

LASERY NA CIELE STAŁYM

Wstęp

Lasery na ciele stałym – lasery, których ośrodki czynne mają budowę krystaliczną lub amorficzną (w tym lasery półprzewodnikowe).

Charakterystyka ośrodka:

- silne linie fluorescencji, poszerzone niejednorodnie (szczególnie w szklach), wskazujące na duże momenty przejść dipolowych,
- szerokie pasma absorpcji,
- długie czasy życia górnego stanu laserowego,
- duża wydajnością kwantową fluorescencji,
- duży udział fononów w redystrybucji energii.

Lasery na ciele stałym

Wystarczająco dobre właściwości spektralne i optyczne ma około 300 kryształów i szkieł.

Centra aktywne – zwykle jony *pierwiastków przejściowych* z grup żelaza, palladu, platyny, ziem rzadkich i aktynowców

Pierwiastki grup przejściowych

Grupa	Konfiguracja	Pierwiastki
Żelaza	$3d^n 4s$	od 21 do 30 np.: Ti, Cr, Fe, Co, Ni, Cu, Zn
Palladu	$4d^n 5s^1$	od 39 do 48 np.: Y, Zr, Nb, Mo, Te, Ag, Cd
Ziem rzadkich	$4f^n s d^0 6s^2$	od 57 do 70 np.: Pr, Nd, Sm, Eu, Ho, Er, Yb
Platyny	$5d^n 6s^2$	od 71 do 80 np.: Ta, W, Re, Ir, Pt, Au, Hg
Aktynowców	$5f^n 6d^0 7s^2$	od 89 do 98 np.: Ac, Pa, U, Np, Pu, Am, Cf

Lasery na ciele stałym

a). Lasery na jonach paramagnetycznych

- lasery na jonach metali przejściowych (np. rubinowe, tytanowo - szafirowe),
- lasery na trójwartościowych ziemiach rzadkich (np. neodymowe),
- lasery na dwuwartościowych ziemiach rzadkich,
- lasery na aktynowcach.

b). Lasery na centrach barwnych

c). Lasery półprzewodnikowe.

Lasery na metalach przejściowych

Laser rubinowy

Laser rubinowy (T.H. Maiman, 1960 r.).

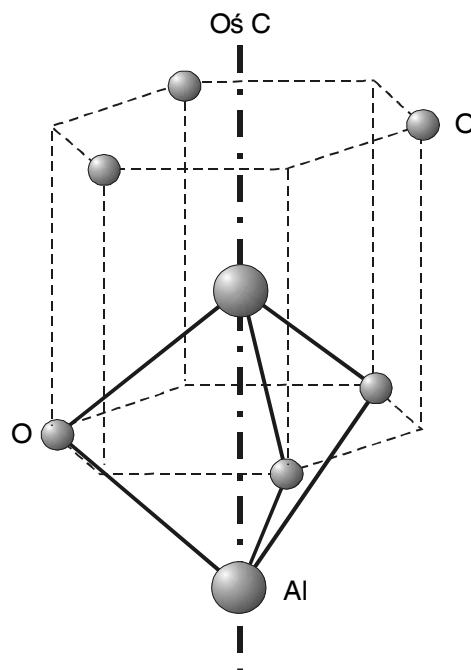
Pierwszy laser pracujący w obszarze widzialnym ($\lambda_{em} = 694.3nm$).

Rubin – Al_2O_3 , domieszkowany Cr (konfiguracja elektronowa $(Ar)3d^54s$).

Osobliwością tej grupy (np. V , Mn , Fe) jest ekranowanie elektronów z niewypełnionej powłoki $3d$ przez elektrony $4s$.

Lasery na ciele stałym

Trzy elektrony potrójnie zjonizowanego jonu Cr^{3+} z powłoki $3d$ nie są ekranowane i w szafirze są poddane działaniu silnego pola krystalicznego pochodzącego od sześciu najbliższych jonów tlenu, co ma decydujący wpływ na właściwości spektralne rubinu.

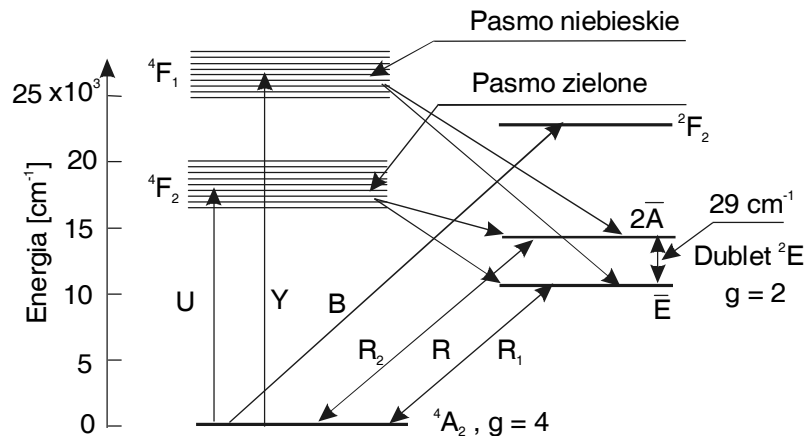


Komórka elementarna kryształu rubinu.

Mniejszy promień jonowy Al^{3+} ($0.51 \times 10^{-4} \mu m$) od promienia Cr^{3+} ($0.63 \times 10^{-4} \mu m$) $\rightarrow$ wewnętrzne naprężenia i defekty sieci.

Wyższy stan: $2E$ (rozszczepiony na *metastabilne* o bardzo długich czasach życia ($\sim 3ms$): $2\bar{A}$ i $\bar{E}$)

Lasery na ciele stałym



Schemat poziomów energetycznych lasera rubinowego.

Długość linii R_1 – 694.3 nm , a linii R_2 – 692.8 nm .

Pasma absorpcji – szerokie:

- *pasmo zielone*,
- *pasmo niebieskie*

Laser trójpoziomowy

Relaksacja oscylacyjna

samosynchronizację modów

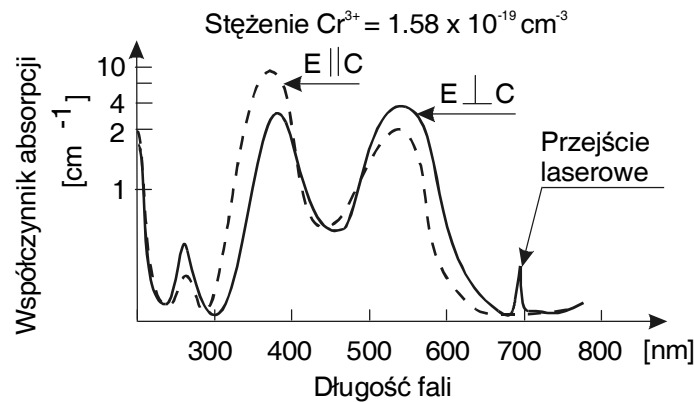
Generacja gigantyczna

Stosuje się zwykle pręty o średnicy $2 - 3 \text{ cm}$ i długości $20 - 30 \text{ cm}$. Zazwyczaj oś optyczna kryształu (oś C) tworzy kąt $60^\circ - 90^\circ$ z osią pręta. Emisja jest liniowo spolaryzowana.

Przy wzroście temperatury linie R_1 i R_2 znacznie się rozszerzają.

Lasery na ciele stałym

Przy dużych stężeniach chromu pojawiają się dodatkowo linie: 704 nm, 701 nm, 767 nm.



Widmo absorpcji kryształu rubinu. Widoczna jest silna zależność absorpcji od polaryzacji światła absorbowanego
Niech

$$N_1 + N_2 + N_3 = N ,$$

$$(stan \ ^4A_2) + (\bar{E} + 2\bar{A}) + ({}^4F_2 + {}^4F_1) = N ,$$

gdzie N jest stężeniem jonów.

W równowadze termodynamicznej możemy wyznaczyć obsadzenie poziomów w stanie wzbudzonym:

$$\frac{N(2\bar{A})}{N(\bar{E})} = \frac{2}{2} \exp\left[-\frac{\Delta E}{kT}\right] = 0.87 = K.$$

dla $\Delta E = 29\text{cm}^{-1}$ i $kT = 209\text{cm}^{-1}$ (300K).

Niech obsadzenie $\bar{E} + 2\bar{A}$ będzie N_2 , to obsadzenia stanów

Lasery na ciele stałym

$$N(2\bar{A}) = \frac{K}{1+K} N_2,$$

$$N(\bar{E}) = \frac{1}{1+K} N_2,$$

Optyczną przezroczystość dla linii $694.3nm$ występuje jeśli

$$N(\bar{E}) = \frac{2}{4} N(^4A_2) = \frac{1}{2} N_1,$$

czyli

$$\frac{N_2}{1+K} = \frac{1}{2} N_1.$$

Ponieważ

$$N_1 + N_2 = N.$$

to

$$N_2 = \frac{1+K}{3+K} N = 0.483N,$$

$$N_1 = \frac{2+K}{3+K} N = 0.517N,$$

Jak widać, wielkości obsadzeń te są w praktyce równe.

Nawet jeżeli wzmocnienie jest równe zeru spontaniczna emisja jest bardzo duża:

$$P_{sp} = \frac{1+K}{3+K} N \frac{h\nu}{\tau_{sp}} = 727 Wcm^{-3},$$

przy $N = 1.58 \times 10^{19} cm^{-3}$ oraz $\tau_{sp} = 3ms$.

Lasery na ciele stałym

Założmy, że kwantową wydajność pompowania $\phi = 0.7$. Obliczymy gęstość promieniowania, potrzebną do uzyskania optycznej przezroczystości.

Gęstość promieniowania zaabsorbowanego wynosi:

$$P_{ab} = \frac{P_{sp}}{\phi} = 1.04 \text{ kW/cm}^3 .$$

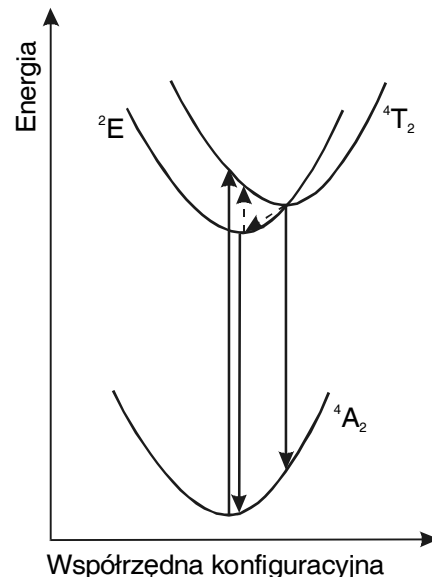
Jeśli 50% energii zmagazynowanej w kondensatorze zamienia się w energię promienistą lampy błyskowej, a 20% promieniowania lampy (przy czasie błysku $\approx 3 \text{ ms}$) jest absorbowane przez rubin, to aby otrzymać zerowe wzmocnienie należy dysponować energią:

$$W_{prog} = \frac{1.04 \times 10^3 \text{ W/cm}^3 \times 3 \times 10^{-3} \text{ s}}{0.50 \times 0.2} = 3.12 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$

Lasery na ciele stałym

Laser aleksandrytowy

Ośrodek czynny – chryzoberyl (BeAl_2O_4) domieszkowany chromem nawet do stężenia 0.5 %.



Schemat krzywych potencjalnych jonu Cr^{3+} w kryształach aleksandrytu (z [21])

silne przesunięcie przesunięcie
stokesowskie pasm i udział fononów w
dystrybucji energii w niższym stanie →
szerokie pasmo emisji i absorpcji

Laser czteropoziomowy

Czasy życia górnych stanów laserowych: 2E - 1.54 ms, a 4T_2 - 6.6 μs .

