

## Kwaterniony. Zadania

Pogrubienie oznacza wektor.

### Iloczyn kwaternionów

1. Oblicz iloczyn dwóch kwaternionów  $[1, 0, 0, w=0]$  i  $[0, 1, 0, w=0]$  korzystając z mnożenia wprost kwaternionów w postaci  $[x, y, z, w]$ .
2. Oblicz ten sam iloczyn korzystając ze wzoru dla postaci  $[s, \mathbf{v}=(x, y, z)]$ .  
Oblicz iloczyn kwaternionów
  - a.  $[1, (2, 3, 4)] \cdot [4, (3, 2, 1)]$
  - b.  $[0, (1, -1, 2)] \cdot [3, (0, 3, 1)]$
3. Sprawdź czemu równe są iloczyny:
  - a.  $[s_1, 0] \cdot [s_2, 0]$
  - b.  $[0, \mathbf{v}_1] \cdot [0, \mathbf{v}_2]$
  - c.  $[0, \mathbf{v}] \cdot [0, \mathbf{v}]$

### Odwrotność kwaternionów

4. Oblicz odwrotność kwaternionu  $i = [0, (1, 0, 0)]$ .
5. Oblicz odwrotność kwaternionów:
  - a.  $[1, (1, 1, 1)]$
  - b.  $[1, (0, 1, -2)]$
  - c.  $[1, (1, -1, 0)]$
  - d.  $[1/3, (-1/3, 1/3, 0)]$
6. Po obliczeniu kwaternionów odwrotnych z zadań 4 i 5 sprawdź ich poprawność obliczając iloczyn  $q \cdot q^{-1}$ .

### Kwaterniony jednostkowe i obroty

7. Oblicz normę i unormuj kwaterniony
  - a.  $[1, 1, 1, 1]$
  - b.  $[1, (2, 3, 4)]$
  - c.  $[0, (1, 0, 0)]$
8. Napisz kwaternion obrotu o kąt  $60^\circ$  wokół osi OZ  $\mathbf{u} = (0, 0, 1)$ .
9. Korzystając z kwaternionu jednostkowego obróć wektor  $\mathbf{p} = (1, 2, 0)$  o kąt  $\theta$  wokół osi  $\mathbf{u} = (0, 0, 1)$  dla  $\theta = 90^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 180^\circ, 360^\circ$  i  $0^\circ$ .
10. Udowodnić, że poprawny jest wzór dla składania obrotów:  
 $(q_2 q_1) \mathbf{p} (q_2 q_1)^{-1} = q_2 (q_1 \mathbf{p} q_1^{-1}) q_2^{-1}$ .