Fizyka w modelowaniu i symulacjach komputerowych
Jacek Matulewski (e-mail: jacek@fizyka.umk.pl)
http://www.fizyka.umk.pl/~jacek/dydaktyka/modsym/

Symulacje komputerowe

Automaty komórkowe

Wersja: 6 maja 2010

Plan

1. Gra w życie
2. Automaty komórkowe
3. Paradygmat systemowy
4. Automaty komórkowe a fizyka
5. Dodatek: Maszyna Turinga

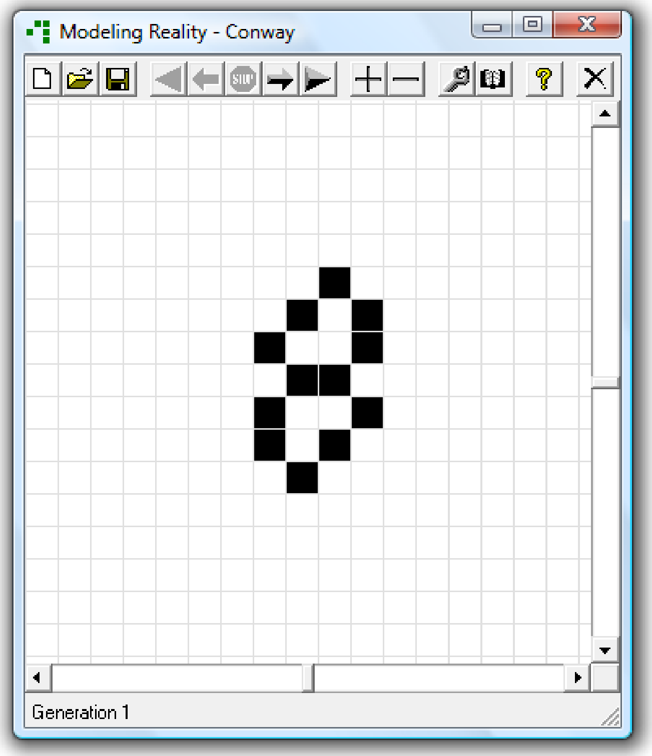
Gra w życie

- Najbardziej znany automat komórkowy wymyślony w 1970 przez Johna Conwaya
- Dwuwymiarowa nieskończona plansza (każda komórka ma ośmiu sąsiadów) z dwustanowymi polami (martwa lub żywa)
- Reguły (zmiana stanu pola zależy od ilości jej sąsiadów):

1. W martwym polu **rodzi** się żywa komórka, jeżeli ma dokładnie **trzech** żywych sąsiadów
2. Warunkiem **pozostania przy życiu** jest posiadanie **dwóch lub trzech żywych sąsiadów**; w przeciwnym przypadku umiera z samotności lub „zatłoczenia”

Gra w życie

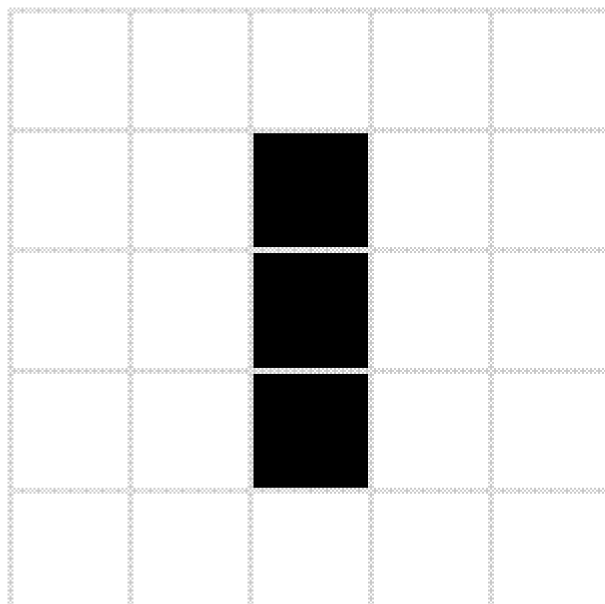
- Do pokazów będę używał implementacji Iwony Białynickiej-Biruli z książki *Modelowanie rzeczywistości* napisanej przez Iwo Białynickiego-Birulę (WNT, 2007)



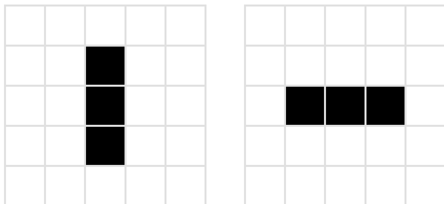
Starsza wersja dostępna na WWW:
http://www.wiw.pl/modelowanie/conway.asp

Gra w życie

- Analiza reguł na przykładzie stanu złożonego z 3 pól (określamy ilość sąsiadów)

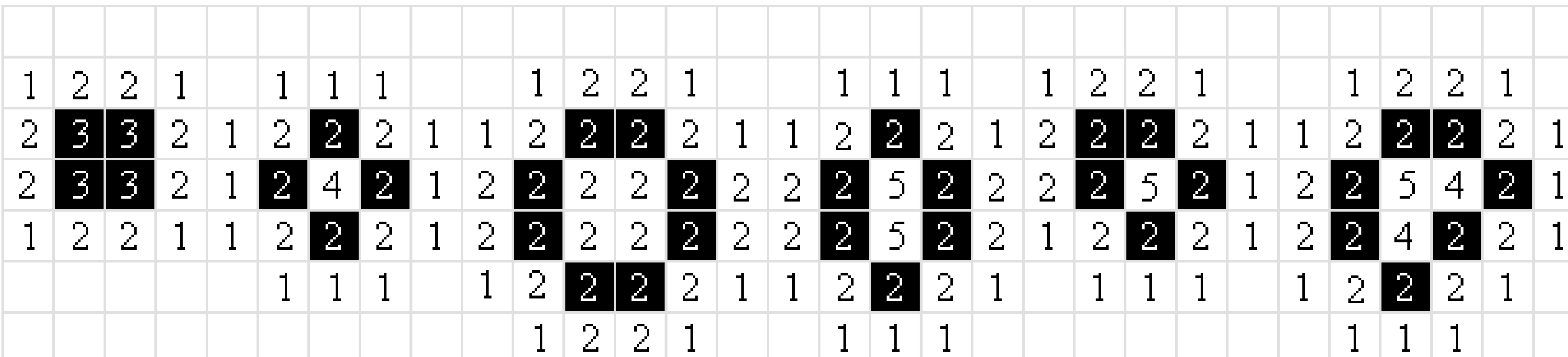


W efekcie powstaje układ oscylujący między dwoma stanami (okres = 2):