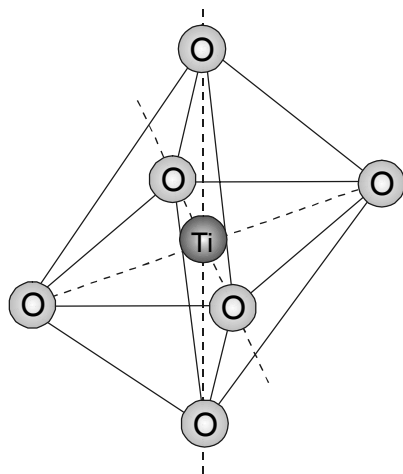
Pasmo strojenia: 720 nm – 860 nm.

Wydajność energetyczna wynosi ok. 3%.

Laser tytanowo - szafirowy

Ośrodek czynnym lasera $Ti : Al_2O_3$ lub $Ti : S - Al_2O_3$ domieszkowany TiO_3 .

W sieci krystalicznej dwa elektrony 4s i jeden 3d tworzą wiązanie z tlenem.



Struktura najbliższego otoczenia jonu Ti^{3+} w szafirze.

Stan 3d *rozszczenia się* na dwa stany elektronowe z silnie przesuniętymi minimami potencjału.

Promień jonowy tytanu jest 26% większy niż glinu.

Widma są niezwykle szerokie.

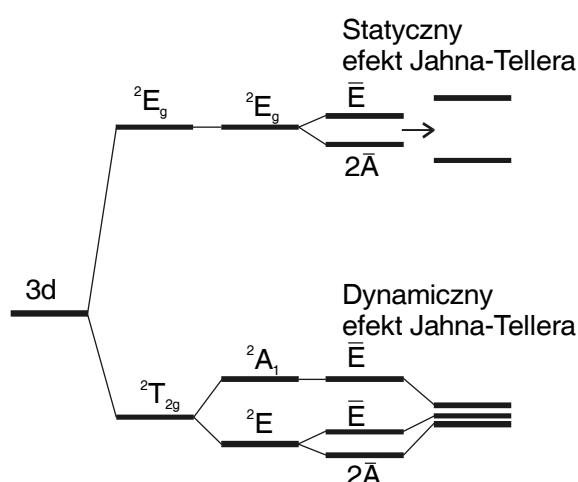
Stan podstawowy 2T_2 w polu *trigonal* (o symetrii C_{2v}) *rozszczenia się* na dwa stany 2A_1 i 2E .

Z powodu sprzężenia spin-orbita stan 2E

Lasery na ciele stałym

rozszczepia się dalej na stany $\bar{E}$ i $2\bar{A}$.

W wyniku dynamicznego efektu Jahna-Tellera powstają dwa stany $\bar{E}$ pochodzące od stanów 2A_1 i 2E leżące powyżej stanu $2\bar{A}$. Wzbudzony stan 2E rozszczepia się silnie dzięki statycznemu efektowi Jahna-Tellera.



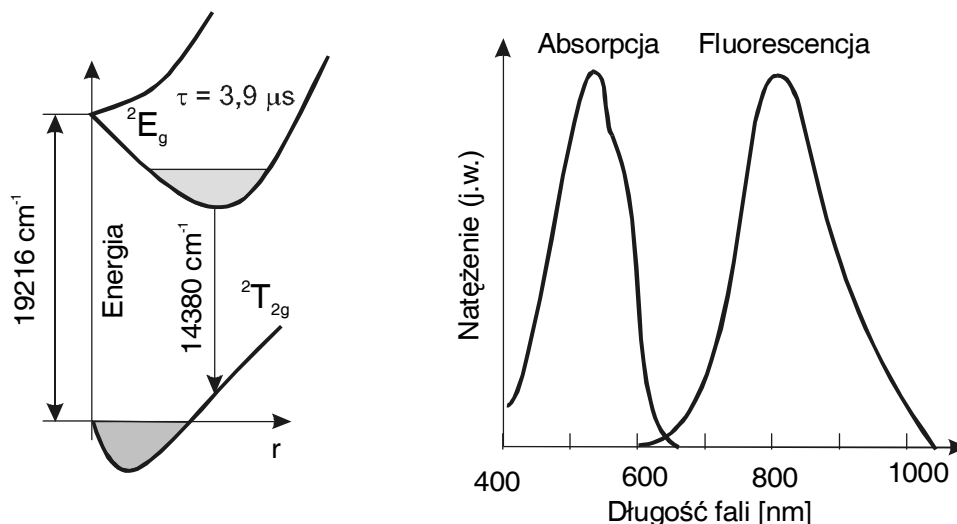
Rozszczepienie stanu 3d w statycznym polu krystalicznym
Widmo absorpcji (ok. $20\,000\text{ cm}^{-1}$) składa się z dwóch szerokich pasm oddległych o ok. 2500 cm^{-1} . Luminescencja występuje tylko ze stanu najniższego z maksimum ok. $14\,000\text{ cm}^{-1}$.

Tak więc, silne sprzężenia spin - orbitalne, lokalne pole krystaliczne oraz oddziaływania elektronowo - fononowe wpływają na poziomy energetyczne jonu, które szerokością przypominają poziomy

Lasery na ciele stałym

barwnika. Widmo absorpcji leży w obszarze zielonym.

Układ pompujący przeprowadza jon ze stanu podstawowego $^2T_{2g}$ do pewnego poziomu wibronowego stanu wzbudzonego 2E_g , który jest rozszczepiony, jak wspomniano wyżej, w lokalnym polu krystalicznym na dwa podpoziomy odległe od siebie o 50 nm.



Krzywe potencjału jonu tytanu w Al_2O_3 oraz widma absorpcji i fluorescencji.

Czas życia górnego stanu laserowego –
 $\sim 3.9 \mu s$

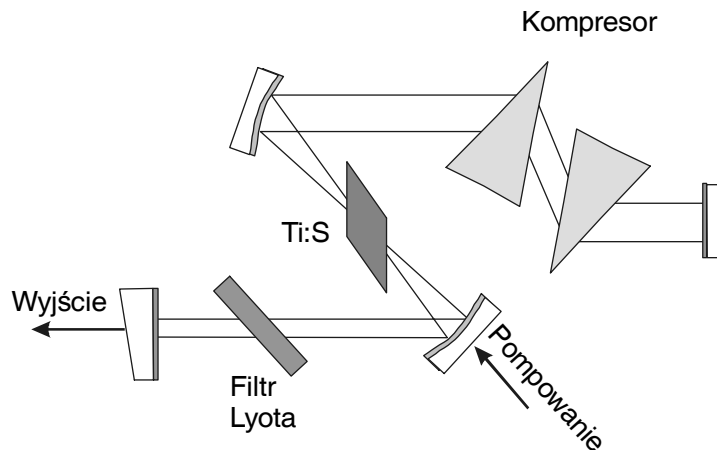
Widmo fluorescencji jest silnie przesunięte w kierunku czerwieni.

Strżeni w zakresie, od 660 nm do 1.1 μm .

Lasery femtosekundowe (dostępne w

Lasery na ciele stałym

handlu: kilkudziesiąt *MHz* i średnią mocą ok. 1W).



Typowy schemat femtosekundowego lasera *Ti:S*.

Duże przewodnictwo cieplne

Pompowanie optyczne, zwykle za pomocą np. drugiej harmonicznej laserów *Nd:YAG*, *V:YAG*, a także Ar^+ , lamp błyskowych lub wyższych harmonicznych laserów podczerwonych.

Lasery na trójwartościowych ziemiach rzadkich

Lasery na: Nd^{3+} , Ho^{3+} , Gd^{3+} , Tm^{3+} , Er^{3+} , Pr^{3+} , Eu^{3+} i reszcie z 13 pierwiastków ziem rzadkich w np: $CaWO_4$, Y_2O_3 , LaF_3 , $SrMoO_4$,

Lasery na ciele stałym

CaF_2 , ale również w związkach organicznych i w wielu innych ośrodkach.

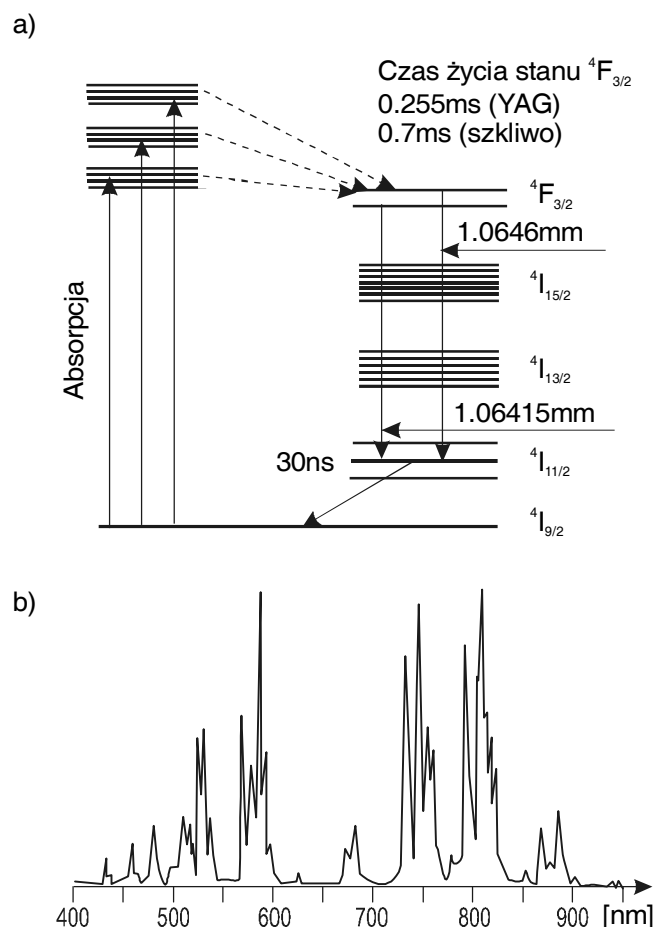
Przejścia laserowe zachodzą w powłoce $4f$.

Długi czas życia w górnych stanach laserowych oraz niski poziom progu.

neodymowy odkryty w 1969 r. Inne mają znaczenie poznawcze.

Laser neodymowy

1969 r.



Schemat poziomów energetycznych Nd:YAG (a) i widmo

Lasery na ciele stałym

absorpcji (b)

Laser *Nd:YAG*: ośrodek czynny – kryształ $Y_3Al_5O_{12}$ (YAG) - granatu aluminiowo - itrowego domieszkowany *Nd*.

Kryształ granatu aluminiowo - itrowego – struktura kubiczna.

Przejścia laserowe ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$:

$1.06415\mu m$ (dla) i $1.059\mu m$ (dla *Nd:szkło*).

Czas życia górnego stanu laserowego:
 $255\mu s$ w YAG)

dolnego: $\approx 30ns$

Układ czteropoziomowy

Typowe gęstości jonów *Nd* są rzędu $10^{20}cm^{-3}$.

Szklivo a kryształ

Szkła wieloskładnikowe, np. 59% SiO_2 , 25% BaO , 15% K_2O , 1% SbO_3 , 1 – 2% Nd_2O_3 .

Oszacowania progu i pompowania progowego

Kryształ o długości $l = 50mm$ i średnicy $5mm$, rezonator: $R_1 = 100\%$ i $R_2 = 92\%$.

Wzmocnienie progowe

Lasery na ciele stałym

$$\gamma_{prog} = -\frac{1}{2l} \ln(R_1 R_2) = 0.834 m^{-1}.$$

Z pomiarów spektroskopowych:

$$\sigma_{em} = 2.4 - 4 \times 10^{-23} m^2 \text{ (dla rubinu)}$$

$$\sigma_{em} = 1.2 \times 10^{-24} m^2), \text{ to}$$

$$N_{prog} = \frac{1}{\sigma_{em}} \gamma_{prog} = 2.085 \times 10^{22} m^{-3}$$

jest kilkaset razy mniejsze niż dla rubinu.

