86 = 12.0 \text{ kg}$$

b. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$H = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot W_x}{\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 10000}{\sqrt{2}}} = 43.9 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 310723.3 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 1931.0 \text{ mm}^2$$

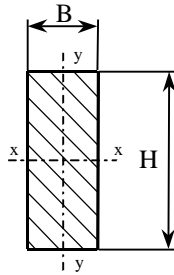
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.28 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 15.2 \text{ kg}$$

c. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 62.1 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 15.5 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 310723.3 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 965.5 \text{ mm}^2$$

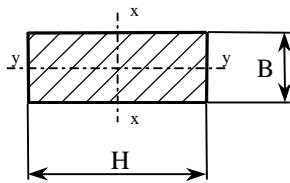
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.28 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 7.6 \text{ kg}$$

d. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 98.6 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 24.7 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_y = 123310.6 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 2432.9 \text{ mm}^2$$

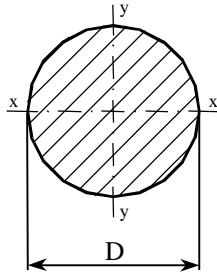
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 3.22 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 19.1 \text{ kg}$$

e. Kołowym (pręt okrągły)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$D = 46.7 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 233508.9 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 1713.0 \text{ mm}^2$$

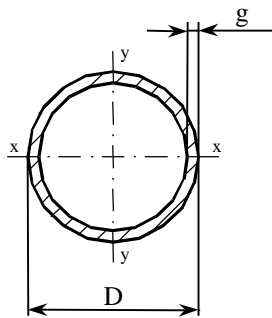
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.70 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 13.5 \text{ kg}$$

f. Pierścieniowym (kształtownik zamknięty okrągły)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot D$, $d = D - 2g = \frac{21}{25} \cdot D$

Średnicę D przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$D = 58.8 \text{ mm}$$

$$d = \frac{21}{25} \cdot D = \frac{21}{25} \cdot 58.8 = 49.4 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 293786.1 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 798.3 \text{ mm}^2$$

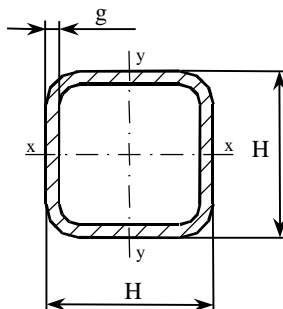
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.35 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 6.3 \text{ kg}$$

g. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt[3]{\frac{1171875 \cdot W_x}{98072}} = \sqrt[3]{\frac{1171875 \cdot 10000}{98072}} = 49.3 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 49.3 = 41.4 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4 - h^4}{12} = 246272.0 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = H^2 - h^2 = 714.2 \text{ mm}^2$$

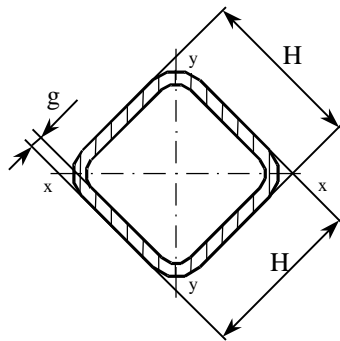
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 246272.0} = 1.60 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = V \cdot \rho = S \cdot L \cdot \rho = (714.2 \cdot 1000 \cdot 0,000001) \cdot 7.86 = 5.6 \text{ kg}$$

h. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 55.3 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 55.3 = 46.4 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 390932.4 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 899.9 \text{ mm}^2$$

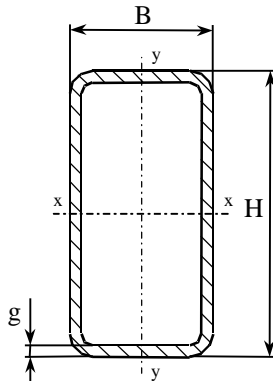
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.02 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 7.1 \text{ kg}$$

i. Prostokątnym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty prostokątny)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H, \quad b = B - 2g = \frac{38}{75} \cdot H$$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na osiowy wskaźnik wytrzymałości, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 54.7 \text{ mm}$$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H = \frac{2}{3} \cdot 54.7 = 36.5 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 54.7 = 46.0 \text{ mm}$$

$$b = \frac{38}{75} \cdot H = \frac{38}{75} \cdot 54.7 = 27.7 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 273558.2 \text{ mm}^4$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$S = 721.6 \text{ mm}^2$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.45 \text{ mm}$$