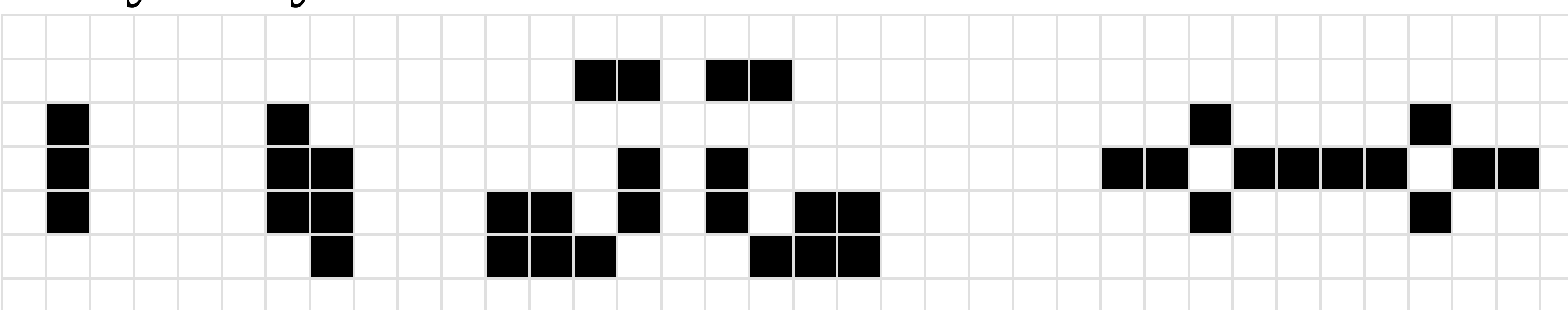
Gra w życie

- Stany stałe (stabilne, niezmienne)



blok koniczynka staw kryształ łódź bochenek

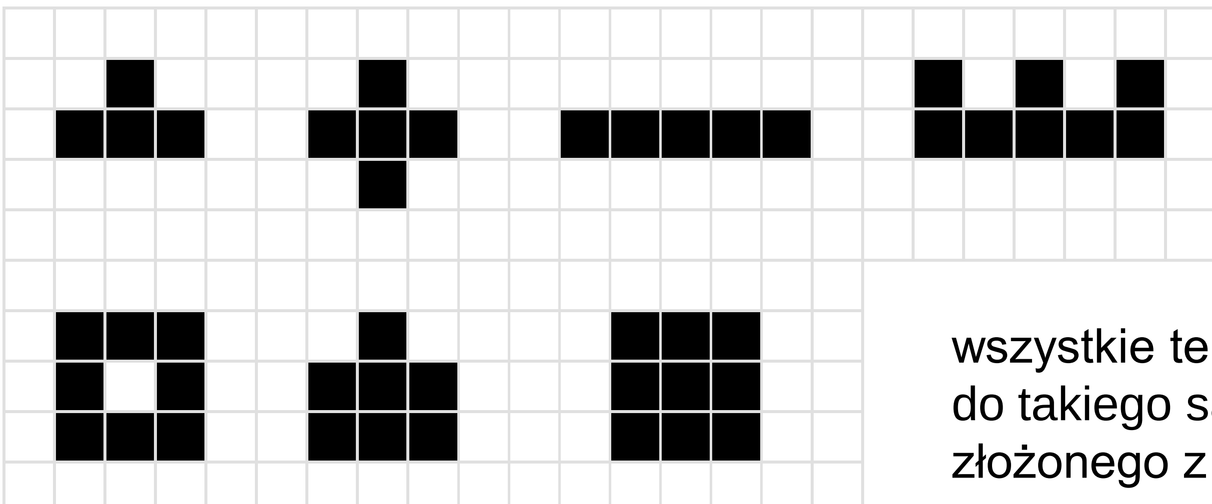
- Oscylatory



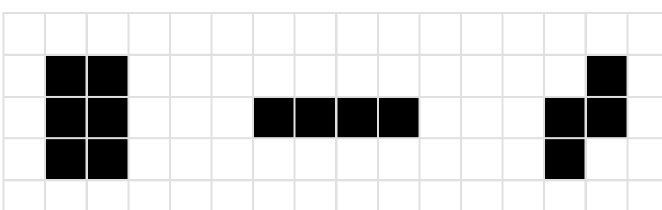
blinker (2) żabka (2) fontanna (15) krokodyl (16)

Gra w życie

- Rozwój układu może kończyć się stanem stałym, oscylatorem lub śmiercią kolonii

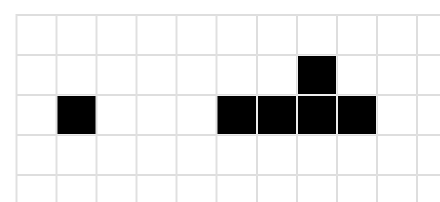


wszystkie te stany ewoluują do takiego samego oscylatora złożonego z czterech blinkerów



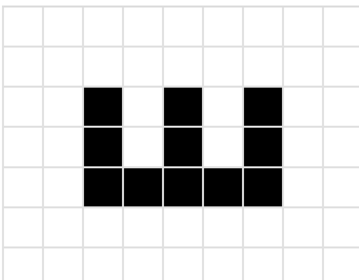
ewolucja tych stanów kończy się kryształem

nieuchronna śmierć kolonii

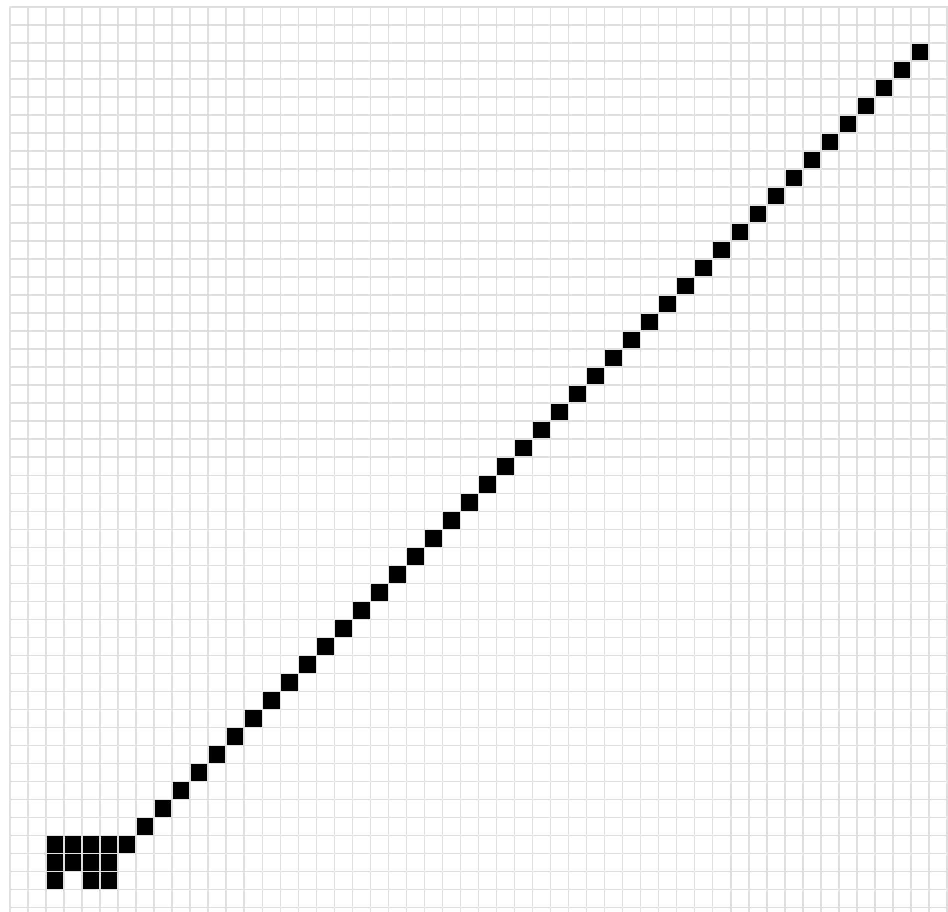


Gra w życie

- Przykład dłuższej ewolucji z oscylatorem na końcu (Delta 02/1977)