Przy 100% wydajności pompy do górnego stanu laserowego $^4F_{3/2}$

$$U_{prog} = N_{prog} h\nu_{pomp} = 511.16 J m^{-3},$$

czyli próg zostanie osiągnięty, jeśli zostanie zaabsorbowana energia ok. $0.5 mJ$.

Dla pracy ciągłej moc pompowania (w $W cm^{-3}$)

$$P_{prog} = \frac{N_{prog} h\nu_{pomp}}{\tau_{21}},$$

gdzie: $1/\tau_{21} = A_{21} = 1815 s^{-1}$.

Podstawiając

$$P_{prog} \approx 10^6 W m^{-3},$$

czyli by został osiągnięty próg ciągłej akcji laserowej pręt o wymiarach przyjętych do obliczeń wyżej musi zaabsorbować ok. 1 W.

Pompowanie diodami

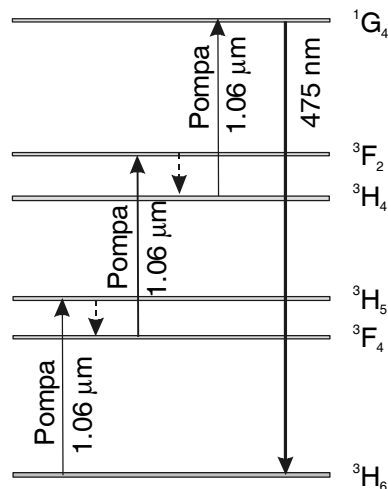
Lasery na ciele stałym

Synchronizacja modów → impulsy: 1 – 10 ps.

Lasery światłowodowe

Lasery *up - conversion*

Np. jon Tm^{3+}



Schemat poziomów energetycznych i pompowania lasera Tm^{3+} z konwersją częstotliwości

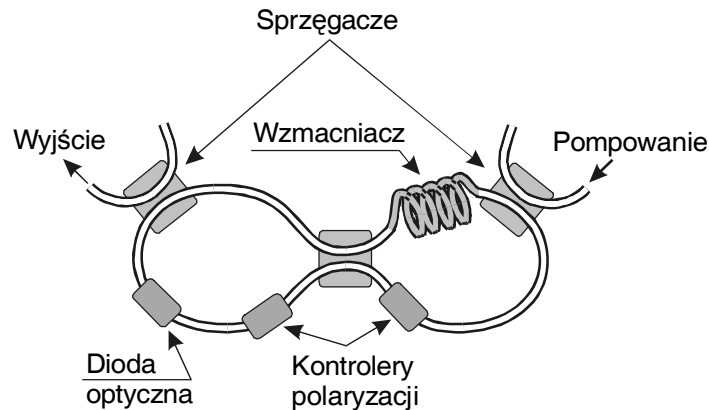
Rezonatory

Rezonator Fabry - Perot

Siatki Bragga

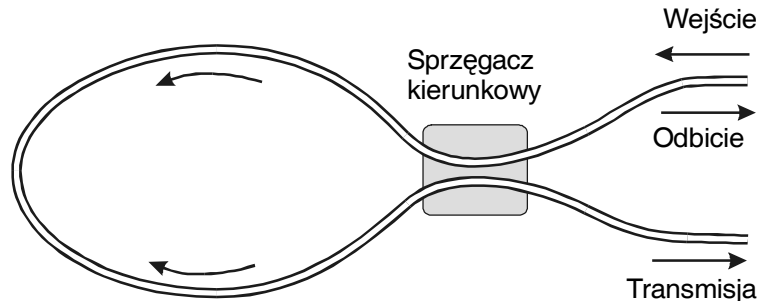
Wnęka typu „Figura - 8” (ang. *figure - 8 cavity*)

Lasery na ciele stałym



Laser światłowodowy z wnęką „Figura - 8” z synchronizacją modów

Schemat interferometru światłowodowego Sagnaca jako zwierciadła ilustruje Rys.VII.11.



Interferometr Sagnaca transmitujące i odbijające światło
Skrośna modulacja fazy (ang. *cross - phase modulation*)[34]

Funkcja przełączania interferometru w funkcji mocy wejściowej jest analogiczna do działania nasycającego się absorbera.

Laser Nd³⁺

Lasery na ciele stałym

1. strojenie lasera w granicach kilkudziesięciu *nm*,
2. generację impulsów ultrakrótkich. Duża liczba modów podłużnych jest w tym przypadku bardzo korzystna.

Trudności z pracą jednomodową

Praca *up - conversion* : Wzbudzenie dwoma fotonami lasera barwnikowego o energii odpowiadającej długości fali 590 *nm* → linie 381 *nm* i 412 *nm*.

Laser Er³⁺

Od widzialnego do dalekiej podczerwieni.

Duże znaczenie lasera (*EDFL*) i wzmacniacza (*EDFA*)

Strojenie

Synchronizacja modów

1. Pasywna synchronizacja modów

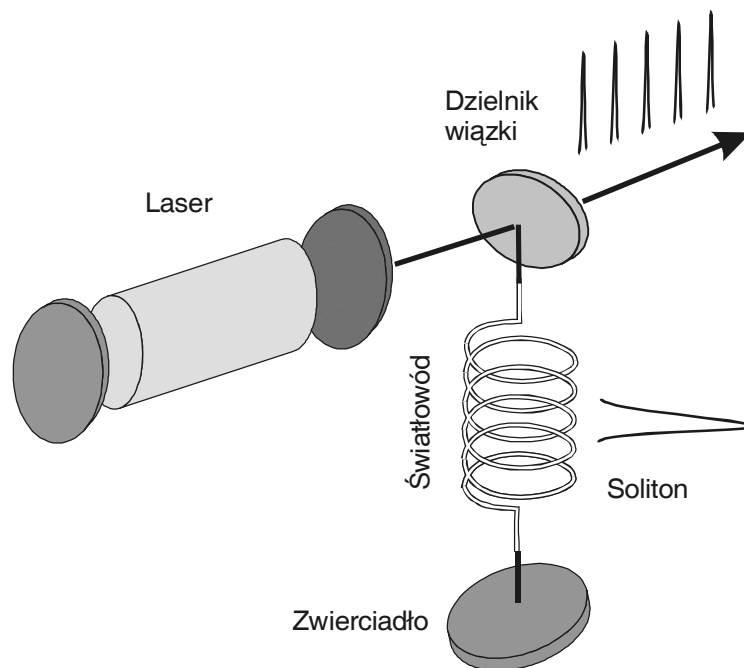
$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_s}}.$$

Lasery na ciele stałym

Absorber do laserów erbowych —t *InGaAsP*.

Zazwyczaj – absorbery półprzewodnikowe ze zwierciadłem Bragga i→ *nasycającego się zwierciadła Bragga* (ang. *Saturable Bragg Reflector - SBR*).

2. Aktywna synchronizacja modów

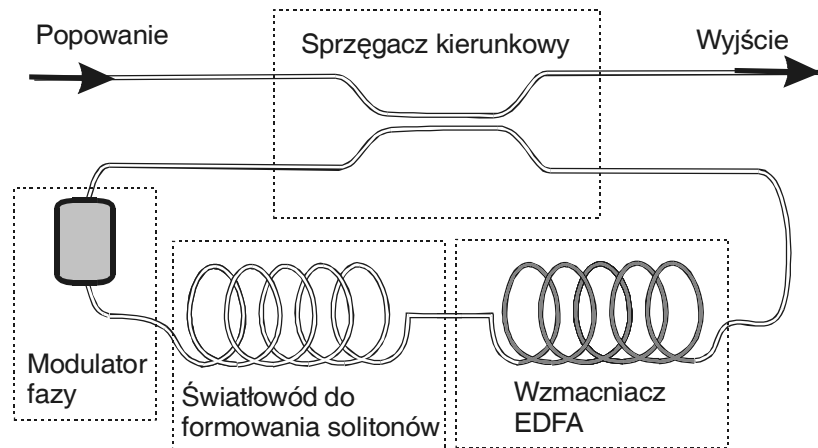


Laser solitonowy

Lasery solitonowe

Całkowicie światłowodowy laser solitonowy

Lasery na ciele stałym



W pełni światłowodowy laser solitonowy

Lasery na dwuwartościowych ziemiach rzadkich

Pierwszym laserem tego typu był na Sm^{2+} w CaF_2 . Później zademonstrowano akcje na Tm^{2+} i Dy^{2+} w różnych kryształach.

Lasery na aktynowcach

Znana jest akcja na U^{3+} domieszkowanym do kryształów CaF_2 , BaF_2 i SrF_2 impulsowa i ciągła.

Lasery na centrach barwnych

Centra $F \rightarrow$ *luki*, tj. braków atomów lub jonów w węzłach sieci.

Luka anionowa (zabarwnienie $NaCl$ lub KCl).

Szerokie pasma absorpcji i fluorescencji centrów $F \rightarrow$ oddziaływania pola krystalicznego z elektronem znajdującym się w luce.

1. Zabarwianie fotochemiczne

Naświetlanie światłem UV . Kryształ atom chlorowca traci elektron, stanie się neutralny i przejdzie do obszaru międzywęzłowego. Tworzy się *luka anionowa*, która może przechwycić wolny elektron i utworzy centrum F . Centra nie są stabilne termicznie.

2. Barwienie addytywne

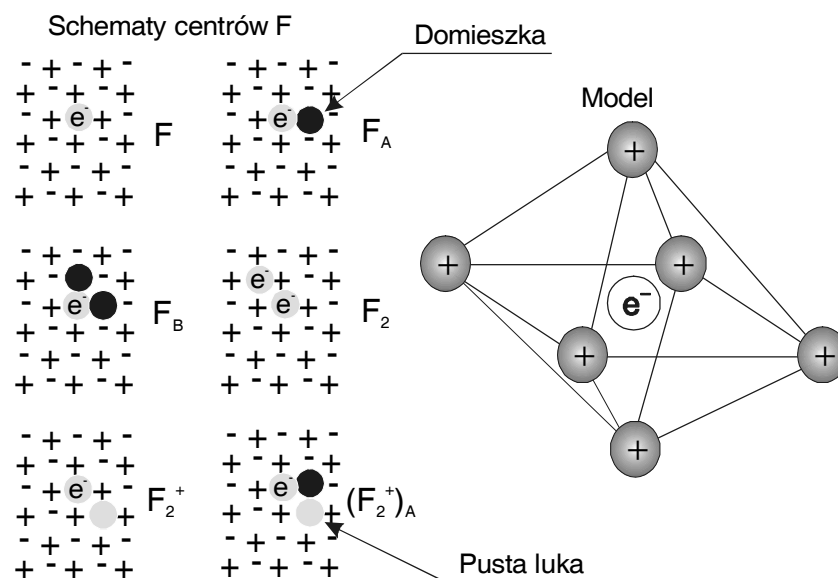
Wygrzewa się próbkę w parach metalu alkalicznego i np. $NaCl$ lub KCl w parach sodu przyjmują barwę jaskrawo - niebieską. Metal traci elektrony, które dyfundują w głąb

Lasery na ciele stałym

kryształu i po ochłodzeniu mogą się koncentrować np. w lukach anionowych. Tego typu centra są bardzo stabilne.