Masa belki

$$m = 5.7 \text{ kg}$$

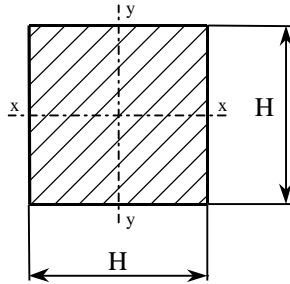
6. Obliczenia strzałki ugięcia f oraz naprężeń zginających σ_g dla belki posiadającej stałą masę m

W obliczeniach przyjęto, iż belkę będzie charakteryzowała stała wartość masy $m = 14$ kg. Na tej podstawie można określić wartość pola powierzchni przekroju poprzecznego S ze wzoru

$$S = \frac{m}{L \cdot \rho} = \frac{14}{1000 \cdot 7.86 \cdot 0.000001} = 1781.2 \text{ mm}^2$$

Wartość pola powierzchni przekroju poprzecznego posłuży do wyznaczenia wymiarów przekroju belki.

a. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pola powierzchni

$$H = \sqrt{S} = \sqrt{1781.2} = 42.2 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 264380.7 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{H^3}{6} = 12528.7 \text{ mm}^3$$

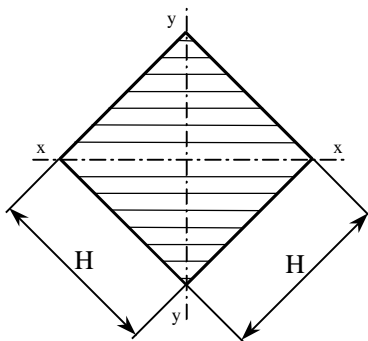
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 264380.7} = 1.50 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{12528.7} = 79.8 \text{ MPa}$$

b. Kwadratowym (pręt kwadratowy)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pola powierzchni

$$H = \sqrt{S} = \sqrt{1781.2} = 42.2 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4}{12} = 264380.7 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\sqrt{2} \cdot H^3}{12} = 8859.1 \text{ mm}^3$$

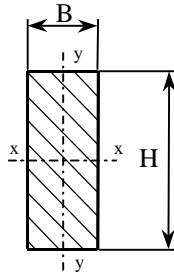
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 264380.7} = 1.50 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{8859.1} = 112.9 \text{ MPa}$$

c. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 84.4 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 21.1 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 1057522.8 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 25057.5 \text{ mm}^3$$

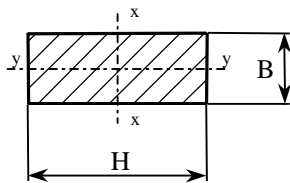
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 0.38 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 39.9 \text{ MPa}$$

d. Prostokątnym (płaskownik)



Przyjęto, że wymiar $B = \frac{1}{4} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 84.4 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \cdot H = 21.1 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_y = 66095.2 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_y = 6264.4 \text{ mm}^3$$

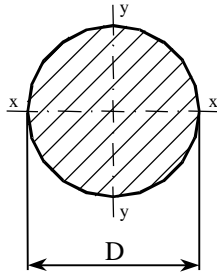
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 6.0 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 159.6 \text{ MPa}$$

e. Kołowym (pręt okrągły)



Wymiary przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole przekroju

$$D = 47.6 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 252465.0 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 10602.9 \text{ mm}^3$$

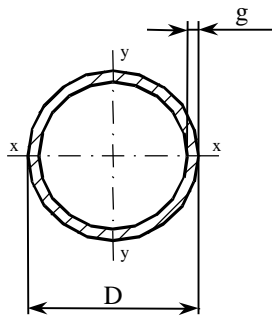
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 1.57 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 94.3 \text{ MPa}$$

f. Pierścieniowym (kształtownik zamknięty okrągły)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot D$, $d = D - 2g = \frac{21}{25} \cdot D$