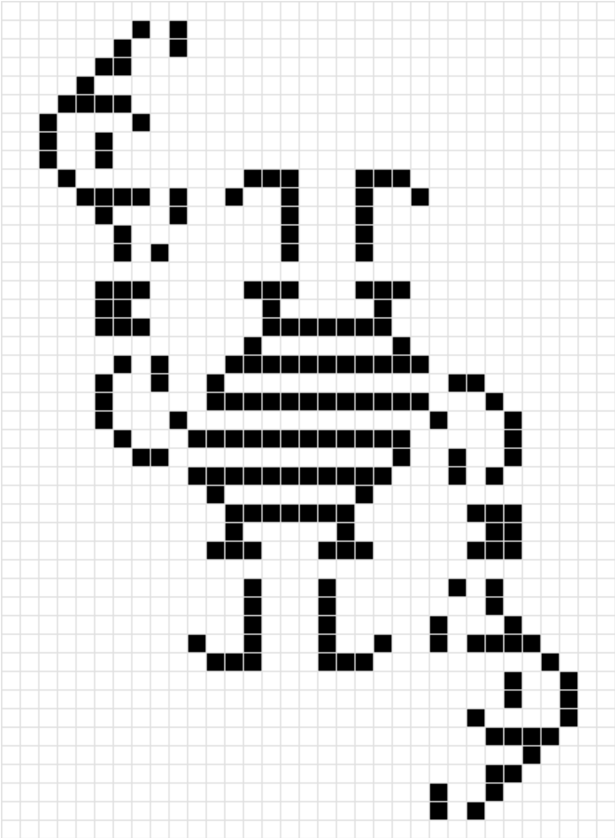


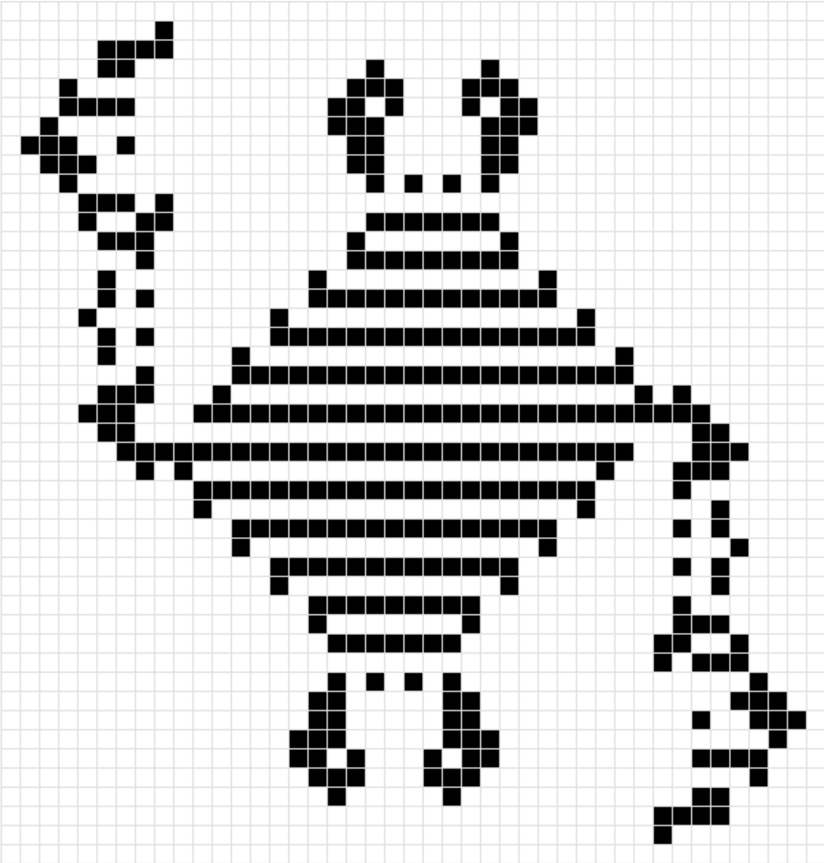
- Przykład ewolucji do stałego stanu (fabryka bloków, żniwa = *harvest*)



Gra w życie

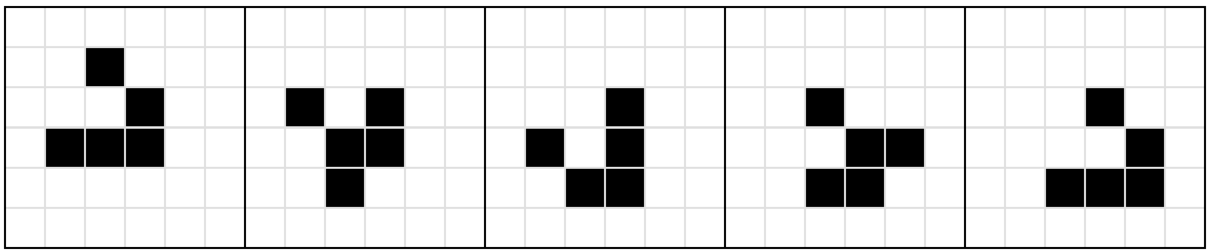
- Generowanie stałego układu obejmującego całą powierzchnię





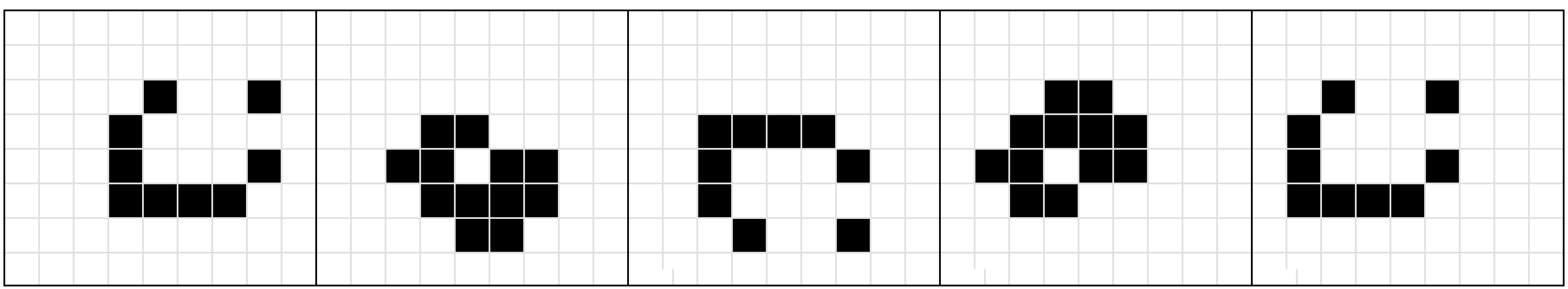
Gra w życie

- Układy oscylujące z przesunięciem (statki)



Szybowiec (*glider*)

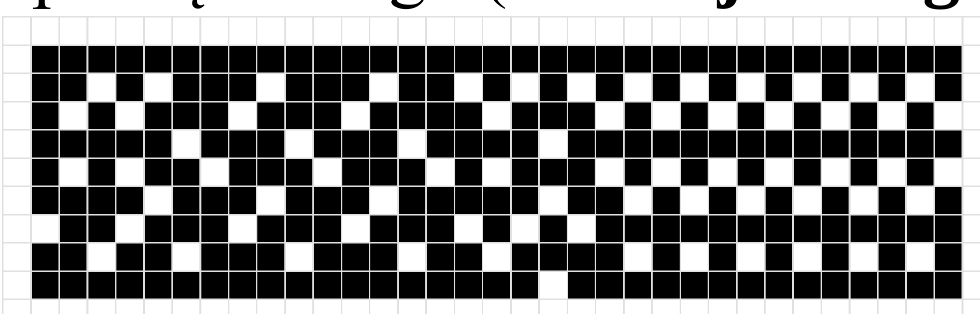
Dakota



Inne układy: szalupa, fabryki szybowców (działa), *big ship*, puffery, R-Pentomino