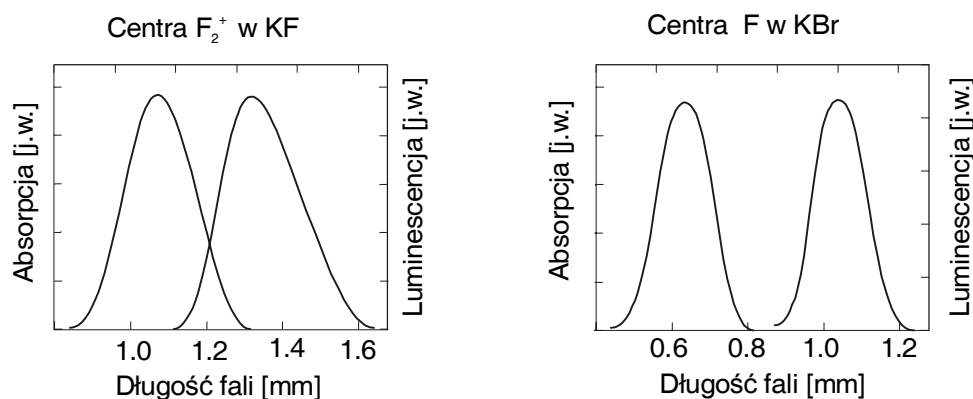
3. Barwienie wiązkami elektronowymi

Bombarduje się kryształ wiązką elektronów, które wnikają do wnętrza i koncentrują się w lukach anionowych.



Schematy oraz model centrum barwnego typu F
Układ *luka - elektron* tworzy na ogół agregaty obejmujące kilka węzłów sieci krystalicznej tworząc centra wyższych rzędów: F_2 , F_3 , itd.

Lasery na ciele stałym



Widma wybranych centrów F

Czas życia centrów jest różny i wynosi od 1 do 1000 ns .

Uzyskano płynne przestrajanie w zakresie $0.63 - 0.73\mu\text{m}$, $0.8 - 1.5\mu\text{m}$ i $2.25 - 3.30\mu\text{m}$.

Lasery półprzewodnikowe

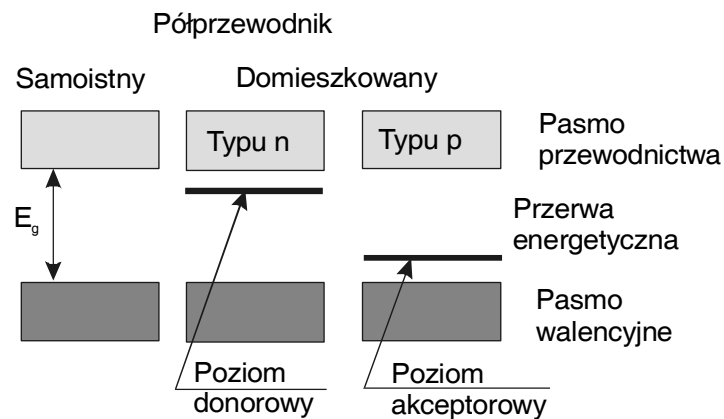
Podstawowe własności półprzewodników

Struktura pasmowa

pasmo walencyjne

pasmo przewodzenia

przerwa energetyczna E_g



Schemat pasmowy półprzewodników samoistnych i
domieszkowanych

Energia przerwy energetycznej E_g i
graniczna długość fali

Lasery na ciele stałym

Materiał	E_g (300K)[eV]	λ (μm) = ch/E_g
Diament	5.4	0.23
Ge	0.66	1.88
Si	0.66	1.88
GaAs	1.42	0.87
AlGaAs	1.4 - 1.55	0.8 - 0.9
InGaAs	0.95 - 1.24	1.0 - 1.3
InGaAsP	0.73 - 1.35	0.9 - 1.7

Metale

Izolatory przerwa energetyczna jest duża
(3eV i więcej)

Półprzewodniki przerwa od 0.1eV do 2.5eV,

Półmetal

Elektrony i dziury. Masa efektywna

Półprzewodnik *samoistny*.

Elektrony - gaz elektronowy.

Dziury

Rekombinacja: elektron - dziura

Funkcja Blocha

Lasery na ciele stałym

$$\Psi_c(\vec{r}) = u(\vec{r}) \exp(i\vec{k}\vec{r}),$$

gdzie: $u(\vec{r})$ jest funkcją opisującą periodyczność pola krystalicznego, a $\vec{k}$ jest wektorem falowym elektronu.

Pęd nośników

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k.$$

W całkowicie wypełnionym pasmie walencyjnym

$$\sum_i \vec{k}_i = 0.$$

Warunki brzegowe

$$k_x = \frac{2\pi}{L}l, \quad k_y = \frac{2\pi}{L}m, \quad k_z = \frac{2\pi}{L}q,$$

gdzie: l , m i q są liczbami całkowitymi.

Energia kinetyczna nośnika

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

czyli

$$E_{qpm} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} (m^2 + n^2 + q^2).$$

Masa efektywna

$$v = \frac{dE}{dp}.$$

Lasery na ciele stałym

przyspieszenie

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dE}{dp} = \frac{dp}{dt} \frac{d}{dp} \left(\frac{dE}{dp} \right),$$

czyli

$$\frac{dp}{dt} = a \left(\frac{d^2 E}{dp^2} \right)^{-1}.$$

Wielkość

$$m^* = \left(\frac{d^2 E}{dp^2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

ma wymiar masy - *masa efektywna ładunku*.

Ruchliwość nośników

Gęstość stanów w pasmie przewodzenia

$$\rho_c(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} dE,$$

a w pasmie walencyjnym

$$\rho_v(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2} dE,$$

Rozkład Fermiego - Diraca

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) + 1}.$$

gdzie: T jest temperaturą, a k - stałą

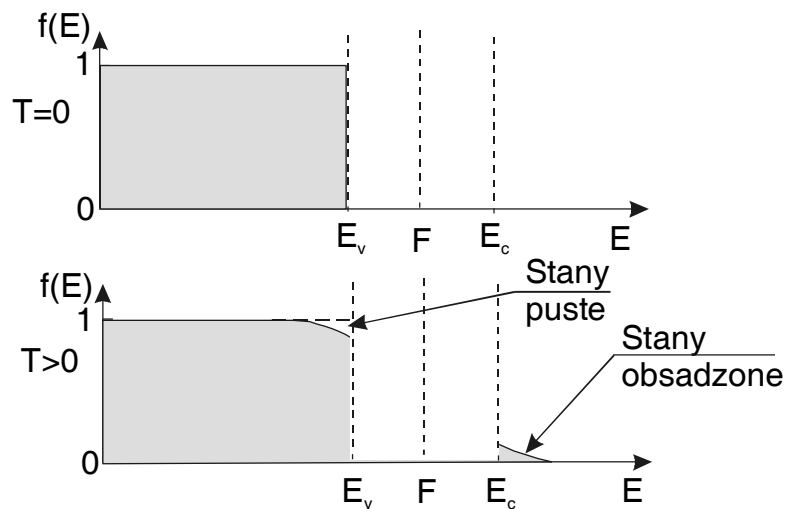
Lasery na ciele stałym

Boltzmann, a F - energią Fermiego.

Jeśli $E = F$, to $f(E) = 1/2$.

Energia Fermiego - parametr rozkładu Fermiego - Diraca.

Dla $E \gg F$ statystyka Boltzmann.



Rozkłady Fermiego - Diraca dla dwu temperatur w półprzewodniku samoistnym

Lasery na ciele stałym

Półprzewodniki domieszkowane

Półprzewodniki typu n (donorowe)

- do kryształu zbudowanego z atomów czterowartościowych (*krzem, german*) - atomy z grupy V (tj. pięciowartościowe: *fosfor, arsen, antymon*).

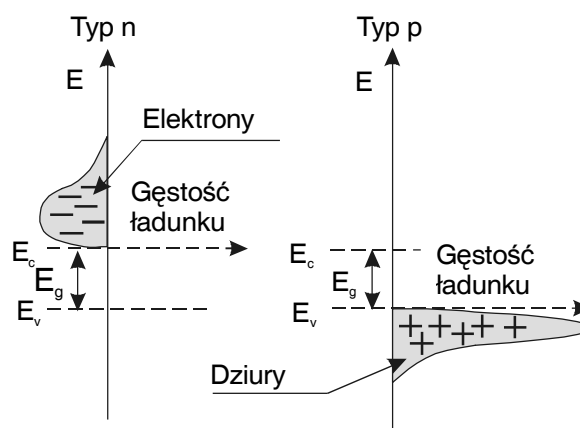
Półprzewodniki typu p (akceptorowych)

- domieszkowanie atomami trzeciej grupy (*glin, gal, ind*)

Poziomy

- *akceptorowe* (w półprzewodniku typu *p*)
- *donorowych* (w *n*)

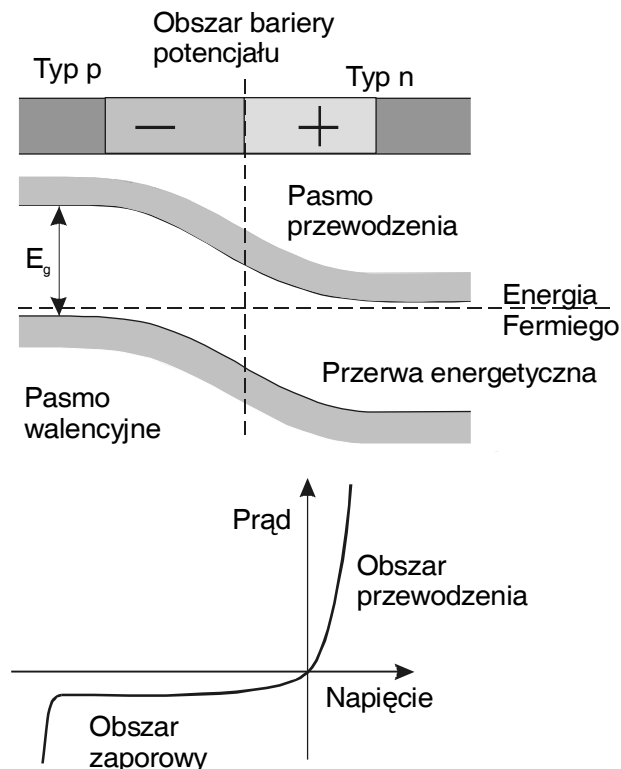
Półprzewodniki silnie domieszkowane



Rozkłady gęstości ładunków w silnie domieszkowanych półprzewodnikach w temperaturze $\neq 0K$

Lasery na ciele stałym

Złącze p - n



Niespolaryzowane złącze $p - n$ oraz charakterystyka prądowo - napięciowa złącza

Złącze $p - n$ w kierunku przewodzenia:
elektrony z półprzewodnika n przejdą do półprzewodnika typu $p \rightarrow$ *możliwa rekombinacja*.

Kwazipoziomy Fermiego

Funkcje Fermiego

- dla elektronów w pasmie przewodnictwa

$$f_c(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-F_c}{kT}\right) + 1},$$

Lasery na ciele stałym

- dla dziur w pasmie walencyjnym

$$f_v(E) = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E-F_p}{kT}\right) + 1} = \frac{1}{\exp\left(\frac{F_p-E}{kT}\right) + 1}.$$

Gęstości:

- elektronów w pasmie przewodzenia

$$n_c(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right]^{3/2} \times \\ \times \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{\exp\left(\frac{E-F_c}{kT}\right) + 1}; \quad E > E_c,$$

Lasery na ciele stałym

- dziur w pasmie walencyjnym

$$p_v(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{2m_h^*}{\hbar^2} \right]^{3/2} \times \\ \times \frac{(E_v - E)^{1/2} dE}{\exp\left(\frac{F_v - E}{kT}\right) + 1} ; E < E_v,$$

o energii E w przedziale dE .

E_c i E_v dolna krawędź pasma przewodzenia i górna krawędź pasma walencyjnego.

Dla poziomu Fermiego w pasmie funkcja Fermiego - Diraca

$$f(E) = \begin{cases} 1; & \text{dla } E < F \\ 0; & \text{dla } E > F \end{cases},$$

i

$$n = \int_0^{F_v} \rho_c(E) dE \\ = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{F_v} (E - E_c)^{1/2} dE \\ = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2m_c^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (F_v - E_c)^{3/2}.$$

Lasery na ciele stałym

Jaka musi być gęstość nośników, by poziom Fermiego znajdował się w pasmie przewodzenia na głębokości np. 30 meV .

