Szereg Taylora funkcji dwóch zmiennych

$$f(x_0+h,\, y_0+k) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left[\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^n f(x,y)\right]\Bigg|_{(x_0,y_0)}$$

$n=0$ $\quad \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^0 f(x,y) = \mathbb{1}\, f(x,y) = f(x,y)$

$n=1$ $\quad \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^1 f(x,y) = h\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + k\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \underset{\text{ozn}}{=} hf_x + kf_y$

$n=2$ $\quad \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 f(x,y) = \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right) f(x,y) =$

$$= \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(hf_x + kf_y\right) =$$

$$= h^2 f_{xx} + hk f_{yx} + kh f_{xy} + k^2 f_{yy}$$

funkcje „normalne" $f_{xy} = f_{yx}$

kolejność różniczkowania dowolna $\quad = h^2 f_{xx} + 2hk f_{xy} + k^2 f_{yy}$

$$f(x_0+h,\, y_0+k) \cong \underbrace{f(x_0,y_0) + \frac{hf_x(x_0,y_0) + kf_y(x_0,y_0)}{1}}_{\text{my się będziemy ograniczać do tych dwóch wyrazów}} + \frac{h^2 f_{xx} + 2kh f_{xy} + k^2 f_{yy}}{2}$$

Sprawdzimy zgodność z 1D szeregiem Taylora

$$f(x_0+h,\, y_0) = f(x_0,y_0) + hf_x(x_0,y_0) + h^2 f_{xx}(x_0,y_0)/2 + \dots$$

$\boxed{k=0}$