Gra w życie

- Stan komórki jest deterministyczny: jednoznacznie zależy od ilości jej sąsiadów (nie zależy od ich ułożenia)
- Jednak ewolucja w tym automacie **nie jest odwracalna** tzn. wiele stanów może prowadzić do tego samego końca (zob. oscylatory)
- Istnieją również stany, których nie można uzyskać w efekcie ewolucji żadnego możliwego stanu początkowego (tzw. **rajskie ogrody**)



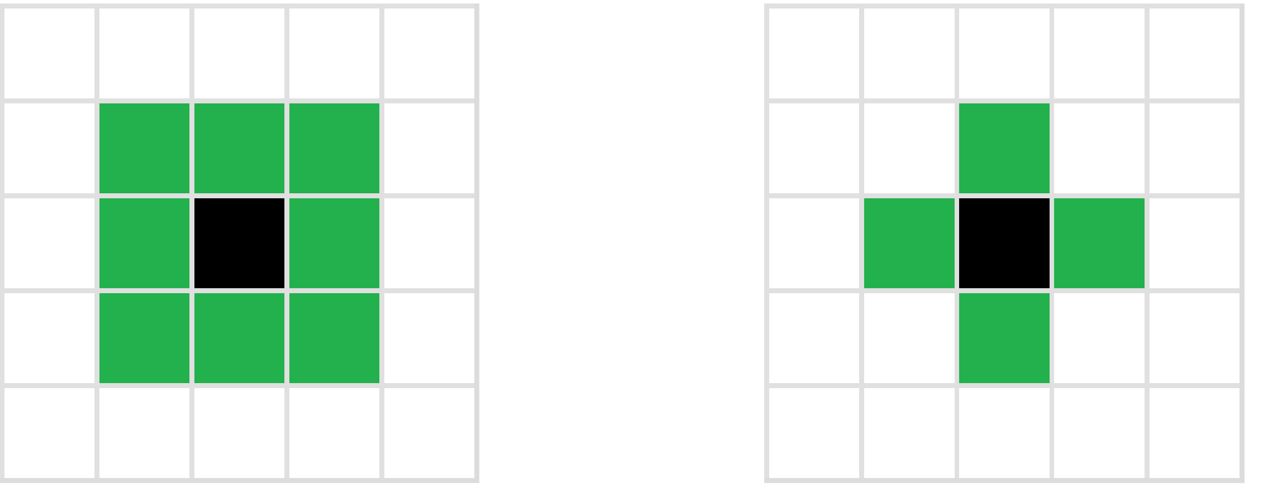
Automaty komórkowe

- Ogólna definicja automatów komórkowych:
  - *n*-wymiarowa **siatka** komórek σ_i (*i* – zbiór indeksów)
  - komórki mogą przyjmować stany z zadanego **przestrzeń stanów** (żywy/martwy, kolory, liczby naturalne, itp)
  - **reguły** określające w jaki sposób stan komórki w kolejnej chwili czasu zależy od stanu całego układu w chwili poprzedniej $\sigma_i(t+1) = F(\{\sigma_j(\mathrm{t})\}$, *j* należy do otoczenia *i*)
  - jeżeli ewolucja zależy od zmiennej losowej, automat nazywany jest probabilistycznym

Gra w życie: $n = 2$, zbiór stanów to $\{0, 1\}$
reguła: $F = 1$ dla trzech żywych sąsiadów;
dla dwóch żywych sąsiadów komórka zachowuje stan $F = I$;
w pozostałych przypadkach $F = 0$ (umiera)

Automaty komórkowe

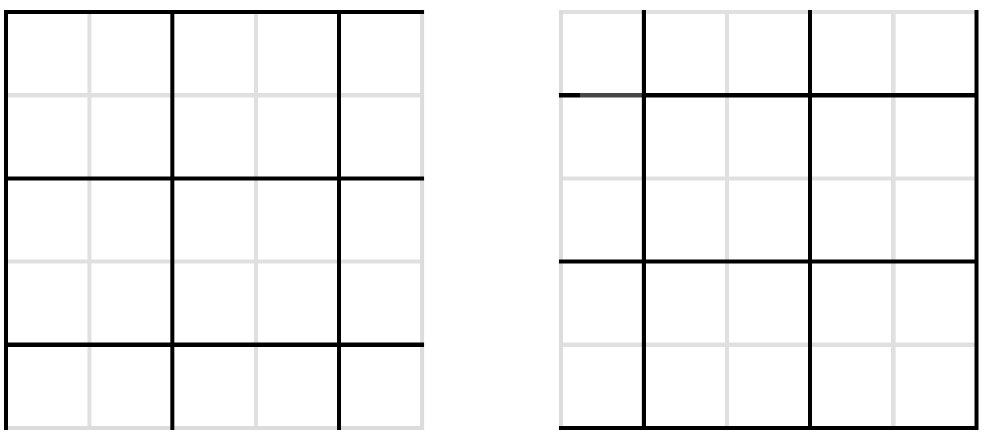
- Otoczeniem komórki *i* nie muszą być wszystkie komórki z najbliższego sąsiedztwa



Sąsiedztwo **Moore**'a i **von Neumanna**
dla promienia równego jednej komórce

Automaty komórkowe

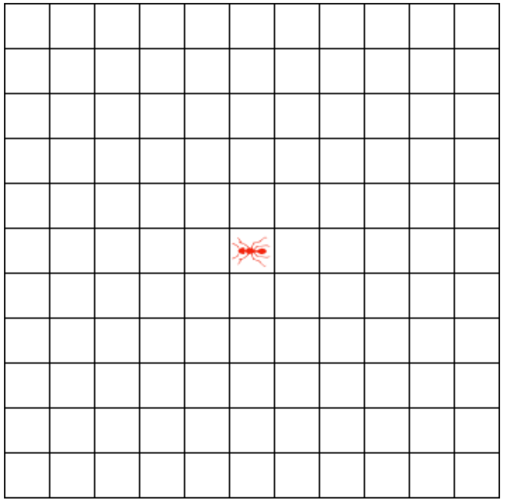
- W symulacjach fizycznych (materiały sypkie, gazy, ciecze) stosuje się sąsiedztwo **Margolusa** i reguły ustalające zachowanie jednocześnie czterech komórek
- Bloki komórek przesuwają się w lewo i w prawo



- To wymusza parzyste i nieparzyste kroki ewolucji

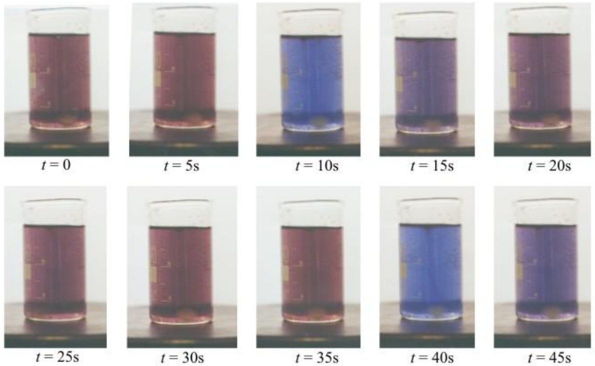
Automaty komórkowe

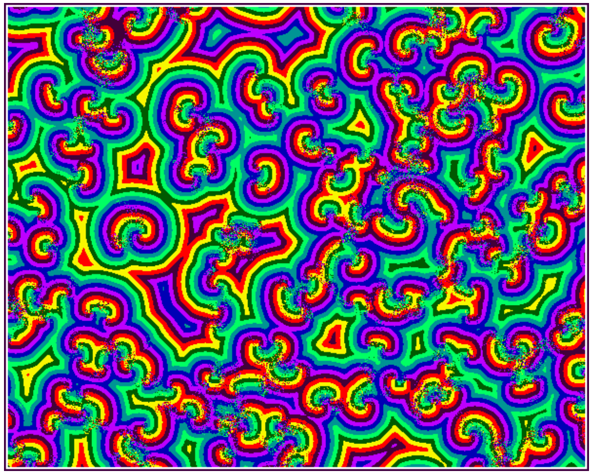
- Inne znane automaty komórkowe dwuwymiarowe:
  - **mrówka Langtona** - dwuwymiarowa maszyna Turinga, której program jest następujący:
    wyróżniona komórka (mrówka), która posiada kolor biały lub czarny i kierunek (N, E, S, W), obraca się w lewo jeżeli znajduje się na polu białym, a w prawo, jeżeli na czarnym. W każdym przypadku zmienia kolor na przeciwny i wykonuje ruch zgodnie z kierunkiem