Ponieważ dla *GaAs* $m_c = 0.067 m_e$, to

$$n = (2 \times 0.067 \times 10^{-30} \text{ kg} / 1.1 \times 10^{-68} \text{ J}^2 \text{ s}^2)^{1.5} \\ \times (0.03 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^{1.5} / 3\pi^2,$$

zatem

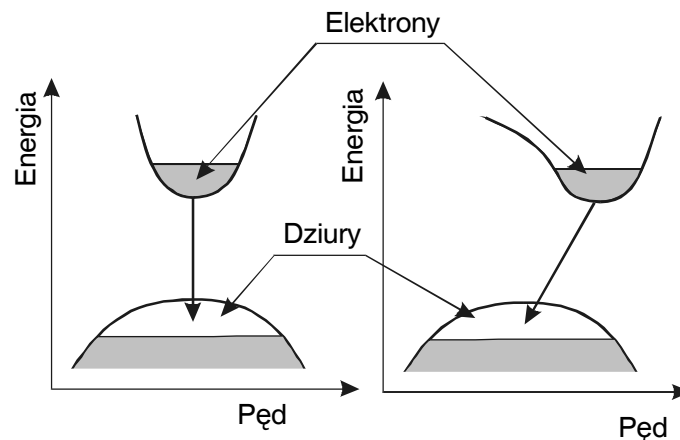
$$n = 4.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}.$$

Począwszy od takiej gęstości elektronów *GaAs* zachowuje się jak metal.

Lasery na ciele stałym

Rekombinacja elektron - dziura

Przejścia międzypasmowe *proste* i *skośne*.



Międzypasmowe przejścia proste i skośne.

Promienistą rekombinację

$$\text{elektron} + \text{dziura} \rightarrow \text{foton}.$$

Z zasady zachowania pędu

$$\hbar \vec{k}_k^e + \hbar \vec{k}_f = \hbar \vec{k}_p^e.$$

Pęd fotonu $\hbar \vec{k}_f$ jest do zanedbania

$$\Delta \hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}_p^e - \hbar \vec{k}_k^e \approx 0.$$

Rekombinacja elektronów i dziur jest zdeterminowana przez nadmiar ładunku mniejszościowego i przez jego czas życia.

Całkowita stała rekombinacji zależy od:

- stałej przejść bezpromienistych związanych z poziomami defektowymi, defektami powierzchniowymi, itd,

Lasery na ciele stałym

- prawdopodobieństwa promienistej rekombinacji,
- prawdopodobieństwa rekombinacji Augera,
- prawdopodobieństwa rekombinacji wymuszonej, jeśli jest.

Równanie kinetyczne (zaniedbujemy emisję wymuszoną)

$$\frac{J_e}{qd} = \frac{J_h}{qd} = \frac{J}{qd} = A_{nr}n + Bn^2 + C_{aug}n^3,$$

gdzie: $n = n_h = n_e$ - gęstością nośników, a d - efektywną grubością złącza.

Prawdopodobieństwo rekombinacji bezpromienistej:

$$\kappa_{nr} = A_{nr} + C_{aug}n^2,$$

prawdopodobieństwo emisji promienistej:

$$\kappa_r = Bn$$

Całkowite prawdopodobieństwo rekombinacji

$$\kappa_s = \kappa_r + \kappa_{nr},$$

Szybkość rekombinacji - liczba przejść na jednostkę czasu i na jednostkę objętości

Lasery na ciele stałym

jest proporcjonalna do:

- prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w pasmie przewodzenia,
- prawdopodobieństwa braku elektronu w pasmie walencyjnym, czyli znalezienia dziury:

$$R = rnp,$$

gdzie: r - stała rekombinacji (w m^3s^{-1})

Moc emitowanego promieniowania na jednostkę objętości

$$P_{opt} = \eta rnp h\nu,$$

gdzie: η jest *wewnętrzną wydajnością kwantową rekombinacji promienistej*, która wynosi

$$\eta = \frac{K_r}{K_r + K_{nr}}.$$

Lasery na ciele stałym

Wzmocnienie LP

Są trzy możliwe przypadki:

1. emisja spontaniczna przeważa nad wymuszoną: *dioda elektroluminescencyjna* ,
2. jest inwersja obsadzeń, ale duże straty wewnętrzne: *diodą superluminescencyjną*,
3. jest inersja obsadzeń i spełniony warunek progowy: *diodą laserową*.

Prawdopodobieństwo przejść międzypasmowych:

- są proporcjonalne do B_{21} (niech $B_{21} = B_{12}$),
- gęstości energii $\rho^e(\nu)$,
- zależą od gęstości stanów w pasmie przewodzenia $\rho_c(E_2)$
- prawdopodobieństwa obsadzenia tych stanów $f_c(E_2)$,
- gęstości stanów w pasmie walencyjnym $\rho_v(E_1)$
- prawdopodobieństwu, że te stany są puste: $[1 - f_v(E_1)]$.

Zredukowana gęstość stanów

Lasery na ciele stałym

$$\rho_{red}(h\nu) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{2m_e^* m_h^*}{m_h^* + m_e^*} \right)^{3/2} (h\nu - E_g)^{1/2}.$$

Liczbę przejść promienistych w jednostce czasu i objętości

- emisji wymuszonej

$$R_{2 \rightarrow 1} = [B_{21}][\rho^e(\nu)][\rho_{red}(h\nu)]\{f_c(E_2)[1 - f_v(E_1)]\},$$

- absorpcji

$$R_{1 \rightarrow 2} = [B_{21}][\rho^e(\nu)][\rho_{red}(h\nu)]\{f_v(E_1)[1 - f_c(E_2)]\}.$$

Różnica

$$\Delta R = R_{2 \rightarrow 1} - R_{1 \rightarrow 2} = [B_{21}][\rho^e(\nu)][\rho_{red}(h\nu)]\{f_c(E_2) - f_v(E_1)\}.$$

Jeśli $\Delta R > 0$ - ośrodek czynny wzmacnia

gdy $\Delta R < 0$ - absorbuje.

Współczynnik wzmocnienia

$$\gamma = \frac{1}{I(\nu)} \frac{dI(\nu)}{dz} = \frac{1}{\rho^e(\nu) v_g} \times \text{moc} / \text{jedn. obj.} = \frac{h\nu \Delta R}{\rho^e(\nu) v_g},$$

gdzie: $v_g = c/n_g$ – prędkość grupowa,
 $n_g = n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$ – grupowy współczynnik załamania.

Lasery na ciele stałym

Zatem współczynnik wzmocnienia półprzewodnika

$$\gamma(\nu) = h\nu B_{21} \frac{n_g}{c} [\rho_{red}(h\nu)][f_c(E_2) - f_v(E_1)] \equiv \sigma \Delta N.$$

Iloczyn

$$[\rho_{red}(h\nu)][f_c(E_2) - f_v(E_1)]$$

jest odpowiednikiem inwersji obsadzeń - ΔN ,

a $\rho_{red}(h\nu) f_c(E_2)$ i $\rho_{red}(h\nu) f_v(E_1)$ odpowiadają obsadzeniom.

Ośrodek wzmacnia jeśli

$$f_c(E_2) - f_v(E_1) > 0.$$

Ponieważ

$$f_c(E_2) = \left(\exp \frac{E_2 - F_c}{kT} + 1 \right)^{-1},$$

$$f_v(E_1) = \left(\exp \frac{E_1 - F_v}{kT} + 1 \right)^{-1},$$

to

$$F_c - F_v > E_2 - E_1.$$

Wzmocnienie promieniowania o energii $E_2 - E_1 = h\nu$ wystąpi, jeżeli

Lasery na ciele stałym

$$E_g < h\nu < F_c - F_v.$$

Jest to warunek Bernarda - Durauffourga

W bardziej użytecznej formie

$$\gamma(h\nu) = K(h\nu - E_g)^{1/2} [f_c(h\nu) - f_v(h\nu)],$$

gdzie: K – stała niezależna od długości fali emisji

$$K_{abs} = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\pi\hbar^2\tau_R} \exp\left(\frac{\Delta E_F - E_g}{kT}\right),$$

i

$$\Delta E_F = F_c - F_v,$$

$$m_r = \frac{m_e^* m_h^*}{m_h^* + m_e^*}.$$

Rezonatory laserów półprzewodnikowych

1. Płaszczyzny łupliwości (interferometr Fabry - Perota)

Ze wzorów Fresnela

$$r = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}.$$

Dla *GaAs* ($n = 3.6$) $r = 0.32$,

2. Zwierciadła Bragga.

Laser *DBR* (ang. Distributed Bragg Refelection). Laserów typu *VCSEL*

Lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym - *DFB* (ang. Distributed Feedback Bragg).

3. Rezonatory zewnętrzne.

Rezonatory Fabry-Perota

Amplitudowe współczynniki transmisji i odbicia mają postać

$$t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2},$$
$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},$$

Promień od 1 $\rightarrow$ 2.

Lasery na ciele stałym

Widać też, że $t_{12} \neq t_{21}$ oraz $r_{12} = -r_{21}$, czyli

$$t_{12}t_{21} + r_{12}^2 = 1.$$

Dla wielu warstw (N) *formalizm macierzy S* (macierz rozpraszania) pole odbite o pierwszej warstwy w postaci

$$E'_{0-} = S_{0,N}E_{N+},$$

czyli

$$r_{0,N} = \frac{S_{12}}{S_{22}}; \quad R = (r_{0,N})^2,$$
$$t_{0,N} = \frac{1}{S_{22}}; \quad T = \frac{n_N}{n_1}(t_{0,N})^2.$$

Macierz S nazywa się *macierzą propagacji*.

Trzeba zauważyć, że przy powyższej definicji współczynników $R + T = 1$.

Macierze przejścia

$$P_{12} = \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & r_0 \exp(i\Theta) \\ r_0 \exp(i\Theta) & 1 \end{bmatrix},$$
$$P_{21} = \frac{1}{t_{21}} \begin{bmatrix} 1 & r_0 \exp(-i\Theta) \\ r_0 \exp(-i\Theta) & 1 \end{bmatrix}.$$

Przesunięcie fazy Θ wynosi π .

Przesunięcie fazy w wyniku przejścia drogi

Lasery na ciele stałym
 optycznej o długości L

$$D = \begin{bmatrix} \exp(-i\phi) & 0 \\ 0 & \exp(+i\phi) \end{bmatrix},$$

gdzie: $\phi = kL = 2\pi n_1 L / \lambda_0$.

Macierz propagacji dla jednego pełnego przejścia rezonatora ma postać

$$S = \frac{1}{t_{12}t_{21}} \times \begin{bmatrix} e^{-i\phi} + r_0^2 e^{i\phi} & r_0 [e^{-i(\phi-\Theta)} + e^{i(\phi-\Theta)}] \\ r_0 [e^{-i(\phi-\Theta)} + e^{i(\phi-\Theta)}] & e^{i\phi} + r_0^2 e^{-i\phi} \end{bmatrix},$$

Natężeniowy współczynnik transmisji T_{FP}

$$T_{FP} = \frac{|t_{12}t_{21}|^2}{|1 - r_0^2 e^{i(\phi-\Theta)}|^2}.$$

Niech: $\delta = 2(\phi - \Theta)$, wtedy

$$T_{FP} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos \delta},$$

gdzie: T jest współczynnikiem transmisji zwierciadeł, a R - współczynnikiem odbicia.

