

Zagadnienia do zajęć Wprowadzenie do fal grawitacyjnych (2019)

1. Historia powstania OTW oraz pierwsze wzmianki o falach grawitacyjnych. Doświadczalne potwierdzenie istnienia fal.
2. Równanie Einsteina. Wielkości opisujące materię i geometrię.
3. Granica newtonowska. Interpretacja stałej κ i zaburzenia metrycznego h_{00} .
4. Fala grawitacyjna w przybliżeniu newtonowskim. Podobieństwa i różnice w stosunku do elektrodynamiki.
5. Skutki przejścia fali grawitacyjnej. Przyspieszenie pływowe. Jak zmienia się wzajemne położenie ciał wskutek przejścia fali grawitacyjnej?
6. Obracająca się niesymetryczna bryła. Wnioski z rozwiązania (strumień energii, moc promieniowania, rozkład kątowy fali grawitacyjnej).
7. Układ podwójny dwóch identycznych gwiazd jako źródło fali grawitacyjnej. Rozwiązanie na zaburzenie metryczne.
8. Emisja fali grawitacyjnej z układu podwójnego o orbitach eliptycznych. Czyż spowodowana jest zmienność orbit?
9. Sygnał grawitacyjny od układu podwójnego. Jakże czynniki wpływają na jego zmienność w czasie?
10. Źródła fal grawitacyjnych i ich charakterystyczne zakresy częstości.
11. Charakterystyka detektorów rezonansowych (budowa, zasada działania, szumy).
12. Charakterystyka detektorów interferometrycznych (budowa, zasada działania, szumy).

Uzasadnić następujące fakty:

Lemat 1. Infinitesimalna transformacja współrzędnych $x^\alpha \mapsto \tilde{x}^\alpha = x^\alpha + \xi^\alpha$ prowadzi do następującej transformacji cechowania zaburzenia metrycznego

$$h_{\alpha\beta} \mapsto \tilde{h}_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha}$$

Lemat 2. Transformacja cechowania zaburzenia metrycznego $h_{\alpha\beta}$ nie zmienia tensora krzywizny $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ oraz tensora Ricciego $R_{\alpha\beta}$.

Lemat 3. Równanie pola grawitacyjnego w granicy newtonowskiej

$$h_{,\beta\mu} + \square h_{\mu\beta} - h_{\mu,\beta\lambda}^\lambda - h_{\beta,\alpha\mu}^\alpha = -\frac{16\pi G}{c^4} (T_{\mu\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\beta} T)$$

redukuje się w cechowaniu Lorentza $\bar{h}_{,\alpha}^{\mu\alpha} = 0$ do liniowego równania falowego

$$\square \bar{h}_{\mu\beta} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\beta}.$$

Lemat 4. Cechowanie Lorentza nie wyznacza $\bar{h}_{\mu\beta}$ jednoznacznie, tzn. można jeszcze dokonać transformacji

$$\bar{h}_{\mu\beta} \mapsto \bar{h}_{\mu\beta} - (\pi_{\mu,\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\beta} \pi_{,\lambda}^\lambda) - (\pi_{\beta,\mu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\beta} \pi_{,\lambda}^\lambda),$$

która nie zmienia równania falowego, jeśli $\square \pi_\mu = 0$.

Lemat 5. Dla fali płaskiej $\bar{h}_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} \cos(k_\mu x^\mu)$ oraz funkcji $\pi_\alpha = -C_\alpha \sin(k_\mu x^\mu)$ rozchodzącej się w kierunku osi Z z czterowektorem falowym $k_\mu = [\omega/c, 0, 0, k]$ można dobrać stałe C_α tak aby zaburzenie metryczne spełniało warunki cechowania TT, tzn.

$$\bar{h}_{,k}^{jk} = 0, \quad h^{\alpha 0} = 0, \quad \bar{h}_\alpha^\alpha = 0.$$