Automaty komórkowe

- Inne znane automaty komórkowe dwuwymiarowe:
  - Model Greenberga i Hastingsa
    automat samoporządkujący się, który z losowego ułożenia stanu komórek (możliwe stany to {0, 1, 2} ewoluuje po odpowiednio dużej liczbie kroków do stanu oscylującego
  - Modeluje reakcję Biełorusowa-Żaboryńskiego (chemia) zmiana barwy trzech zmieszanych roztworów wodnych





[Aplet Java (psoup.math.wisc.edu/java/jgh.html#T)](psoup.math.wisc.edu/java/jgh.html#T)

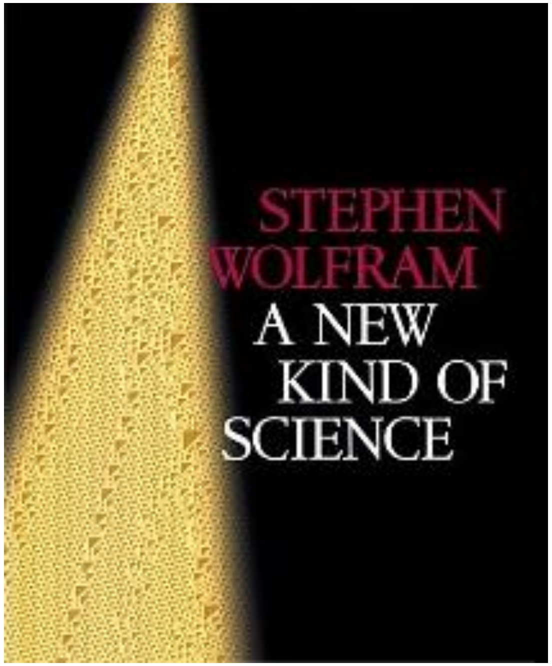
Automaty komórkowe

- Inne znane automaty komórkowe dwuwymiarowe:
  - model Greenberga i Hastingsa

    Reguły:
    komórka w stanie 2 (stan przesycenia) przejdzie do stanu 0 (równowagi) bez względu na swoje otoczenie (von Neumanna) i nie wpływając na nie
    komórka w stanie 1 (stan przejściowy) zmienia się w 2 i dyfunduje na swoje otoczenie tzn. zmienia stany 0 w otoczeniu na stany 1
    komórka w stanie 0 (stan równowagi) pozostają w stanie o ile nie są zmieniane na mocy poprzedniej reguły

Automaty komórkowe

- Najlepiej zbadane są automaty jednowymiarowe
- Słynna książka Stephena Wolframa (auto programu Mathematica i witryny MathWorld) pt. *A New Kind of Science*



- Hipoteza o równoważności automatów jednowymiarowych z maszynami Turinga (o nich za chwilę)

Automaty komórkowe

- Próba wprowadzenia przez Wolframa podziału automatów (jednowymiarowych):
  - Klasa I: Automaty niezmienne - ewoluują do stałego stanu homogenicznego, np. do śmierci całej kolonii
  - Klasa II: Automaty ewoluujące do stanu stałego lub okresowego (oscylatora)
  - Klasa III: Automaty chaotyczne – nieuporządkowane lokalnie i globalnie (nie mające wzorca zachowania)
  - Klasa IV: Pozostałe automaty ewoluujące według ciekawych i unikalnych praw

Automaty komórkowe

- Automaty komórkowe mogą być stosowane do wielu zagadnień biologii, chemii i fizyki
- Nie udał się jednak zamiar udowodnienia równoważności z równaniami różniczkowymi
- W fizyce: symulacje ciał sypkich (piasek), gazów i cieczy, przeciekanie przez ciała porowate (*percolation*), model Isinga, różnego typu przejścia fazowe
- I wszystkie te zagadnienia, w których nie można zaniedbać lokalnych korelacji (np. równanie kinetyczne Boltzmana i przybliżenie chaosu molekularnego)
- Poza tym: pożary lasu, korki uliczne, modele społeczne

Paradygmat systemowy

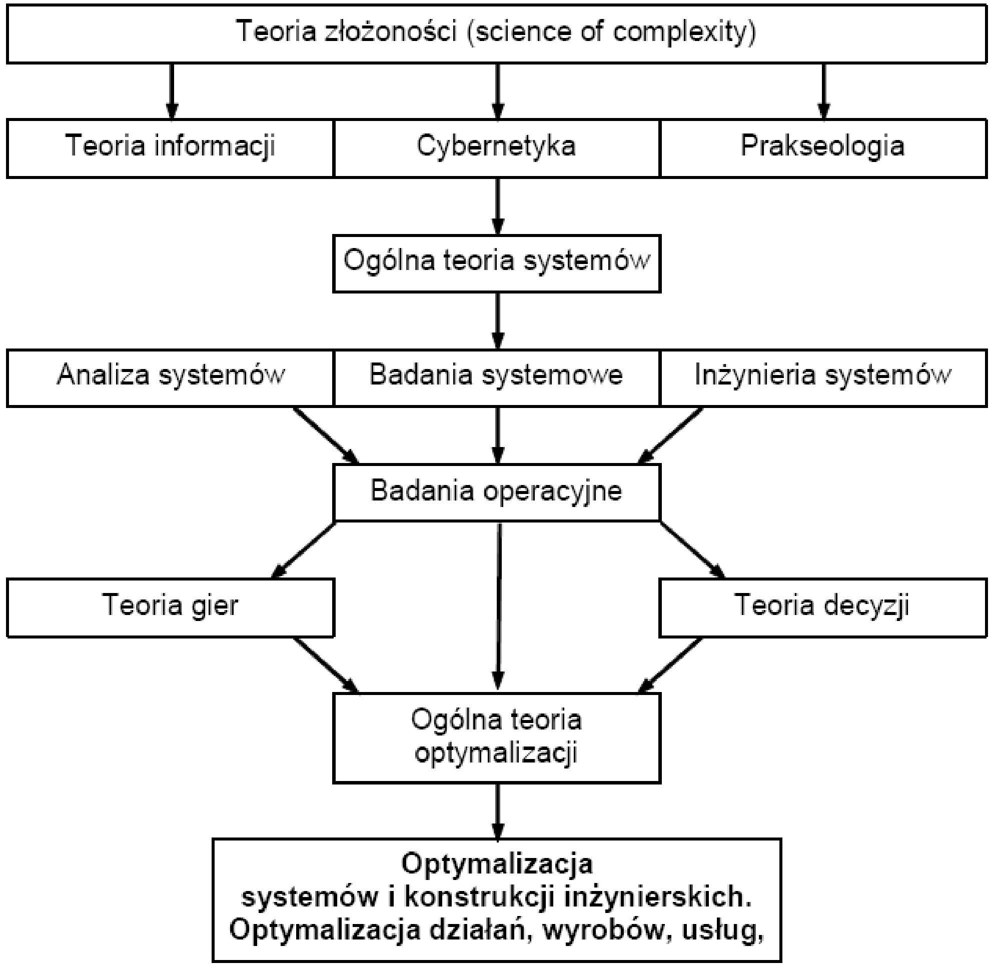
- Proste reguły rządzące zachowaniem komórek prowadzą do złożonych (i niespodziewanych) zachowań całych kolonii
- Zaczynając od prostego układu, poprzez chaotyczny rozwój można nieraz osiągnąć układ bardzo złożony
- Układy złożone - zbudowane z modułów (komórek) związanych sprzężeniami zwrotnym. Dzięki temu własności całości są inne niż poszczególnych elementów.
- „Całość to więcej niż prosta suma części” (Arystoteles)
- W sprzeczności z redukcjonizmem (Kartezjusz), w którym wszystko można zrozumieć przez analizę i późniejszą syntezę
- Holizm (Smuts, XX wiek) = całość nie redukuje się do części
- Synergia – wzmocnienie dwóch lub więcej czynników układu
- Adaptacja i ochrona układu dzięki nadmiarowości