Jeżeli zmienia się długość fali promieniowania we wnętrzu, to zmienia się też transmisja wnęki w zakresie od

Lasery na ciele stałym

$$T_{\min} = \frac{T^2}{(1 + R)^2},$$

do

$$T_{\max} = \frac{T^2}{(1 - R)^2}.$$

Wielkość

$$C = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} - 1 = \frac{4R}{(1 - R)^2}$$

nosi nazwę *kontrastu wnętrza*.

W pobliżu rezonansu wnętrza (gdy $\delta = 2m\pi$)

$$\begin{aligned} T_{FP} &\approx T_{\max} \frac{1}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \left[\left(2n_1 \frac{L}{\lambda_0} - m\right) \pi - \Theta \right]^2} \approx \\ &\approx T_{\max} \frac{1}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \left[\left(\frac{\nu}{\Delta\nu} - m\right) \pi - \Theta \right]^2}, \end{aligned}$$

gdzie: $\Delta\nu$ - odległość między sąsiednimi modami,

F nosi nazwę *finessy*

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{1 - R}.$$

Wykres () w funkcji częstotliwości składa się z linii o oddzielonych o

$$\Delta\nu = \frac{c}{2n_1 L},$$

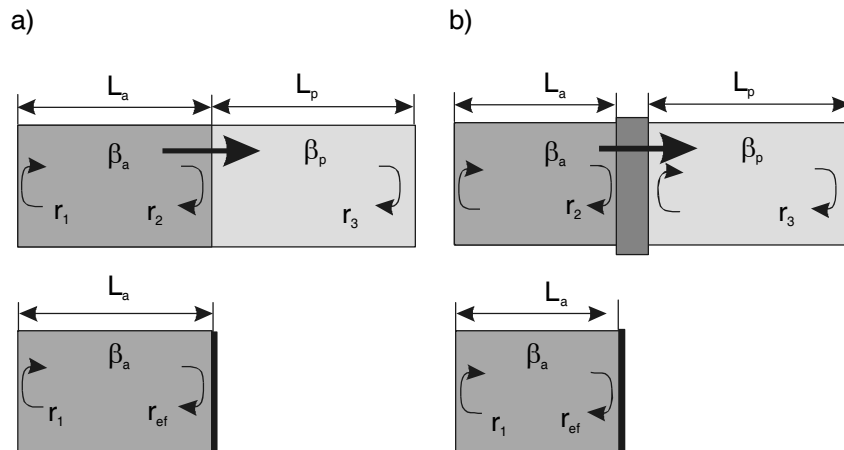
Lasery na ciele stałym

i szerokości (*FWHM*) wynoszącej $\Delta\nu/F$.

Rezonatory wielozwierciadłowe

Trózwierciadłowe

Rezonatora z trzema zwierciadłami.



Rezonator trózwierciadłowy a) oraz czterozwierciadłowy
(b)

Ekwiwalent - układ dwuzwierciadłowy z jednym zwierciadłem

$$r_{ef} = r_2 + \frac{t_2^2 r_3 \exp(-2i\beta_p L_p)}{1 + r_2 r_3 \exp(-2i\beta_p L_p)}.$$

gdzie: $\beta = 2\pi n/\lambda$ jest stałą propagacji.

Warunek rezonansu

$$2\beta_a L_a - \phi_{ef} = 2\pi m.$$

Stąd

$$d\beta_a L_a - \frac{1}{2} d\phi_{ef} = \pi dm.$$

Odległość między dwoma sąsiednimi

Lasery na ciele stałym

modami $dm = 1$ i

$$d\beta_a = \frac{\pi}{L_a - \frac{1}{2} d\phi_{ef}/d\beta_a}.$$

Efektywną długość części pasywnej rezonatora

$$L_{ef} = -\frac{1}{2} \frac{d\phi_{ef}}{d\beta_p}.$$

Ale

$$d\beta_a = -\frac{2\pi}{\lambda^2} n_{ga} d\lambda,$$

gdzie: $n_g = n - \lambda dn/d\lambda$ jest grupowym współczynnikiem załamania.

Ale też

$$\frac{d\beta_p}{d\beta_a} = \frac{n_{gp}}{n_{ga}},$$

zatem odstęp między modami

$$d\lambda = \frac{\lambda^2}{2(n_{ga}L_a + n_{gp}L_{eff})},$$

lub

$$d\nu = \frac{c}{2(n_{ga}L_a + n_{gp}L_{eff})}.$$

Czterozwierciadłowy

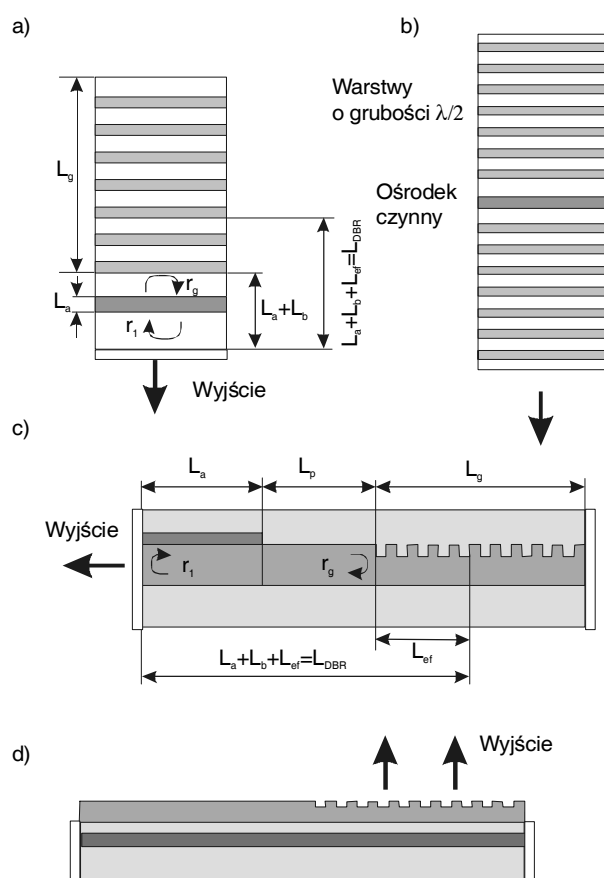
Selekcja modów jest lepsza niż w trózwierciadłowym rezonatorze. Lepsze są

Lasery na ciele stałym

też efekty strojenia.

Rezonatory ze zwierciadłem Bragga

Stosowane w laserach *VCSEL*, często też w laserach z rezonatorem prostopadłym do płaszczyzny złącza.



Schemat rezonatorów ze zwierciadłem Bragga (DBR) w VCSEL z jednostronnym zwierciadłem Bragga (a) oraz ze zwierciadłami Bragga z obu stron ośrodka czynnego (b).

Na rys. c) część ośrodka czynnego jest zwierciadłem Bragga, natomiast rys. d) ilustruje przypadek sprzężenia z siatką dyfrakcyjną

Lasery na ciele stałym

Małe współczynniki odbić cząstkowych to duży całkowity współczynnik odbicia.

Padająca i odbita fala zmienia fazę o

$$- \beta L_{ef},$$

czyli współczynnik odbicia siatki dla częstotliwości Bragga wynosi

$$r_g \simeq |r_g| \exp[-2i(\beta - \beta_0)L_{ef}].$$

Rozwijając

$$\phi \approx \phi_0 + (\beta - \beta_0) \frac{\partial \phi}{\partial \beta} + \dots$$

stąd efektywna długość siatki

$$L_{ef} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial \beta}.$$

Przyjmijmy, że promieniowanie przechodzi przez dwie dwuwarstwy złożone z dielektryków 1 i 2, o różnych współczynnikach załamania.

Macierz S będzie miała postać

$$S = P_{12} D_2 P_{12} D_1.$$

Ponieważ

Lasery na ciele stałym

$$P_{12} = \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix};$$

$$P_{21} = \frac{1}{t_{12}} \begin{bmatrix} 1 & -r_{12} \\ -r_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} \exp(-i\phi_1) & 0 \\ 0 & \exp(+i\phi_1) \end{bmatrix};$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} \exp(-i\phi_2) & 0 \\ 0 & \exp(+i\phi_2) \end{bmatrix},$$

to

$$S = \frac{1}{t^2} \times \begin{bmatrix} e^{-i\phi_1}(e^{-i\phi_2} - r_0^2 e^{i\phi_2}) & 2i \sin \phi_2 \rho e^{i\phi_1} \\ -2i \sin \phi_2 \rho e^{i\phi_1} & e^{i\phi_1}(e^{i\phi_2} - r_0^2 e^{-i\phi_2}) \end{bmatrix},$$

gdzie: $t^2 = t_{12}t_{21}$.

Warstwy muszą być ćwierćfalówkami, tzn.

$\phi_1 = \phi_2 = \pi/2$, zatem

$$S = -\frac{1}{t} \begin{bmatrix} 1 + r^2 & 2\rho \\ 2\rho & 1 + r^2 \end{bmatrix}.$$

Lasery na ciele stałym
o wartościach własnych

$$X_+ = (1 + r)^2; \quad X_- = (1 - r)^2$$

i wektory własne

$$V_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad V_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

W postaci zdiagonalizowanej

$$S = T^{-1}ST,$$

gdzie:

$$M = \frac{1}{t^4} \begin{bmatrix} (1 + r)^2 & 0 \\ 0 & (1 - r)^2 \end{bmatrix},$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dla układu N warstw podwójnych

$$S^N = \frac{1}{t^4} T^{-1} \begin{bmatrix} (1 + r)^{2N} & 0 \\ 0 & (1 - r)^{2N} \end{bmatrix} T.$$

Stąd współczynnik odbicia zwierciadła
Bragga

$$R_N = \left| \frac{(1 + r)^{2N} - (1 - r)^{2N}}{(1 + r)^{2N} + (1 - r)^{2N}} \right|^2,$$

Lasery na ciele stałym

lub inaczej

$$R_N = \left[\frac{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^{2N}}{1 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^{2N}} \right]$$

przy założeniu, że $n_1 > n_2$.

Pasmo w którym współczynnik odbicia spełnia warunek

$$1 - R \leq 10^{-n},$$

wynosi

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left[\frac{8 \ln 10}{\pi^2} \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \left(2 \log \frac{n_1}{n_2} - \frac{n + \log 4}{N} \right) \right]^{1/2}.$$

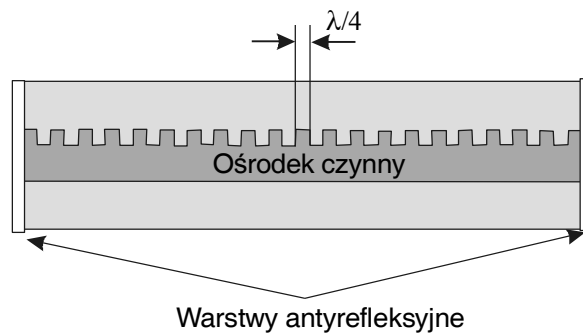
Jeżeli $N \rightarrow \infty$, wtedy pasmo graniczne (ang. *stop band*)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \log \frac{n_1}{n_2} \right).$$

Lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym

Lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym (*DFB*)

Lasery na ciele stałym



Schemat lasera DFB

Aby osiągnąć efekt konstruktywnej interferencji okres powinien być równy $\lambda/4$.

Prąd progowy lasera półprzewodnikowego

$$N_1 = 0$$

Zatem

$$\gamma(\nu) = \sigma(\nu)N,$$

gdzie: N – gęstość elektronów wstrzykniętych do obszaru czynnego z obszaru typu n .