Średnicę D przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$D = \sqrt{\frac{625 \cdot S}{46 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{625 \cdot 1781.2}{46 \cdot \pi}} = 87.8 \text{ mm}$$

$$d = \frac{21}{25} \cdot D = \frac{21}{25} \cdot 87.8 = 73.7 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = 1462650.3 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = 33329.7 \text{ mm}^3$$

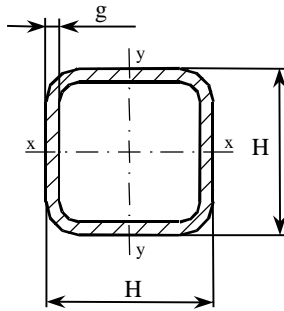
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 0.27 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 30.0 \text{ MPa}$$

g. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = \sqrt{\frac{625 \cdot S}{184}} = \sqrt{\frac{625 \cdot 1781.2}{184}} = 77.8 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 77.8 = 65.3 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = \frac{H^4 - h^4}{12} = 1531683.8 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = \frac{H^4 - h^4}{6 \cdot H} = 39383.6 \text{ mm}^3$$

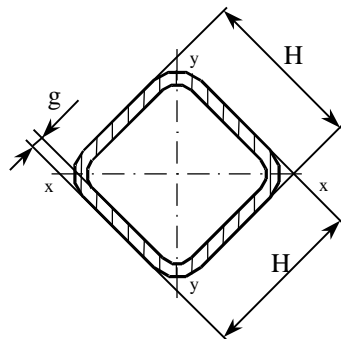
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} = \frac{4000 \cdot 1000^3}{48 \cdot 210000 \cdot 1531683.8} = 0.26 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} = \frac{1000 \cdot 10^3}{39383.6} = 25.4 \text{ MPa}$$

h. Kwadratowym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty kwadratowy)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 77.8 \text{ mm}$$

$$h = 65.3 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 1531683.8 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 27848.4 \text{ mm}^3$$

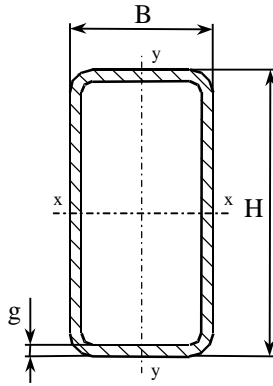
Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 0.26 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 35.9 \text{ MPa}$$

i. Prostokątnym „pustym” w środku (kształtownik zamknięty prostokątny)



Przyjęto wymiary: $g = \frac{2}{25} \cdot H$, $h = H - 2g = \frac{21}{25} \cdot H$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H, \quad b = B - 2g = \frac{38}{75} \cdot H$$

Wysokość H przekroju poprzecznego belki obliczamy ze wzoru na pole powierzchni, który po podstawieniu i przekształceniu ma postać

$$H = 86.0 \text{ mm}$$

$$B = \frac{2}{3} \cdot H = \frac{2}{3} \cdot 86.0 = 57.3 \text{ mm}$$

$$h = \frac{21}{25} \cdot H = \frac{21}{25} \cdot 86.0 = 72.2 \text{ mm}$$

$$b = \frac{38}{75} \cdot H = \frac{38}{75} \cdot 86.0 = 43.6 \text{ mm}$$

Osiowy moment bezwładności

$$I_x = 1666738.2 \text{ mm}^4$$

Osiowy wskaźnik wytrzymałości

$$W_x = 38780.5 \text{ mm}^3$$

Maksymalna wartość strzałki ugięcia

$$f = 0.24 \text{ mm}$$

Maksymalna wartość naprężeń zginających

$$\sigma_g = 25.8 \text{ MPa}$$

7. Zestawienie wyników obliczeń

W celu możliwości porównania wartości naprężeń zginających, strzałki ugięcia oraz masy uzyskanych dla przyjętych przekroji belki, wyników obliczeń zestawiono w postaci wykresów.