Paradygmat systemowy

- Cybernetyka (1948-1955) to nauka o efektywnych systemach sterowania (organizacji), mechanizmach kontroli i związanej z tym komunikacji między układem sterowanym i jego kontrolerem. Ma zastosowanie w teorii maszyn i zwierząt.
- Ogólna teoria systemów (1950) – ogólny opis organizmów żywych, ale również społeczeństw i układów sztucznych
- Teoria katastrof (1970) – teoria przejść nieciągłych tzn. takich, w których ciągła zmiana parametru kontrolnego zmienia jakościowo własności całego systemu. Przejścia fazowe.
- Teoria chaosu (1980) – badanie układów dynamicznych, których ewolucja jest bardzo wrażliwa na warunki początkowe.
- Teoria złożoności (1990)

Źródło: prof. Marian Ostwald (http://www.sms.am.put.poznan.pl/?site=skrypty)

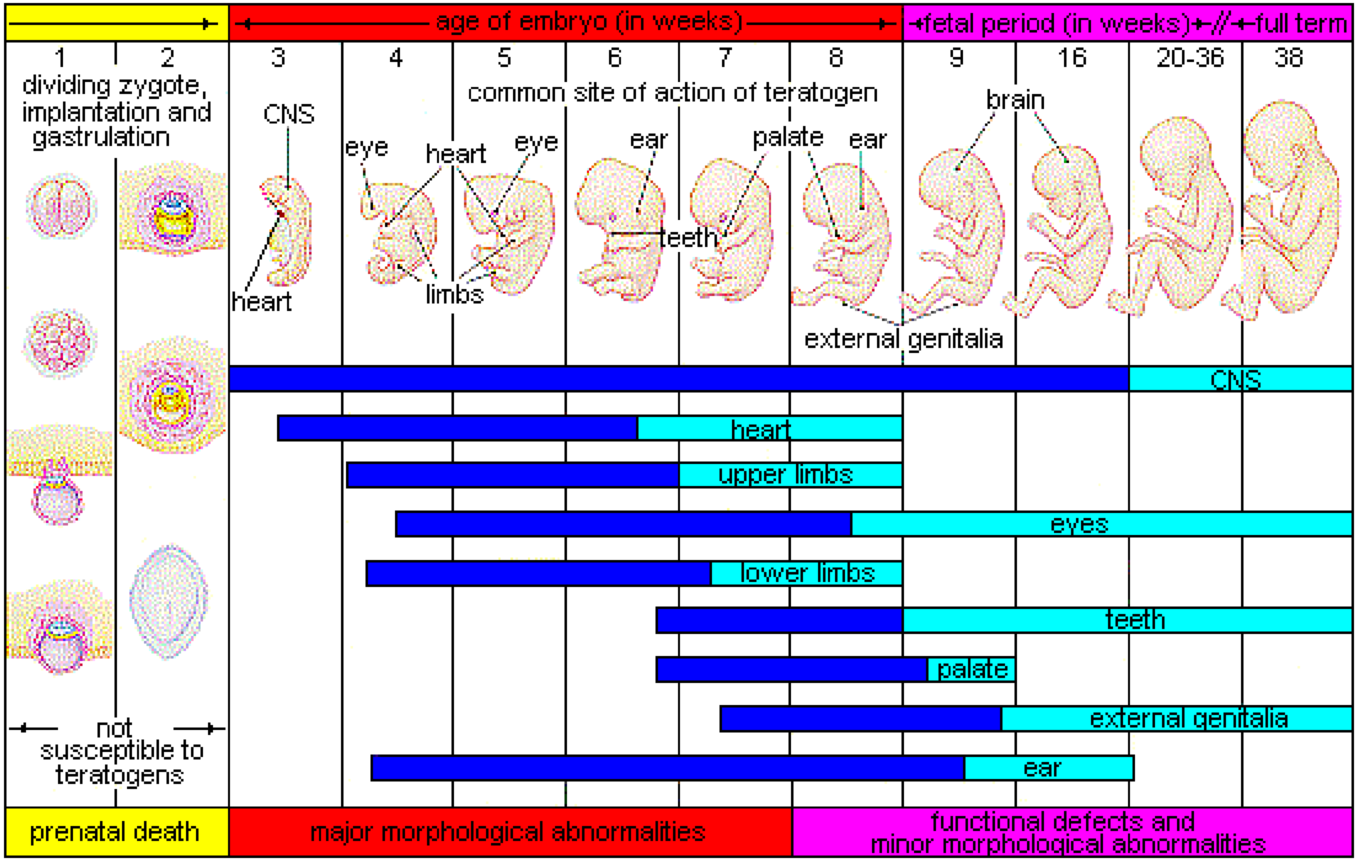
Paradygmat systemowy



Źródło: prof. Marian Ostwald (http://www.sms.am.put.poznan.pl/?site=skrypty)

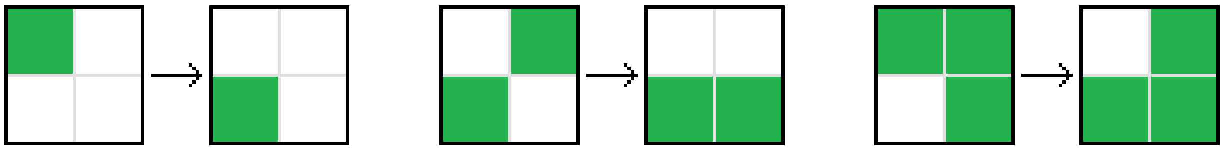
Paradygmat systemowy

- Krytyczny poziom złożoności powyżej którego układ nabiera nowych jakościowo cech (np. inteligencja lub świadomość mózgu)



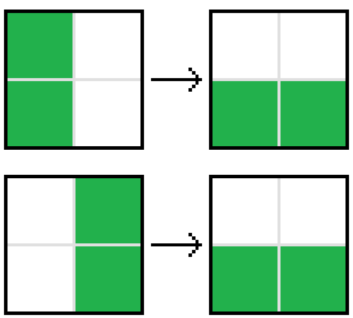
Automaty komórkowe a fizyka

Ciała sypkie (piasek)

