Wykonać symulację piłki zbudowanej z sieci punktów materialnych. W symulacji uwzględnić ciśnienie powietrza wewnątrz piłki (zależy jedynie od objętości piłki), które rozpycha punktu na zewnątrz i równoważy siłę ciążenia.

Objaśnienia użytych symboli:

```
P - cisnienie pilki [Pa]
V - objetosc pilki [m3]
n - ilosc gazu [mol]
R - sta|a gazowa [J/mol*K]
T - temperatura [T]
r - promien kuli (pilki) [m]
mpilki - masa pilki [kg]
mgazu - masa gazu [kg]
m - masa calkowita [kg]
g - przyspieszenie ziemskie [ms/s2]
Fg - ciezar [N]
Mgazu - masa molowa gazu [kg/mol]
a - wspolczynnik nachylenia krzywej [kg/Pa]
O - tlen, N - azot
```

Przyjmujemy, że piłka jest kulą i wprowadzamy jej promień r=0.093 m i masę mpilki=0.408 kg. Objętość piłki w programie obliczyłem ze wzoru na objętość kuli:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Jednak istnieje niekonwencjonalny, ale bardziej dokładny sposób poprzez zanurzenie piłki w wiadrze z wodą i obliczeniu różnic poziomu wody przed i po zanurzeniu piłki . W naszym przypadku objętość pustej piłki to 1,65 l, a objętość pełnej piłki to 5 l. Oznacza to, że wewnątrz znajduje się 5 l - 1,65 l=3,35 l powietrza.

Następnie liczymy masę całkowitą piłki:

$m_{całkowita} = a \cdot P + m_{piłki}$

lub $m_{całkowita} = m_{gazu} + m_{piłki}$,

Oznacza to, że: $m_{gazu} = a \cdot P$.

Aby to obliczyć trzeba zastosować równanie Clapeyrona stanu gazu doskonałego:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Przyjmujemy p=100000 Pa (mieszczące się w normie 0,6-1,1 atmosfery). Później już będziemy liczyć z powyższego wzoru.

V=1,65 l = 0,00165 m3

$R = 8{,}31 \frac{J}{K \cdot mol}$

T = 293 K

To oznacza, że $n_{gazu} = \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$ i $m_{gazu} = M_{gazu} \cdot \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$ lub $m_{gazu} = \frac{M_{gazu} \cdot V}{R \cdot T} \cdot P$, więc $a = \frac{M_{gazu} \cdot V}{R \cdot T}$.

Gaz (tutaj powietrze) składa się mniej więcej w 20% tlenu i w 80% azotu.

$M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ i $M_{N_2} = 28 \frac{g}{mol}$