Straty

$$\chi + \left(\frac{1}{2L} \right) \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) = \frac{1}{c\tau_c},$$

a gęstość progowa elektronów wynosi

$$N_t = \frac{1}{\sigma(\nu)c\tau_c}.$$

Gęstość elektronów wstrzykiwanych do obszaru aktywnego - J/ed zatem w warunkach stacjonarnych

$$\kappa_s N = \frac{J}{ed},$$

gdzie: d – droga dyfuzji

Tak więc progową gęstość prądu

$$J_t = ed\kappa_s N_t.$$

Inaczej

Lasery na ciele stałym

$$J_t = ed \frac{\kappa_s}{A_{21}} \frac{8\pi\nu_0^2 \Delta\nu}{c^3 g_0 \tau_c} = ed \frac{1}{\eta} \frac{8\pi\nu_0^2 \Delta\nu}{c^3 g_0 \tau_c}.$$

A_{21}/κ_s – wewnętrzna wydajność kwantowa.

Równania kinetyczne laserów półprzewodnikowych

Pompowanie

$$\left(\frac{dN}{dt} \right)_{pomp} = \frac{J}{ed}.$$

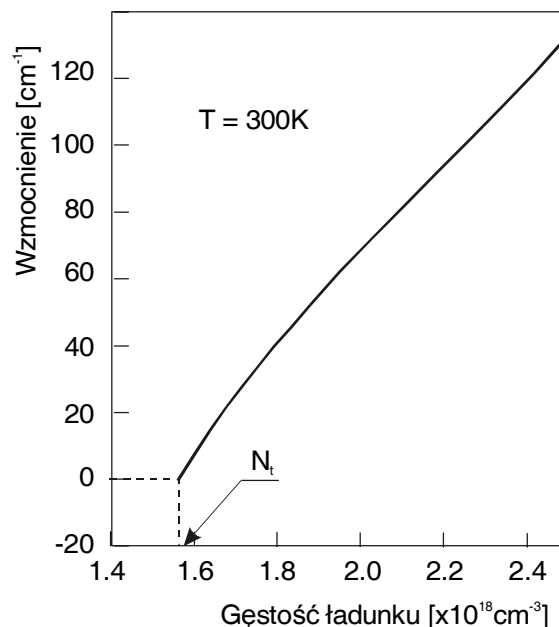
Spontaniczna rekombinacja

$$\left(\frac{dN}{dt} \right)_{spont} = -\frac{N}{\tau_s}.$$

Emisja wymuszona

$$\left(\frac{dN}{dt} \right)_{stym} = -A(N - N_t)P,$$

gdzie: N_t – *inwersja progowa*.



Zależność maksymalnego wzmocnienia w funkcji gęstości wstrzykniętych elektronów

Lasery na ciele stałym

$$A = \frac{Bc}{n_g},$$

gdzie: B – współczynnik kierunkowy

Czynnik nakrywania

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{d/2} |E|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 dx},$$

gdzie: d – grubość obszaru czynnego, a

$\int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 dx$ – całkowita moc optyczna modu.

Zmiana inwersji w czasie

$$\frac{dN}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_s} - A(N - N_t)P.$$

Emisja wymuszona

$$\left(\frac{dP}{dt} \right)_{\text{stym}} = A(N - N_t)\Gamma P,$$

Emisja spontaniczna

$$\left(\frac{dP}{dt} \right)_{\text{spont}} = \beta \frac{N}{\tau_s},$$

gdzie: β – współczynnikiem, zależny od udziału emisji spontanicznej w modzie.

Straty

Lasery na ciele stałym

$$\left(\frac{dP}{dt} \right)_{em} = -\frac{P}{\tau_c}.$$

Równanie kinetyczne na gęstość fotonów

$$\frac{dP}{dt} = A(N - N_t)\Gamma P + \beta \frac{N}{\tau_s} - \frac{P}{\tau_c}.$$

Przypadek stacjonarny:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dP}{dt} = 0.$$

oraz

$$A(N - N_t)\Gamma P + \beta \frac{N}{\tau_s} = \frac{P}{\tau_c},$$

Inaczej

$$A\Gamma(N - N_t) = \frac{1}{\tau_c} - \beta \frac{N}{P\tau_s}.$$

Dalej

$$0 = \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_s} - \frac{P}{\tau_c} + \beta \frac{N}{\tau_s},$$

i stąd

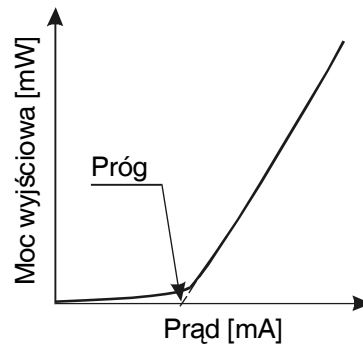
$$P = \frac{\tau_c}{ed} \left[J - \frac{Ned}{\tau_s} \right] + \beta \frac{N\tau_c}{\tau_s}.$$

Inaczej

$$P = K (J - J_t) + P_{sp}.$$

Zależność mocy wyjściowej w funkcji prądu

Lasery na ciele stałym



Typowa zależność mocy wyjściowej lasera półprzewodnikowego od natężenia prądu pompowania
Prąd progowy rośnie ze wzrostem ok. 1.5% na 1°C.

Zależność prądu J_{prog} od temperatury

$$J_{prog} = J_0 \exp\left(\frac{T}{T_0}\right),$$

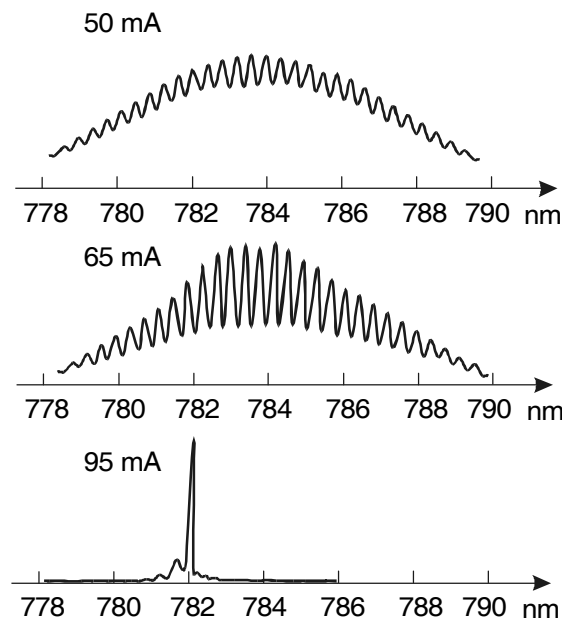
gdzie: T_0 - *temperatury charakterystycznej*.

Temperatura charakterystyczna różnych heterostruktur.

Heterostruktura	Dł. fali (μm)	$T_0(K)$
<i>GaN/InGaN</i>	0.40	180
<i>GaAs/AlGaAs</i>	0.85	150
<i>InGaAs/GaAs</i>	0.98	90
<i>InGaAs/AlGaAs/InP</i>	1.55	60
<i>InGaSb/InAs/GaSb</i>	3-4	35

Właściwości promieniowania

Widmo emisji



Widma emisji lasera półprzewodnikowego w zależności od prądu zasilania.

Częstotliwości rezonansowe

$$\nu \approx q \left(\frac{c}{2n(\nu)L} \right),$$

gdzie: q jest liczbą całkowitą, a L długością lasera.

Wpływ dyspersji półprzewodnika

Częstotliwość rezonansowa modu o

Lasery na ciele stałym

numerze $q + 1$ wynosi

$$\nu + f = \frac{c}{2n(\nu + \Delta\nu)L} (q + 1).$$

Korzystając z rozwinięcia

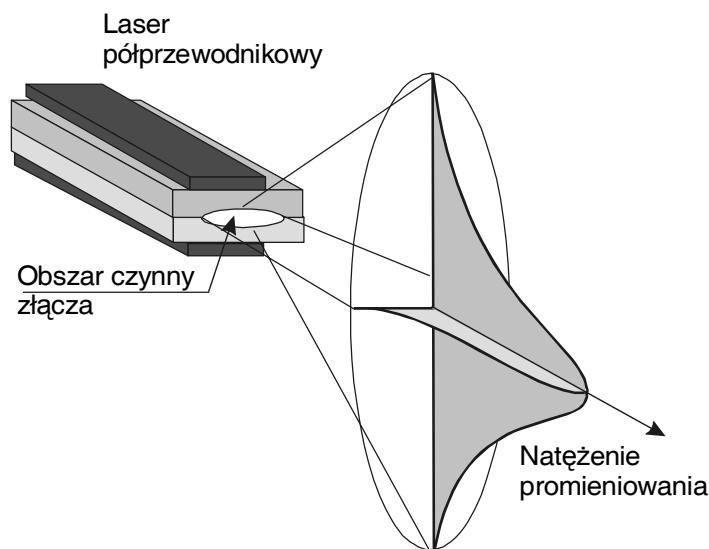
$$n(\nu + \Delta\nu) = n + \frac{dn}{d\nu} \Delta\nu$$

otrzymujemy odległość między dwoma sąsiednimi modami

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL} \left(1 + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu} \right)^{-1}.$$

Dla *GaAs* $\frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu} \approx 0.38$.

Promieniowanie jest spolaryzowane



Rozkład natężenia promieniowania złączonego lasera półprzewodnikowego.

Świergotanie (chirping)

Rozkład przestrzenny

Lasery na ciele stałym

promieniowania

Rozkład przestrzenny ma w przybliżeniu kształt wciągniętej elipsy.

Rozbieżność wiązki w płaszczyźnie złącza - około 10° ,

a w prostopadłej do niej - 40° .

Redukcja astygmatyzmu

Nasycenie

Natężenia nasycenia

$$I_s = \frac{1}{v\tau g},$$

gdzie: v – prędkość światła w materiale, τ – czas rekombinacji międzypasmowej, g – różniczkowe wzmocnienie (odpowiada przekrojowi czynnemu na emisję wymuszoną w laserach atomowych).

Nasycenie międzypasmowe - podstawowy efekt we wzmacniaczach optycznych.

W diodach laserowych zależność mocy wyjściowej od prądu pompowania jest w dużym stopniu liniowa, bo typowo:

$$v = 10^{10} \text{ cm/s}, \tau = 1 \text{ ns}, g = 10^{-15} \text{ cm}^2 \text{ i}$$

$$I_s = 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

Rrelaksacja wewnątrzpasmowa czase rzędu

Lasery na ciele stałym

p_s i $I_s = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, Współczynnik wzmocnienia w postaci

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \varepsilon I} \approx \gamma_0(1 - \varepsilon I),$$

gdzie: ε współczynnikiem tłumienia wzmocnienia.

Nasycenie wewnątrzpasmowe i między pasmowe wpływa na ograniczenie pasma odpowiedzi częstotliwościowej diody laserowej .

Lasery diodowe (homozłączowe)

Homozłączne - wykonane z jednego rodzaju półprzewodnika.

Drog dyfuzji d

$$d = (D\tau)^{1/2},$$

gdzie: D – współczynnik dyfuzji: $D/\mu = kT/e$ (μ – ruchliwość nośników).

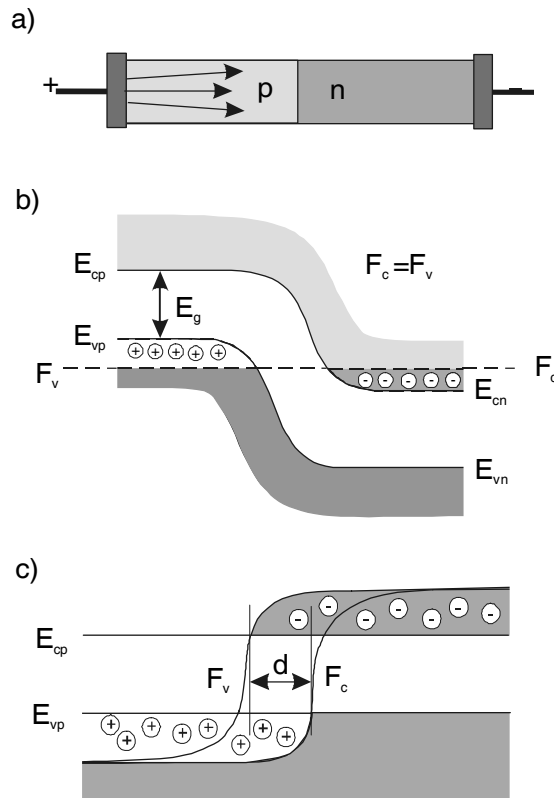
Rekombinacja elektronów z dziurami

$$\frac{dn_p}{dt} = -(\beta p_p)n_p = -\frac{n_p}{\tau_s}.$$

Indeks p oznacza, że równanie dotyczy elektronów po stronie p .