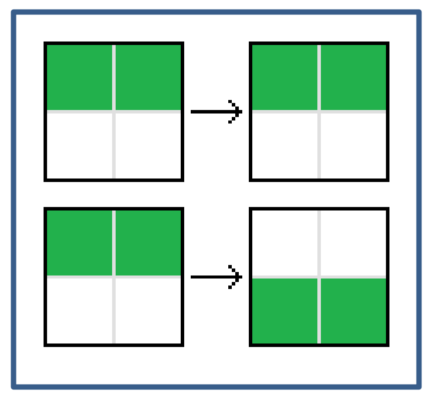


opadanie
pojedynczych

Otoczenie Margolusa



usypywanie
ziaren piasku
na boki

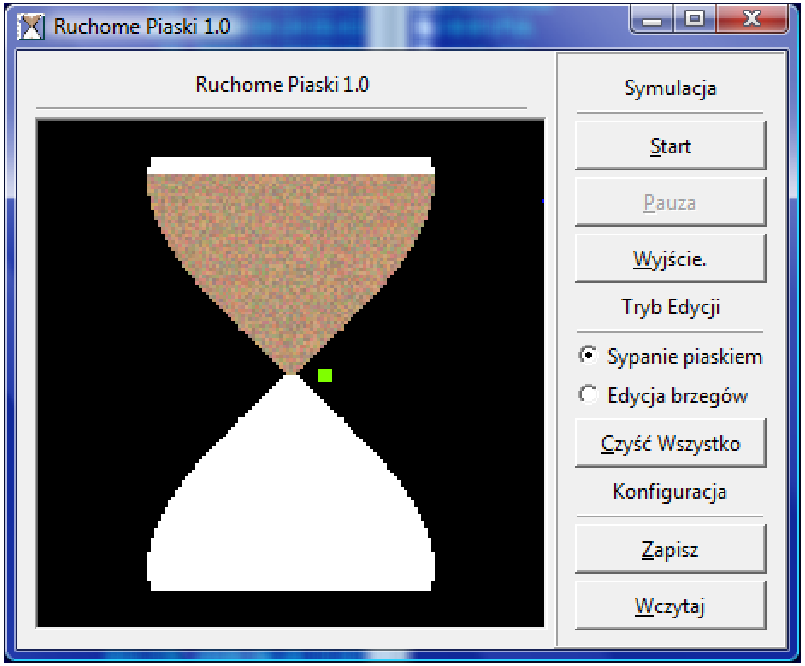


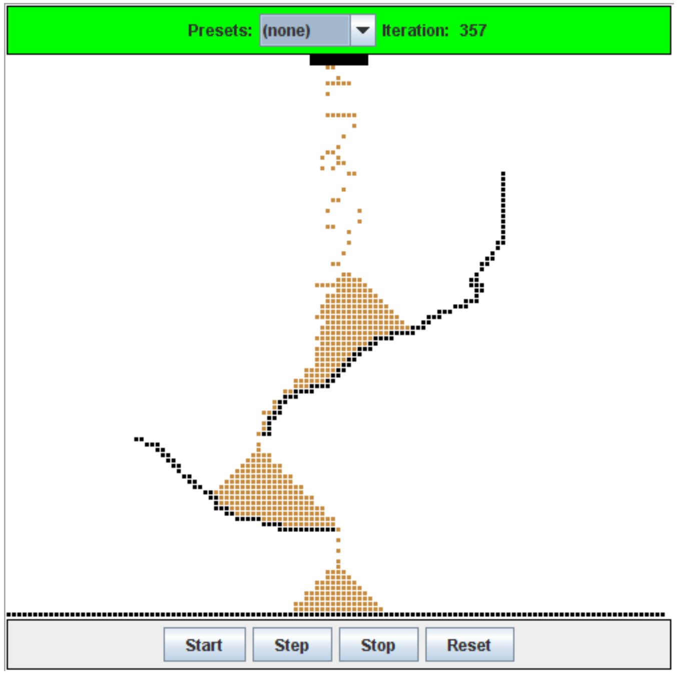
prawdop. 1:1
(lepkość)

B. Choppard, M. Droz, *Cellular Automata Modelling of Physical Systems*, Cambridge University Press 1998

Automaty komórkowe a fizyka

Ciała sypkie (piasek)



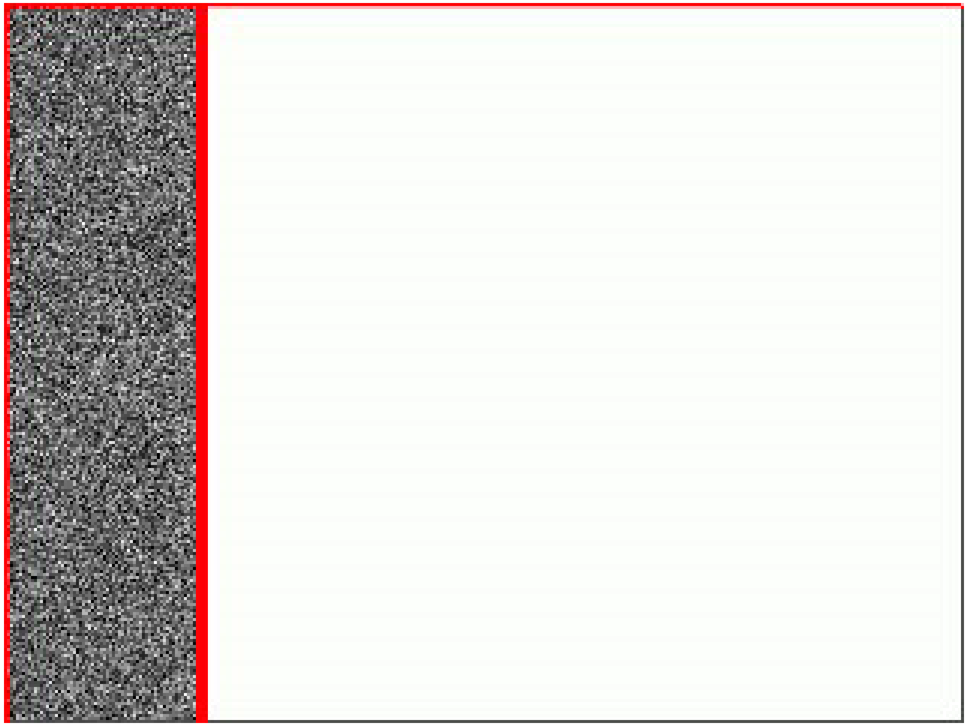


Maciej Matyka: http://panoramix.ift.uni.wroc.pl/~maq/pl/automat.php

Aplet Java: http://schuelaw.whitman.edu/JavaApplets/SandPileApplet/

Automaty komórkowe a fizyka

Symulowanie gazu



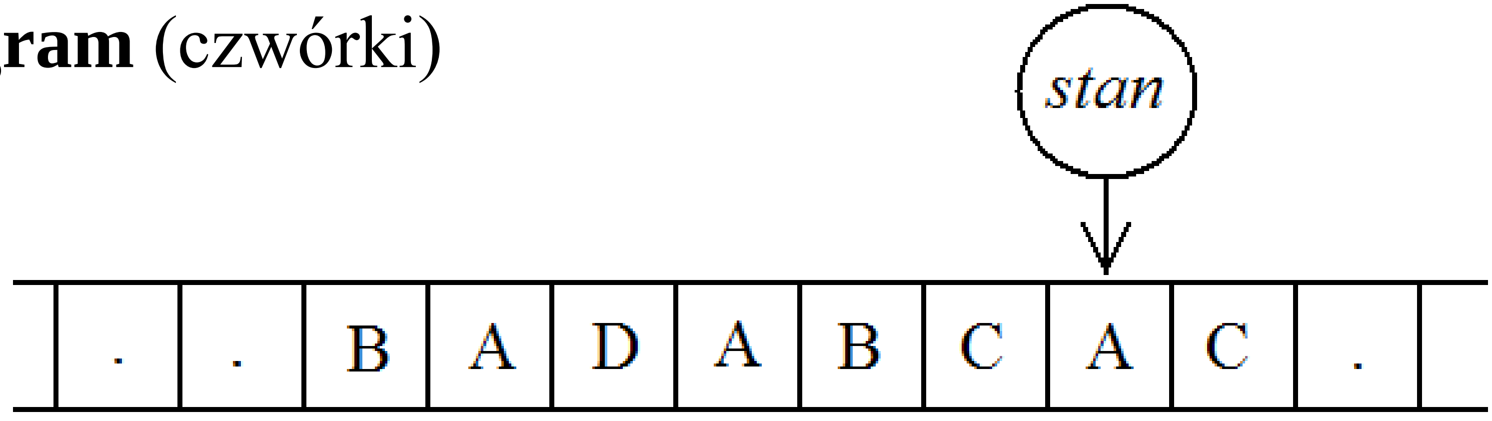
Maciej Matyka: http://panoramix.ift.uni.wroc.pl/~maq/pl/automat.php

