

## Bryła sztywna

Pogrubienie oznacza wektor.

### Moment pędu. Kinematyka

1. Oblicz moment pędu  $L$  punktu materialnego o masie  $m$  poruszającego się ze stałą prędkością względem nieruchomego układu odniesienia po torze  $r(t) = (2t+1, 1, 0)$  m.
2. Czy wartość momentu pędu zmieni się przy zmianie układu odniesienia o  $r_0 = (0, 0, 1)$  m?
3. Oblicz moment pędu punktu poruszającego się po okręgu o promieniu  $R$  względem środka układu odniesienia w płaszczyźnie OXY.  
Podpowiedź:  $r(t) = (R\cos(\omega t), R\sin(\omega t), 0)$ . Znajdź prędkość obliczając pochodną.
4. Oblicz szybkość (długość wektora prędkości).

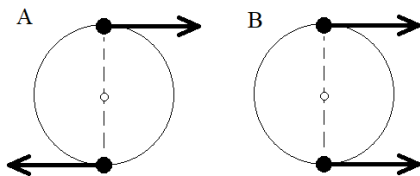
### Moment siły

Oblicz moment pędu w przypadku ruchu punktu materialnego w wyniku siły centralnej (skierowanej wzdłuż promienia wodzącego = wektora położenia).

Ogólny przypadek – moment siły  $\rightarrow$  Wiele cząstek (suma,  $M$  i  $L$  całkowite).

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego.

5. W pewnej chwili, na dwa sztywno połączone punkty materialne działały siły, jak na rysunku. Oblicz sumaryczny moment siły.



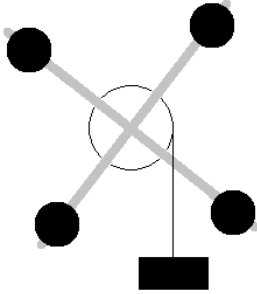
### Zasada zachowania momentu pędu

6. Student siedzi na obrotowym fotelu trzymając w rękach hantle. Ręce ma wyprostowane w odległości  $R_1 = 60$  cm osi obrotu fotela. Rozkręcamy fotel tak, żeby jeden obrót wykonywał w 2 s ( $f = 0.5$  Hz). Następnie student przyciąga hantle do piersi ( $R_2 = 10$  cm). Masa hantli jest taka, że student bez hantli i same hantle rozstawione na odległość  $R_1$  od osi mają taki sam moment pędu. Czy częstość obrotów zmieni się po przyciągnięciu hantli? Oblicz ją. (por. przykład 3 ze strony 167 z podręcznika Jay Orear *Fizyka*, t. 1, WNT 1993)

### Moment bezwładności (jako skalar)

7. Wyprowadź zależność  $L = I\omega$ .
8. Oblicz moment bezwładności (skalar) dla krążka o jednolitej gęstości  $\rho$ , promieniu  $R$  i wysokości  $H$ . Wyraż bezwładność także za pomocą masy krążka  $M = \rho V$ .  
Podpowiedź: wykorzystaj układ współrzędnych walcowych.
9. Oblicz moment bezwładności dla pierścienia o promieniu wewnętrznym  $R_1$  i zewnętrznym  $R_2$ . Czy moment bezwładności jest mniejszy, czy większy niż dla pełnego krążka o tej samej jednorodnej gęstości?

10. Cztery masy  $m_2$  umieszczone są na sztywnych nieważkich prętach umieszczone symetrycznie w odległości  $r_2$  od osi obrotu (wahadło Oberbecka, por. rysunek).
- Oblicz bezwładność takiej bryły sztywnej.
  - Oblicz przyspieszenie kątowe, jeżeli do tej bryły sztywnej przyłożymy moment siły pochodzący od ciężarka o masie  $m_1$  przyłączonego do nici nawiniętej na bęben o promieniu  $r_1$  przymocowany na osi obrotu bryły.
  - Jak zmieni się to przyspieszenie, jeżeli zmniejszymy o połowę odległość ciężarków na prętach od osi obrotu  $r'_1 = r_1/2$ ?



**Pokaży:** hantle, wahadło Oberbecka.