Powietrze składa się w przybliżeniu z 20% tlenu i 80% azotu, tak więc tutaj

$$M_{gazu} = \frac{20 \cdot M_{O_2} + 80 \cdot M_{N_2}}{100}$$

$$M_{gazu} = \frac{20 \cdot 32 \frac{g}{mol} + 80 \cdot 28 \frac{g}{mol}}{100}$$

$$M_{gazu} = 28{,}8 \frac{g}{mol}.$$

Przeliczając na kg/mol `Mgazu=0.00288 kg/mol`

$a = \frac{M_{gazu} \cdot V}{R \cdot T}$, czyli `a=3.98316e-009 kg/Pa`

Możemy teraz obliczyć mgazu.

```
mgazu=0.000398316 kg
```

Mając mgazu liczymy masę całkowitą m.

```
m=0.408398 kg
```

Obecnie jesteśmy w stanie obliczyć ilość gazu n.

```
n=0.138304 mol
```

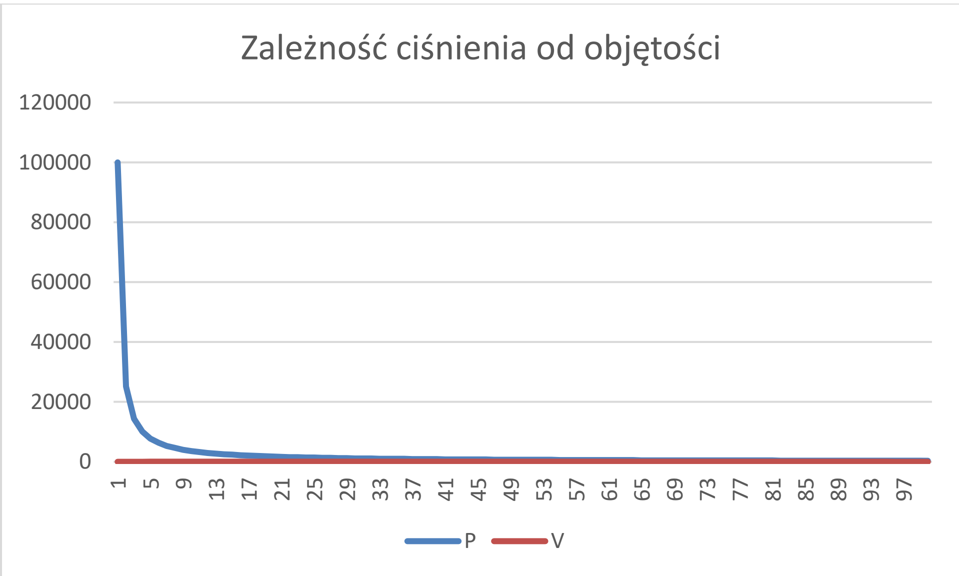
Liczymy ciężar piłki Fg=mg, gdzie za g przyjmujemy 9,81 m/s2.

```
Fg=4.00639 N
```

Teraz możemy udowodnić, że ciśnienie w piłce zależy jedynie od objętości, dlatego będziemy zwiększać naszą objętość o 0,01 m3, a ciśnienie P liczyć z równania Clapeyrona

$$p=\frac{n\cdot R\cdot T}{V}$$

Otrzymane wartości przedstawiamy na wykresie:



Wraz ze wzrostem objętości ciśnienie maleje.

Układ punktów materialnych

Losujemy 100 punktów x, y, z z przedziału 0-0,09 (tak, aby maksymalnie były równe promieniowi piłki), które utworzą układ punktów materialnych. Przydzielamy im losowo masy i liczymy masę całkowitą całego układu, która jest sumą mas poszczególnych punktów. Następnie liczymy środek masy, prędkość środka masy, pęd środka masy.

Środek masy

- Środek masy

$$\vec{R}_{śm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{r}_i$$

- Prędkość środka masy

$$\vec{V}_{śm} = \dot{\vec{R}}_{śm} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M}\sum_i \vec{p}_i$$

- Równanie ruchu (postępowego) środka masy:

$$\dot{\vec{P}}_{śm} = M\ddot{\vec{R}}_{śm} = M\vec{A}_{śm} \qquad \vec{P}_{śm} = M\vec{V}_{śm} = \sum_i \vec{p}_i \qquad \dot{\vec{P}}_{śm} = \sum_i \dot{\vec{p}}_i = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{śm}$$

Współrzędne środka masy układu punktów materialnych o masach $m_1, m_2, \ldots, m_n$ znajduję ze wzorów

$$x_n = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n}{M}$$

$$y_n = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \ldots + m_ny_n}{M}$$

$$z_n = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + \ldots + m_nz_n}{M}$$

W inercjalnym układzie odniesienia całkowita zmiana pędu układu cząstek jest proporcjonalna do wypadkowej sił zewnętrznych działających na układ.

Przykładowo możemy otrzymać:

```
Masa ukladu = 46.7004 kg
Srodek masy = 0.100985
Predkosc srodka masy = 1.1245 m/s
Ped srodka masy = 52.5145 kg m/s2
Sila wypadkowa sil zewnetrznych = 6.95233e-310
Wspolrzedne srodka masy ukladu = [0.50356, 0.421061, 0.446409]
```