Automaty komórkowe

- Pomysły na projekty zaliczeniowe
  - Implementacja modelu Greenerga-Hastingsa
  - Implementacja przesypywania piasku
  - Implementacja rozchodzenia gazów
  - Implementacja maszyny Turinga
  - Przygotowanie programu MT do sortowania 0 i 1
- Projekty mogą się powtarzać o ile będą realizowane w różnych technologiach (preferowane aplety Java)

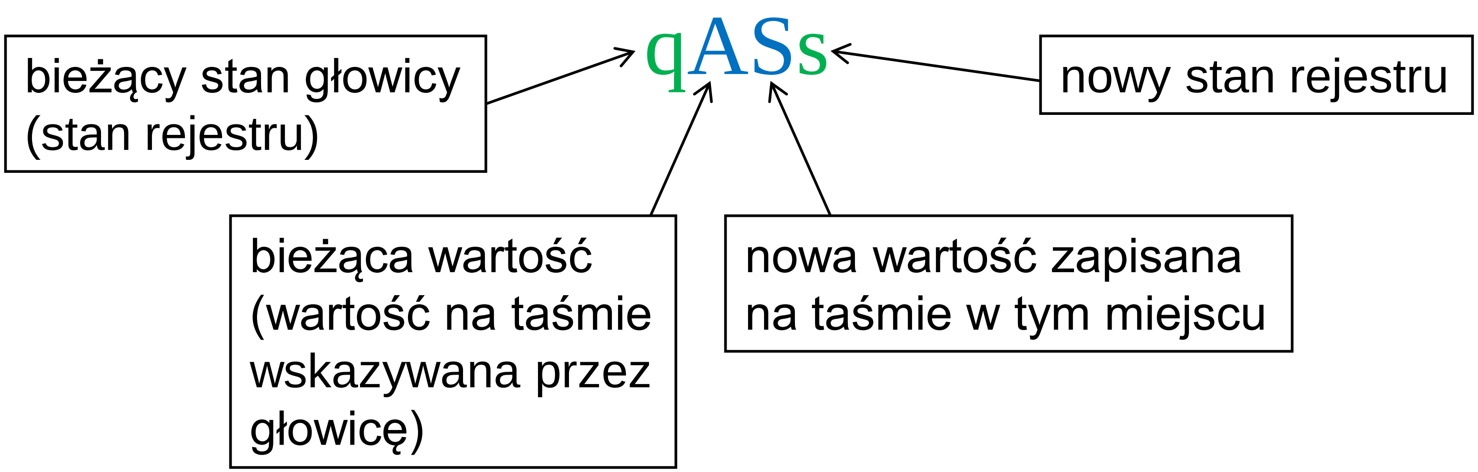
Dodatek: maszyna Turinga

- Budowa maszyny Turinga
  - **taśma** (pamięć trwała), w jej komórkach zapisane są wartości z ustalonego alfabetu np. A - Z i kropka („.”), poza literami R i L, które będą kodować ruch głowicy
  - **głowica** odczytująca i zapisująca
    stany głowicy, czyli rejestru, wybierany jest
    z osobnego alfabetu np. a - z
  - **program** (czwórki)



Dodatek: maszyna Turinga

- Program to czwórki znaków np.



- Jeżeli alfabety taśmy i głowicy są rozłączne, stan maszyny (stan taśmy i rejestru oraz pozycję głowicy) można jednoznacznie zapisać przez AqAAABAA
(taśma AAAABAA, rejestr q, pozycja głowicy n = 2)
- Program nie może mieć dwóch czwórek (linii)
o takich samych dwóch pierwszych znakach (jednoznaczność)

Dodatek: maszyna Turinga

- Prosta maszyna Turinga
  - taśma: AAAABAA
  - głowica: początkowy stan rejestru q, pozycja *n* = 2
  - program (3 linie):
    qASs – zamień wartość z A na S i ustaw rejestr na s
    sSRq – przesuń głowicę w prawo i ustaw rejestr na q
    qBRb – przesuń głowicę w prawo i ustaw rejestr na b
- Output:

AqAAABAA pasuje qASs

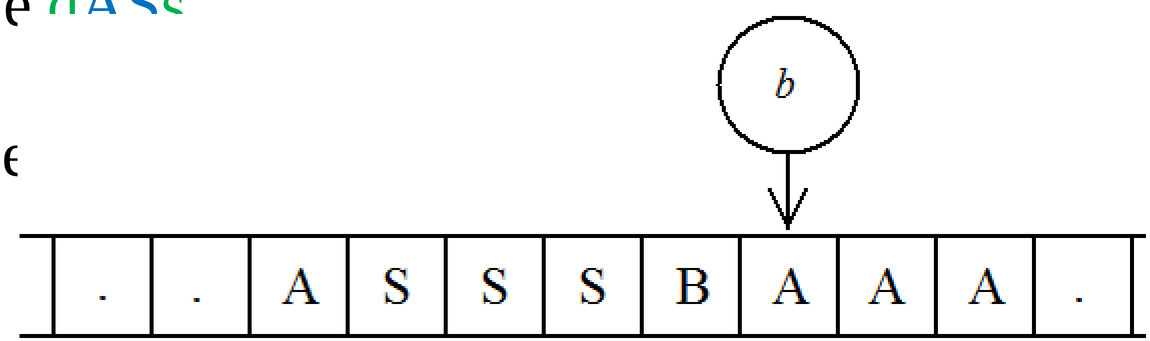
AsSAABAA pasuje qSRq

ASqAABAA pasuje qASs

...

ASSSSqBAA pasuje

ASSSSBbAA - - -



Dodatek: maszyna Turinga

- Koniec działania maszyny – gdy nie ma czwórki pasującej do bieżącej wartości i stanu rejestru
- Można również wprowadzić wyróżniony stan rejestru, który sygnalizuje koniec programu (w naszym przykładzie jest to stan b)

- Udowodniono, że zwykłe komputery są równoważne maszynom Turinga!
- Studiowanie problemu rozwiązywalności

Dodatek: maszyna Turinga

- Filozofia i psychologia poznawcza: maszyna Turinga jest wygodnym narzędziem przy precyzowaniu pojęć i problemów procesu poznawania i sztucznej inteligencji
- Słynne zagadnienie: czy człowiek jest maszyną Turinga i jeżeli nie, jak ich odróżnić za pomocą skończonej liczby pytań (psychiatra w Emacs)
- I wiele innych...

Jeszcze raz

- Pomysły na projekty zaliczeniowe
  - Implementacja modelu Greenerga-Hastingsa
  - Implementacja przesypywania piasku
  - Implementacja rozchodzenia gazów
  - Implementacja maszyny Turinga
  - Przygotowanie programu MT do sortowania 0 i 1
- Projekty mogą się powtarzać o ile będą realizowane w różnych technologiach (preferowane aplety Java)