Drogę dyfuzji - rzędu μm .

Lasery na ciele stałym



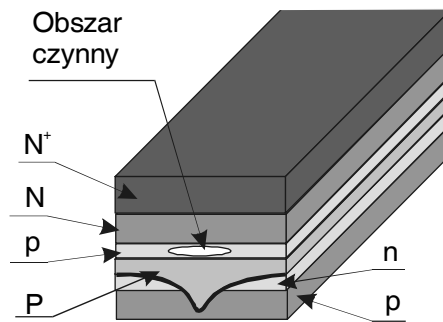
Schemat zasilania (a), poziomów energetycznych lasera półprzewodnikowego przy braku zasilania (b) i przy złączu spolaryzowanym w kierunku przewodzenia (c)

Progowa gęstość prądu ze wzoru

$$J_t = \frac{ned}{\tau_s}.$$

Wartość rzędu $kA/cm^2 \rightarrow$ główna wada laserów homozłączowych.

Lasery na ciele stałym



Budowa lasera półprzewodnikowego. Grubą linią oznaczono złącze spolaryzowane zaporowo

Lasery niebieskie i UV

InGaN, - przerwa energetyczna między 2.0 a 6.2 eV

GaN ($\lambda = 405 \text{ nm}$).

Lasery na studniach kwantowych

Laser heterozłączowy. Np. *GaAs* o niewielkiej grubości złączony z obu stron z $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Wymiar studni kwantowej = grubość *GaAs*.

Całkowita energia elektronu

$$E(m, p, q) = \frac{h^2}{8m_e} \left(\frac{l^2}{L_x^2} + \frac{m^2}{L_y^2} \right) + \frac{h^2}{8m_e} \left(\frac{q^2}{L_z^2} \right),$$

gdzie: m , p i q są liczbami kwantowymi.

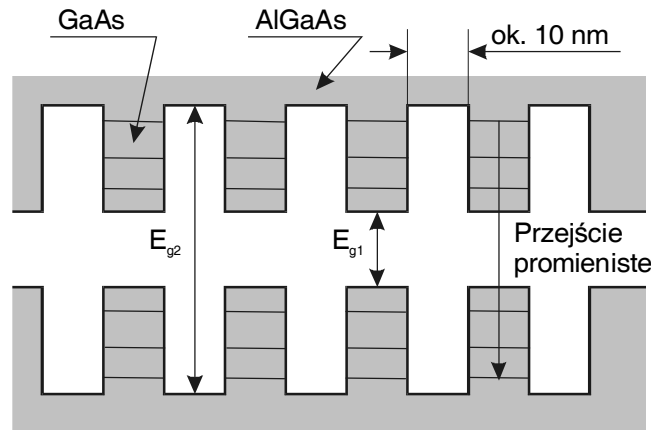
Gęstość stanów w przedziale dE wynosi

$$\rho(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right) \left(\frac{\pi}{L_z} \right) dE.$$

Lasery na ciele stałym

dla $q > 1$.

Zmieniając grubość obszaru czynnego możemy regulować gęstość stanów.



Schemat pasm energetycznych lasera ze studniami kwantowymi.

Lasery typu VCSEL

Lasery typu *VCSEL* (ang. *vertical cavity surface emitting lasers*)

Diody elektroluminescencyjne

Stałą rekombinacji spontanicznej

$$R_{\text{spont}}(h\nu) = \frac{1}{\tau_R} \rho_{\text{red}}(h\nu) f_c(h\nu) [1 - f_v(h\nu)],$$

gdzie: τ_R jest czasem życia, $\rho_{\text{red}}(h\nu)$ jest łączną gęstością stanów, $f_c(h\nu)$ - funkcją Fermiego - Diraca obsadzenia stanu wzbudzonego przez elektrony, $1 - f_v(h\nu)$ oznacza prawdopodobieństwo, że dolny

Lasery na ciele stałym
 stan jest pusty.

Przypomnijmy, że

$$f_c(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_c - F_c}{kT}\right) + 1},$$

przy

$$E_c(h\nu) = E_g + \frac{m_r}{m_c} (h\nu - E_g),$$

oraz

$$f_v(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_v - F_v}{kT}\right) + 1},$$

gdzie:

$$E_v(h\nu) = -\frac{m_r}{m_c} (h\nu - E_g).$$

Ponieważ możemy rozkład Fermiego - Diraca przybliżyć funkcją Boltzmannna

$$f_c(E_c) \approx \exp\left(-\frac{E_c - F_c}{kT}\right)$$

i

$$1 - f_v(E_v) \approx \exp\left(-\frac{F_v - E_v}{kT}\right),$$

stąd

$$f_c\{[E_c(h\nu)]1 - f_v[E_v(h\nu)]\} \approx \exp\left(-\frac{h\nu}{kT} + \frac{\Delta E_F}{kT}\right),$$

gdzie: $\Delta E_F = E_{Fc} - E_{Fv}$.

Lasery na ciele stałym

Zatem, ponieważ

$$E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k}) = h\nu = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g$$

to

$$R_{\text{spont}}(h\nu) = K_{\text{spont}}(h\nu - E_g)^{1/2} \exp\left(-\frac{h\nu - E_g}{kT}\right),$$

gdzie: stała K_{spont} wynosi

$$K_{\text{spont}} = \frac{(2m_r)^{3/2}}{\pi \hbar^2 \tau_R} \exp\left(\frac{\Delta E_F - E_g}{kT}\right).$$

przy:

$$\Delta E_F = F_c - F_v.$$

Jeżeli zwiększa się gęstość nośników n , to czynniki $\exp(F_c/kT)$ i $\exp(-F_v/kT)$ też rosną, tak że $R_{\text{spont}}(h\nu)$ rośnie jak n^2 . Łatwo można pokazać, że maksymalne natężenie emisji spontanicznej przypada na energię

$$h\nu_{\text{max}} = E_g + \frac{kT}{2},$$

a $FWHM$ pasma emisji spontanicznej

$$\Delta h\nu \approx 1.8 kT.$$

Związek między $\lambda_{\text{max}}[\mu m]$ i $h\nu_{\text{max}}[eV]$ jest, jak wiadomo, następujący

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{1.24}{h\nu_{\text{max}}},$$

Lasery na ciele stałym

stąd natchmiast wynika, że całkowita szerokość połówkowa w μm wynosi

$$\Delta\lambda = 1.45 \lambda_{\max}^2 kT.$$

Czyli im większa długość fali, tym szersze jest pasmo emisji spontanicznej.

Fizyczne procesy zachodzące w *DEL*:

- rekombinacja pasmo - pasmo,
- rekombinacja z udziałem poziomów domieszkowych: pasmo przewodzenia - poziom akceptorowy, poziom donorowy - pasmo walencyjne, poziom donorowy - poziom akceptorowy.
- rekombinacja z udziałem ekscytonów.

Diody elektroluminescencyjne
i obszar spektralny emitowanego
promieniowania.

Lasery na ciele stałym

Materiał	$E_g[\text{eV}]$	Dom.	Barwa
GaAs	1.443	Si	IR
GaP	2.26	N	Zielony
GaP		N, N	Żółty
GaP		Zn, O	Czerwony
$\text{GaAs}_{0.6}\text{P}_{0.4}$	2.1		Czerwony
$\text{GaAs}_{0.35}\text{P}_{0.65}$		N	Pomarańczowy
$\text{GaAs}_{0.15}\text{P}_{0.85}$		N	Żółty
$\text{Ga}_{0.6}\text{Al}_{0.4}\text{As}$		Zn	Czerwony
$\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As} (1 < x < 0.7)$		Si	IR

Ekscyton jest złożony z dziury i swobodnego elektronu utrzymywanym siłami przyciągania Coulomba.

Poziomy ekscytonowe uzyskuje się przez wprowadzenie odpowiednich domieszek, np. jeśli *GaP* domieszkuje się równocześnie *O* i *Zn*, wtedy dioda świeci na czerwono, jeśli zaś atomami azotu, wtedy emituje promieniowanie zielone i jest to promieniowanie ekscytonowe.

Typowe materiały, z których zbudowane są diody elektroluminescencyjne to: *GaAs*,

Lasery na ciele stałym

InAs, InSb, GaSb, GaAlAs, GaAsP, InGaAsP, ZnS, ZnSe, CdTe, PbS, PbTe i wiele, wiele innych. Podstawowymi materiałami pozostają *GaAs, GaP*.

Literatura

- 1.** B. Ziętek, „Optoelektronika”, Wydawnictwo UMK, Toruń 2004.
- 2.** „Dye laser principles”, ed. F.J. Duarte, L.W. Hillman, Academic Press, Inc., San Diego, 1990,
- 3.** „Encyclopedia o Laser and Technology”, ed. R.A. Meyers, Academic Press Inc., New York, 1991,
- 4.** J. Hawkes, I. Latimer, „Lasers, Theory and Practice”, Prentice Hall, New York, London, 1995,
- 5.** M.A. Herman, „Heterozłącza półprzewodnikowe”, PWN, Warszawa, 1987,
- 6.** F. Kaczmarek, „Wstęp do fizyki laserów”, PWN, Warszawa, 1986,
- 7.** N. W. Karłow, Wykłady z fizyki laserów, WNT, Warszawa, 1989,
- 8.** P. W. Milonni, J.H. Eberly, „Lasers”, John Wiley & Sons, New York, 1988,

Lasery na ciele stałym

- 9.** B. Mroziewicz, M. Bugajski, W. Nakwaski, „Lasery półprzewodnikowe”, PWN, Warszawa, 1985,
- 10.** S. Nakamura, G. Fasol, „The blue laser diode”, Springer - Verlag, Berlin, 1997,
- 11.** „Semiconductor lasers I”, ed. E. Kapon, Academic Press, San Diego, 1998,
- 12.** K. Shimoda, „Wstęp do fizyki laserów”, PWN, Warszawa, 1993,
- 13.** F. P. Schäfer, „Dye lasers”, Springer - Verlag, ed. III, Berlin, 1990,
- 14.** M. J. Weber, „Handbook of Lasers”, CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington D.C., 2001
- 15.** J. Wilson, J.F. Hawkes, „Optoelectronics - an introduction”, Prentice Hall, New York, 1989,
- 16.** J.T. Verdeyen, „Laser electronics”, Prentice Hall, New Jersey, 1989,
- 17.** L.A. Coldren, S.W. Corzine, „Diode lasers and Photonic Integrated Circuits”, John Wiley and Sons, New York, 1995,
- 18.** E. Rosencher, B. Vinter, „Optoelectronics”, Cambrige Univ. Press, Cambrige, 2002,
- 19.** A. K. Ghatak, K. Thyagarajan, „Optical electronics”, Cambridge University Press, Cambrige, 1989,
- 20.** A. Kowalski, „Podstawy telekomunikacji”, Wyd.

Lasery na ciele stałym

Oficyna PW, Warszawa, 1998,

- 21.** G.P. Agrawal, „Applications of nonlinear Fiber Optics”, Academic Press, San Diego, 2001,
- 22.** C. Rulliere, „Femtosecond laser pulses”, Springer - Verlag, Berlin, 1998.