

Pytania kontrolne z fizyki statystycznej (2016) — ćwiczenia

1. W objętości V porusza się chaotycznie N nieoddziałujących i rozróżnialnych cząstek. 1) Znaleźć prawdopodobieństwo $p_N(k)$ tego, że w objętości $v < V$ znajduje się jednocześnie k cząstek. 2) Policzyc średnią liczbę cząstek w objętości v i wariancję liczby cząstek. 3) Niech średnia liczba cząstek pozostaje stała, podczas gdy $N, V \rightarrow \infty$. Do jakiego rozkładu prawdopodobieństwa zmierza wówczas $p_N(k)$?
2. Podać graniczny rozkład prawdopodobieństwa dla łańcucha Markowa opisywanego macierzą przejścia

$$Q = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

3. Wychodząc ze wzorów na ilość konfiguracji mikroskopowych realizujących dany stan makroskopowy $\underline{n} = (n_1, \dots, n_r)$ układu r -poziomowego o ustalonej liczbie cząstek N i energii E znaleźć postać konfiguracji realizowanej przez największą liczbę stanów mikroskopowych w trzech przypadkach:
 - (a) statystyki Maxwella-Boltzmann
 - (b) statystyki Fermiego-Diraca
 - (c) statystyki Bosego-Einsteina.
4. Znaleźć rozkład reprezentatywny dla makrostanu

$$\mathcal{K}_f = \left\{ (p_1, p_2, \dots); 0 \leq p_n \leq 1, \sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1, \langle f \rangle = h \right\}$$

generowanego przez dyskretną zmienną losową f , która przyjmuje wartość równą kolejnym liczbom naturalnym.

5. Omówić efekt dopplerowskiego poszerzenia linii widmowej: wyprowadzić kształt profilu linii oraz szerokość połówkową.
6. Wychodząc z sumy stanów dla modelu gazu rzeczywistego van der Waalsa

$$Z(\beta, V; N) = (V - Nb)^N \left(\frac{2m\pi}{\beta} \right)^{3N/2} \exp \left(\frac{\beta N^2 a}{V} \right)$$

wyprowadzić równanie stanu dla tego gazu i energię wewnętrzną. Policzyc $C_p - C_V$ oraz współczynnik rozszerzalności objętościowej przy stałym ciśnieniu α z dokładnością do wyrazów liniowych w koncentracji $1/v = N/V$.

7. Znaleźć pierwsze dwa współczynniki w rozwinięciu wirialnym równania stanu gazu Dieterici, dla którego równanie stanu ma postać

$$p(v - b) = kT e^{-a/(kTv)}.$$

8. Omówić model paramagnetyka. Wyprowadzić i omówić prawo P. Curie.
9. Znaleźć funkcję korelacji dla jednowymiarowego modelu Isinga.
10. Omówić zachowanie się energii swobodnej, energii wewnętrznej i ciepła właściwego w pobliżu temperatury krytycznej dla modelu średniopółowego.
11. Wyprowadzić nierówność Kleina dla warunkowej entropii kwantowej.
12. Wyznaczyć gęstość modów dla promieniowania elektromagnetycznego. Omówić konsekwencje prawa Rayleigha-Jeansa na postać gęstości energii promieniowania w modelu klasycznym i kwantowym.
13. Wykorzystując rozkład Plancka omówić prawa promieniowania ciał doskonale czarnych.