

Pytania kontrolne z fizyki statystycznej (2015) — ćwiczenia

1. W objętości V porusza się chaotycznie N nieoddziałujących i rozróżnialnych cząstek. 1) Znaleźć prawdopodobieństwo $p_N(k)$ tego, że w objętości $v < V$ znajduje się jednocześnie k cząstek. 2) Policzyc średnią liczbę cząstek w objętości v i wariancję liczby cząstek. 3) Niech średnia liczba cząstek pozostaje stała, podczas gdy $N, V \rightarrow \infty$. Do jakiego rozkładu prawdopodobieństwa zmierza wówczas $p_N(k)$?
2. Wychodząc ze wzorów na ilość konfiguracji mikroskopowych realizujących dany stan makroskopowy $\underline{n} = (n_1, \dots, n_r)$ układu r -poziomowego o ustalonej liczbie cząstek N i energii E znaleźć postać konfiguracji realizowanej przez największą liczbę stanów mikroskopowych w trzech przypadkach:
 - (a) statystyki Maxwella-Boltzmanna
 - (b) statystyki Fermiego-Diraca
 - (c) statystyki Bosego-Einsteina.
3. Znaleźć rozkład reprezentatywny dla makrostanu

$$\mathcal{K}_f = \left\{ (p_1, p_2, \dots); 0 \leq p_n \leq 1, \sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1, \langle f \rangle = h \right\}$$

generowanego przez dyskretną zmienną losową f , która przyjmuje wartość równą kolejnym liczbom naturalnym.

4. Omówić efekt dopplerowskiego poszerzenia linii widmowej: wyprowadzić kształt profilu linii oraz szerokość połówkową.
5. Wychodząc z sumy stanów dla modelu gazu rzeczywistego van der Waalsa

$$Z(\beta, V; N) = (V - Nb)^N \left(\frac{2m\pi}{\beta} \right)^{3N/2} \exp \left(\frac{\beta N^2 a}{V} \right)$$

wyprowadzić równanie stanu dla tego gazu i energię wewnętrzną. Policzyc $C_p - C_V$ oraz współczynnik rozszerzalności objętościowej przy stałym ciśnieniu α z dokładnością do wyrazów liniowych w koncentracji $1/v = N/V$.

6. Znaleźć pierwsze dwa współczynniki w rozwinięciu wirialnym równania stanu gazu Dieterciego, dla którego równanie stanu ma postać

$$p(v - b) = kT e^{-a/(kTv)}.$$

7. Omówić model paramagnetyka. Wyprowadzić i omówić prawo P. Curie.
8. Znaleźć funkcję korelacji dla jednowymiarowego modelu Isinga.
9. Omówić zachowanie się energii swobodnej, energii wewnętrznej i ciepła właściwego w pobliżu temperatury krytycznej dla modelu średniopółowego.
10. Pokazać, że prawdopodobieństwo znalezienia dokładnie N cząstek gazu doskonałego w układzie otwartym, w którym średnia liczba cząstek wynosi $\mathcal{N}$, dane jest rozkładem Poissona.
11. Znaleźć poziomy energetyczne kwantowego oscylatora harmonicznego wprowadzając operator kreacji $\hat{a}^*$ i anihilacji $\hat{a}$. Obliczyć średnią wartość operatora $\hat{a}^* \hat{a}$ w stanie Gibbsa.
12. Znaleźć macierze gęstości dla stanów mieszanych gdy $d = 2, 3$

$$\hat{\rho}_\alpha = \frac{\alpha}{d^2} \hat{\mathbb{1}} + (1 - \alpha) |\Psi_d\rangle \langle \Psi_d|, \quad 0 \leq \alpha \leq 1,$$

gdzie $|\Psi_d\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{i=0}^{d-1} |ii\rangle$ jest stanem maksymalnie splątany. Wyznaczyć dla $d = 2$, kiedy stany ρ_α są splątane.

13. Wyznaczyć gęstość modów dla promieniowania elektromagnetycznego. Omówić konsekwencje prawa Rayleigha-Jeansa na postać gęstości energii promieniowania w modelu klasycznym i kwantowym.
14. Obliczyć średnią liczbę fotonów o energii $\hbar\omega$ w rezonatorze pozostającą w równowadze termodynamicznej z atomami dostrojonymi do absorpcji/emisji fotonów o częstotliwości ω .